РАДИО И СВЯЗЬ

СПРАВОЧНИК

Ю. С. РУСИН
И. Я. ГЛИКМАН
А. Н. ГОРСКИЙ

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ РАДИОЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ

СПРАВОЧНИК

Ю. С. РУСИН
И. Я. ГЛИКМАН
А. Н. ГОРСКИЙ

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ РАДИОЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ

МОСКВА „РАДИО И СВЯЗЬ"
1991

ББК 32.844
Р88
УДК 621.314.2.001.24(03)

Рецензент д-р техн. наук проф. А. В. Бондаренко

Редакция литературы по электронике

Русин Ю. С. и др.

Р88 Электромагнитные элементы радиоэлектронной аппаратуры: Справочник/Ю. С. Русин, И. Я. Гликман, А. Н. Горский. — М.: Радио и связь, 1991. — 224 с.: ил.

ISBN 5-256-00800-5.

Изложены общие методы и конкретные расчетные формулы для определения характеристик основных электромагнитных элементов и оценки их совместимости при работе в составе РЭА. Приведены методики расчета электромагнитных элементов с учетом особенностей их работы в разных диапазонах частот при различной форме воздействий. Материал содержит значительное число расчетных примеров и справочных таблиц.

Для специалистов, занимающихся проектированием и исследованием устройств в областях электрорадиотехники, приборостроения и электроаппаратостроения.

$$\text{Р}\ \frac{2302020200\text{-}005}{046(01)\text{-}91}\ 63\text{-}91$$

ББК 32.844

Справочное издание

РУСИН ЮРИЙ СЕМЕНОВИЧ,
ГЛИКМАН ИОН ЯКОВЛЕВИЧ,
ГОРСКИЙ АНАТОЛИЙ НИКОЛАЕВИЧ

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ РАДИОЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ

Справочник

Заведующий редакцией *Ю. Н. Рысев*
Редактор *Н. К. Калинина*
Обложка художника *Н. А. Пашуро*
Художественный редактор *Н. С. Шеин*
Технический редактор *Л. А. Горшкова*
Корректор *Т. В. Дземидович*

ИБ № 1857

Сдано в набор 17.05.90. Подписано в печать 24.09.90
Формат 60×90¹/₁₆. Бумага тип. № 2. Гарнитура литературная
Печать высокая. Усл. печ. л. 14,0. Усл. кр.-отт. 14,25. Уч.-изд. л. 17,78
Тираж 10 000 экз. Изд. № 22455. Зак. № 49. Цена 3 р. 20 к.
Издательство «Радио и связь». 101000 Москва, Почтамт, а/я 693

Типография издательства «Радио и связь». 101000 Москва, ул. Кирова, д. 40

ISBN 5-256-00800-5

Предисловие

Создание радио- и электротехнической аппаратуры требует частого обращения к справочно-методической литературе, посвященной расчету электромагнитных элементов РЭА.

Длительная практическая деятельность в области проектирования сложных изделий приборостроения привела авторов настоящей книги к убеждению, что разработчикам и исследователям удобнее пользоваться справочным материалом, методически объединенным в едином пособии, нежели многочисленными узкоспециальными источниками, перегруженными, как правило, информацией о частных случаях. Поэтому предпринята попытка создать справочно-методическое пособие, включающее сведения о различных аспектах проектирования реальных устройств. Одновременно авторы старались избежать другой крайности — механического объединения в одной книге не связанных общей методикой расчета справочных данных по разносторонним вопросам, интересующим проектировщиков, т. е. создать справочник с неоправданно избыточной информацией.

К электромагнитным элементам (ЭЭ), рассматриваемым в книге, относят индуктивные элементы, трансформаторы, дроссели (дроссель — элемент, ограничивающий ток) и реакторы (реактор — элемент, накапливающий энергию магнитного поля). Электромагнитными элементами являются также резисторы и конденсаторы, но они поставляются промышленностью серийно и в данный справочник не включены.

Материал разделен на две части. В первой ЭЭ рассматриваются обобщенно, при этом они характеризуются интегральными параметрами: индуктивностью, емкостью, активным сопротивлением (мощностью потерь), а также приводятся методы расчета, в том числе решение обратной задачи — конструктивный расчет по заданным параметрам. Последняя задача изложена подробно: даны методы расчета оптимальных по массогабаритным показателям трансформаторов и реакторов при повышенных частотах, несинусоидальной произвольной форме приложенного напряжения, импульсных напряжениях. Во второй части освещены вопросы взаимного влияния элементов друг на друга: электромагнитного и теплового излучения, экранирования и др.

Обеспечение совместной работы различных устройств, в том числе и радиотехнических средств, составляет предмет электромагнитной совместимости (ЭМС) как самостоятельное научно-техническое направление. Стремление уменьшить общие габариты современной аппаратуры приводит к необходимости уплотнять компоновку как самих приборов, так и элементов, располагающихся внутри приборов. В то же время усложнение задач, решаемых средствами электронной и вычислительной техники, требует значительного увеличения мощности. Обеспечение в этих условиях совместной работы различных радиоэлектронных средств составляет в настоящее время важнейшую техническую проблему. Решению ее, по мнению авторов, поможет рассмотрение во второй части книги вопросов, относящихся к расчету тепловых режимов совокупности электромагнитных элементов, расчету экранов, а также электрических и магнитных полей для различных случаев расположения источников.

Книга содержит вспомогательный справочный материал по магнитным материалам, изоляционным материалам, проводам, теплофизическим характеристикам и т. д., а также иллюстрационные примеры.

ЧАСТЬ I

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ РЭА

1. Особенности электромагнитных элементов и их характеристики

1.1. Назначение электромагнитных элементов

В зависимости от основного назначения ЭЭ делят на индуктивные (например, катушки колебательных контуров, дроссели, реакторы, трансформаторы), емкостные и резистивные элементы. Как указано в предисловии, конденсаторы и резисторы здесь не рассмотрены.

Катушки индуктивности широко применяют в устройствах РЭА. Их устанавливают в фильтрах, генераторах, линиях задержки, устройствах многоканальных систем передачи, в ЭВМ и т. д. Катушки индуктивности характеризуются индуктивностью, допускаемым отклонением индуктивности, добротностью, собственной емкостью, стабильностью параметров. Допускаемое отклонение от номинального значения индуктивности зависит от назначения катушки, а добротность катушки во многих случаях определяет резонансные свойства и КПД контура.

Катушки индуктивности обладают собственной емкостью, обусловленной распределенной емкостью между отдельными витками и емкостью между обмоткой и корпусом прибора. Частота, на которую настраивают контур, состоящий из индуктивности и собственной емкости, называется собственной частотой катушки. Собственная емкость увеличивает действующую индуктивность, повышает нестабильность и уменьшает добротность катушки.

Нестабильность индуктивности катушки изменяется под воздействием температуры, влажности и во времени. Изменение индуктивности под влиянием температуры характеризуют температурным коэффициентом и температурной нестабильностью катушки индуктивности. Температурный коэффициент катушки индуктивности зависит от способа намотки и качества диэлектрика каркаса. Температурная нестабильность катушки индуктивности зависит от прочности сцепления ее витков с поверхностью каркаса и от старения диэлектрика каркаса, особенно изготовленного из органических диэлектриков (при керамических каркасах это явление практически не проявляется).

Катушки индуктивности стандартизированы частично, т. е. их отдельные элементы, например сердечники, каркасы. Это объясняется разнообразием предъявляемых к ним требований.

Дроссели и реакторы выполняют в устройствах РЭА различные функции. Сглаживающий дроссель обеспечивает сглаживание или подавление пульсаций в фильтрах питания. В различных низкочастотных фильтрах и избирательных цепях используют дроссели переменного тока. Дроссели должны обеспечивать требуемое значение индуктивности. В источниках вторичного электропитания (ИВЭП) для запирания тиристоров создается коммутирующий контур L, C. В качестве индуктивности выступает коммутирующий реактор; основной его параметр — энергоемкость (LI^2).

Зарядный дроссель обычно вводят в зарядные схемы импульсных формирующих цепей модуляторов линейного типа. В радиолокационных схемах зарядный дроссель используют как элемент, разделяющий импульсную часть и источник постоянного тока.

В качестве регулируемых индуктивных сопротивлений в цепях переменного тока применяют дроссели насыщения. В отличие от рассмотренных реакторов, дроссель насыщения имеет не менее двух обмоток. Одну (рабочую) включают в цепь переменного тока последовательно с сопротивлением нагрузки, другую (управляющую) включают в цепь постоянного тока. Немагнитные зазоры в дросселе насыщения отсутствуют.

В устройствах РЭА широко применяют трансформаторы, используемые для передачи электрической энергии от одной цепи к другой на одной и той же частоте. Трансформаторы подразделяют на разделительные, повышающие или понижающие. Обычно они предназначены для работы от источников с низким выходным сопротивлением при частоте 50 и 400 Гц, а также при более высоких частотах звукового и ультразвукового диапазонов. Их мощность изменяется от нескольких десятков ватт до нескольких киловатт; напряжение варьируется в широком диапазоне: от нескольких вольт до десятков киловольт. В книге рассмотрены трансформаторы с напряжениями до 1 000 В.

Импульсные маломощные трансформаторы служат как для передачи импульсов с малыми искажениями, так и для формирования импульсов по типу RC-цепей. Специальный тип трансформаторов, передающих импульсы, используется в блокинг-генераторах.

При разработке малогабаритного электронного оборудования особое значение приобретает уменьшение массы и габаритов ЭЭ. На эти характеристики влияют различные факторы по-разному.

1. Масса и габариты трансформатора уменьшаются с ростом частоты (см. § 5.16), масса и габариты реактора могут возрасти с увеличением частоты при превышении ее определенного значения.

2. Массу трансформатора можно уменьшить, применяя магнитные материалы с большей индукцией насыщения.

3. Масса и габариты ЭЭ увеличиваются с повышением окружающей температуры для изоляции одного и того же класса. Максимальная рабочая температура должна оставаться постоянной, поэтому для снижения перегрева необходимо расширение поверхности охлаждения.

4. Масса и габариты ЭЭ уменьшаются с повышением рабочей температуры при заданной мощности и окружающей температуре.

5. Масса и габариты ЭЭ увеличиваются при усилении защиты от внешних условий.

1.2. Стабильность параметров электромагнитных элементов

Стабильностью называют способность ЭЭ сохранять значения основных параметров при воздействии внешних факторов: температуры, влажности, атмосферного давления и различных механических нагрузок. Рассмотрим влияние этих факторов на параметры более подробно.

Температура. Изменение температуры ЭЭ может вызываться как влиянием температуры окружающего воздуха, так и дополнительным перегревом ламп, трансформаторов, резисторов и других нагревающихся деталей. Под влиянием температуры происходит изменение размеров отдельных деталей и их взаимное перемещение, изменяется индуктивность катушек, их собственная емкость и активное сопротивление.

При увеличении температуры ухудшается качество электрической изоляции, снижается ее изолирующая способность. При длительном воздействии повышенной температуры в изоляции могут наблюдаться нежелательные изменения за счет медленно протекающих химических процессов (старение изоляции). Для хрупких электроизоляционных материалов (стекло, керамика и т. п.) важна стойкость по отношению к резким сменам температуры (термоударам). При внезапном нагреве или охлаждении изоляции из хрупкого материала вследствие неравномерного распределения температур в наружном слое материала возникают температурные напряжения, которые могут стать причиной растрескивания. По нагревостойкости изоляционные материалы делятся на классы (табл. 1.1). В табл. 1.2 приведен перечень изоляционных материалов по классам.

Температура влияет и на проводниковые материалы. Сопротивление провода увеличивается с увеличением температуры:

$$R_T = R_0 \left[1 + \alpha_T \left(T^\circ_{\text{окр}} + \Delta T - 20^\circ\right)\right],$$

Таблица 1.1

Классы нагревостойкости изоляционных материалов

Обозначение класса нагревостойкости	Y	A	E	B	F	H	C
Рабочая температура, °С	90	105	120	130	155	180	Выше 180

где R_0 — сопротивление провода при температуре 20° С; $T°_{окр}$ — температура окружающей среды; ΔT — расчетное значение допустимого перегрева; α_T — температурный коэффициент материала (для меди $\alpha_T=0{,}004$; для алюминия и серебра $\alpha_T=0{,}0036$); выражение в квадратных скобках показывает увеличение активного сопротивления от температуры.

Следует также отметить, что влияние максимальной температуры (сумма температур окружающей среды и максимального перегрева) настолько существенно, что превышение расчетного перегрева на 8 ... 10° С снижает срок службы ЭЭ вдвое.

Перегрев ЭЭ есть допустимая разность между максимальной рабочей температурой и температурой окружающей среды при данной изоляционной системе для заданного срока службы. На перегрев ЭЭ влияют потери мощности в магнитопроводе и в обмотках (см. гл. 4) и теплопередача. В процессе теплопередачи тепло от внутренних частей обмоток передается окружающему пространству. Теплопроводность обмотки зависит от типа конструкции, наличия пропитки, теплопроводящей способности межслоевой изоляции. Эффективным средством отвода тепла от магнитопровода и от обмоток является применение тепловых шунтов. Широко применяется способ охлаждения магнитопроводов ЭЭ с помощью теплопроводящих радиаторов. Радиаторы закрепляются на магнитопроводах с помощью склеивающей теплопроводной пасты.

Влажность. Наличие влаги в обмотке резко снижает сопротивление изоляции и ее электрическую прочность, что в конечном счете может привести к пробою изоляции. При длительном нахождении влаги в обмотке, вследствие взаимодействия ее с углекислотой воздуха и органическими веществами изоляции, могут происходить коррозионные процессы на проводах, что при малых диаметрах проводов приводит к их обрывам. Для повышения влагостойкости элементов схемы при их изготовлении избегают применять гигроскопические диэлектрики — гетинакс, прессшпан, фибру. В случае использования их опрессовывают, пропитывают или обволакивают негигроскопическими смолами, восками, компаундами. Особенно надежным, хотя и дорогим способом влагозащиты является общая или частичная герметизация. Для пропитки применяют церезин, парафин, полистирол и различные компаунды с малой диэлектрической проницаемостью и низкими потерями, для обволакивания — преимущественно компаунды. Пропитка несколько увеличивает собственную емкость и диэлектрические потери и повышает нестабильность катушки: покрытие почти не влияет на эти параметры.

Давление и радиация. Изменение атмосферного давления связано с высотой подъема. Оно сопровождается изменением диэлектрической проницаемости воздуха, а следовательно, изменением собственной емкости катушек индуктивности. При низком давлении возникает опасность появления короны и пробоя изоляции у выводов трансформаторов. Так, критическое напряжение образования короны снижается до 18% на высоте 12 000 м и до 9% на высоте 16 500 м от критического напряжения на уровне моря.

Облучение нейтронами магнитных железоникелевых сплавов приводит к тому, что значение магнитной индукции насыщения (B_s) снижается, а коэрцитивная сила (H_c) увеличивается. Под влиянием непрерывной радиации часто происходит нарушение герметизации швов изоляции и снижается ее сопротивление в 120 раз. Эпоксидные смолы достаточно устойчивы к воздействию радиации, а слюда, керамика, стекло по стойкости к воздействию радиации превосходят лучшие органические материалы.

Таблица 1.2

Изоляционные материалы, соответствующие классам нагревостойкости

Класс нагревостойкости	Изоляционные материалы
Y	Волокнистые материалы из целлюлозы, хлопка, натурального шелка, не пропитанные и не погруженные в жидкий электроизоляционный материал. В частности, целлюлозные электроизоляционные бумаги, картоны, фибра и древесина; пластмассы на мочевиноформальдегидных смолах с органическим наполнителем; поливинилхлорид; резина на натуральном каучуке
A	Волокнистые материалы из целлюлозы, хлопка, натурального шелка, пропитанные или погруженные в жидкий электроизоляционный материал, а также ацетобутиратцеллюлозные и диацетилцеллюлозные пленки; изоляция эмалированных проводов на масляносмоляных и поливинилацеталевых лаках; гетинаксы, текстолиты, пластмассы с органическим наполнителем на термореактивных фенолформальдегидных, мелиминформальдегидных и анилинформальдегидных связующих; полиамидные пленки; термореактивные компаунды на основе акриловых и метакриловых эфиров (без наполнителей); полихлорпреновые и бутадиенкрилнитриновые каучуки
E	Пленки и волокна из полиэтилентерефталата; лакоткани из полиэтилентерефталатных волокон на алкидных смолах, модифицированных маслом; материал на основе электрокартона и полиэтилентерефталатной пленки с клеящими составами соответствующей нагревостойкости; термореактивные компаунды на основе акриловых и метакриловых эфиров (с неорганическим наполнителем); поликарбонатные пленки
B	Материалы на основе щипаной слюды, слюденитов и слюдопластов; в том числе с бумажной или тканевой органической подложкой, со связующими — натуральными и синтетическими смолами; изоляция эмалированных проводов на лаках на основе полиэтилентерефталатных смол; пластмассы с неорганическим наполнителем и слоистые пластики на основе стекловолокнистых и асбестовых материалов со связующими — термореактивными смолами, эпоксидными и полиэфирными; термореактивные синтетические компаунды (эпоксидные, полиэфирные) с минеральными наполнителями
F	Материалы на основе щипаной слюды, слюденитов и слюдопластов без подложки или с неорганической подложкой, на смолах и лаках: алкидных, эпоксидных, полиэфирных, кремнийорганических, полиэфирноэпоксидных, полиуретановых соответствующей нагревостойкости; слоистые пластики на основе стекловолокнистых и асбестовых материалов; изоляция эмалированных проводов на полиэфиримидных и полиэфирциануратных лаках
H	Материалы на основе щипаной слюды без подложки или с неорганической подложкой на кремнийорганических лаках и смолах, а также эпоксидных смолах с некоторыми отвердителями; слоистые пластики на основе стекловолокнистых и асбестовых материалов на тех же связующих; изоляция эмалированных проводов на полиэфиримидных и полиэфирциануратных лаках повышенной нагревостойкости
C	Полиимидные пленки и волокна; изоляция эмалированных проводов на полиимидных смолах и лаках; материалы на основе ароматических полиимидов; стекловолокнистая и кварцеволокнистая изоляция проводов в сочетании с кремнийорганическими соединениями с неорганическими наполнителями

Механические воздействия. Под влиянием механических усилий, возникающих вследствие тряски и ударов, возможны различные деформации и взаимные перемещения деталей, сопровождающиеся обратимыми и необратимыми изменениями параметров. Повышение стойкости к механическим воздействиям достигается конструктивными мероприятиями: применением жестких и прочных элементов конструкции и их соответствующим закреплением, выводом частоты механического резонанса за пределы возможного диапазона частот вибрации, а также амортизацией.

Нарушение условий эксплуатации. При значительном повышении напряжения на первичной обмотке трансформатора или на обмотке реактора может немедленно произойти пробой изоляции, а при незначительном (примерно на 20% выше номинального) — сокращение срока службы ЭЭ. Повышение тока вторичной обмотки (перегрузка трансформатора) вызывает дополнительный перегрев, который приводит к ухудшению характеристик системы изоляции. В результате может произойти пробой диэлектрика, обрыв или короткое замыкание обмоток, а также увеличение объема заливочного компаунда и, как следствие, изменение формы или разрыв кожуха.

При уменьшении частоты питающего напряжения снижается реактивное сопротивление обмоток и токи возрастают выше номинальных значений; при частотах, превышающих предельные расчетные, возможно увеличение потерь мощности в магнитопроводе и в обмотках. В обоих случаях перегрев будет выше номинального, что может привести к повреждению изоляции и пробою диэлектрика.

Производственные дефекты также могут вызвать отказ ЭЭ. Основная причина их появления — несоблюдение соответствующих технических условий по изготовлению ЭЭ.

1.3. Магнитные материалы

Требования к магнитным материалам. Для изготовления электромагнитных элементов РЭА используются магнитомягкие магнитные материалы, которые по принципу электропроводности можно разделить на три группы: проводниковые — электротехнические стали и сплавы, полупроводниковые — ферриты, диэлектрические — магнитодиэлектрики.

В зависимости от конкретных условий работы ЭЭ требования к магнитным материалам различные, но есть и общие.

1. Магнитный материал должен легко намагничиваться и размагничиваться, обладать узкой гистерезисной петлей, малой коэрцитивной силой, большими значениями $\mu_{нач}$ и μ_{max}. Этим требованиям в лучшей степени удовлетворяют пермаллои. Для трансформаторов требование большой магнитной проницаемости справедливо всегда, а для реакторов оно второстепенно. Удельная энергоемкость тороидального реактора, заполненного обмоткой,

$$\frac{LI^2}{V_м} = \frac{\mu_a \dfrac{w^2 S_м}{l_м} \dfrac{H^2 l_м^2}{w^2}}{l_м S_м} = \mu_a H^2; \tag{1.1}$$

$$\frac{LI^2}{V_м} = \frac{\mu_a \dfrac{w^2 S_м}{l_м} \dfrac{H^2 l_м^2}{w^2}}{l_м S_м} = \frac{B^2}{\mu_a}. \tag{1.2}$$

Здесь LI^2 — энергоемкость реактора (L — индуктивность; I — ток в обмотке); $V_м$ — объем магнитопровода реактора; $l_м$ — длина средней линии магнитопровода; $S_м$ — его сечение; B — магнитная индукция; H — напряженность магнитного поля; w — число витков обмотки; μ_a — абсолютная магнитная проницаемость ($\mu_0 = \mu_r \mu_0$, где μ_r — относительная магнитная проницаемость материала; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-9}$ Гн/см — магнитная постоянная).

Если в реакторе задан ток, то удельная энергоемкость реактора тем выше, чем больше магнитная проницаемость [см. (1.1)]. Если в реакторе задано напряжение, то при работе реактора на высокой частоте, когда значение магнитной индукции не превышает 0,2 ... 0,3 Тл и может быть реализовано в любом магнитном материале, более высокой удельной энергоемкостью обладают материалы с меньшей магнитной проницаемостью [см. (1.2)].

2. Магнитный материал должен обладать большой индукцией насыщения, т. е. обеспечивать прохождение максимального магнитного потока через заданную площадь поперечного сечения магнитопровода (при этом уменьшаются габариты и масса устройства). При повышенных и на высоких частотах это требование второстепенно или вовсе исключено. Наибольшей индукцией насыщения обладают электротехнические стали.

3. Магнитный материал должен иметь возможно меньшую мощность потерь. В некоторых случаях, например в реакторах фильтров при малых протекающих токах и малых потерях (при незначительных перегревах), рационально использовать материалы с бо́льшими потерями: тогда затухание высоких частот будет вызываться не только фильтрующим действием самого фильтра, но и демпфированием, возникающим из-за потерь в магнитопроводе.

4. Магнитный материал должен иметь хорошую пластичность для высококачественной штамповки, гладкую поверхность и слабую зависимость магнитных свойств от механических напряжений. Чем меньше эта зависимость, тем больше материал можно обжать при сборке сердечника. От механических напряжений зависит начальная и максимальная проницаемость и коэрцитивная сила.

5. Желательно иметь стабильные магнитные характеристики при действии дестабилизирующих факторов (температуры, вибрации и т. п.).

Важны также стоимость и дефицитность материалов.

Характеристики магнитных материалов. В широком частотном диапазоне, на котором работают электромагнитные элементы РЭА, для изготовления магнитопроводов используются различные магнитные материалы: стали — при частотах от 50 Гц до 10 кГц, сплавы — от 5 ... 10 до 20 ... 30 кГц (сплавы микронного проката — до нескольких сот килогерц), ферриты и магнитодиэлектрики — от нескольких килогерц и выше.

Из сталей лучшими характеристиками обладают электротехнические стали 3422, 3423, 3424, 3425 толщиной 80 и 50 мкм. (По ГОСТ 21427.4—78 так обозначаются прежние марки сталей: Э-350, Э-360: Э-360А, Э-360АА). Первая из цифр в обозначении марки стали отвечает классу по структурному состоянию и виду прокатки (3 — холоднокатаная анизотропная с ребровой структурой). Анизотропная сталь иногда называется текстурованной, это означает, что наилучшими свойствами сталь обладает в направлении прокатки. Это же направление при сборке сердечников соответствует направлению силовых линий магнитной индукции. Вторая цифра означает содержание примеси кремния (4 — от 2,8 до 3,8%). Третья цифра соответствует группе по основному нормируемому параметру (2 — удельные потери при магнитной индукции 1,0 Тл и частоте 400 Гц). Четвертая цифра обозначает порядковый номер типа стали. Стали 3423, 3425 имеют меньшие потери, большую индукцию насыщения (около 1,9 Тл), относительно высокую магнитную проницаемость в средних и сильных полях ($\mu_{r\,max} \approx 8000$) и пониженную по сравнению с пермаллоевыми сплавами чувствительность к механическим повреждениям. На рис. 1.1, 1.2 представлены статическая и динамические характеристики намагничивания лент толщиной 80 мкм из стали 3424. На рис. 1.3 показаны динамические характеристики намагничивания лент толщиной 30, 20, 10 мкм из стали 3441 (ТУ14-1-2387—78). Недостатками сталей являются их относительно низкая магнитная проницаемость, значительные коэрцитивная сила и удельные потери.

Отмеченные недостатки отсутствуют у высокопроницаемых сплавов (пермаллоев), сплавов с постоянной μ_a в широкой области изменения магнитных полей (перминваров). Отечественная промышленность выпускает свыше 50 марок различных сплавов. По характерным магнитным свойствам они разделены на 8 групп, имеющих определенные общие признаки (табл. 1.3). Магнитные параметры некоторых сплавов приведены в табл. 1.4. Для примера на рис. 1.4 представлены кривые намагничивания сплавов 50НП и 79НМ.

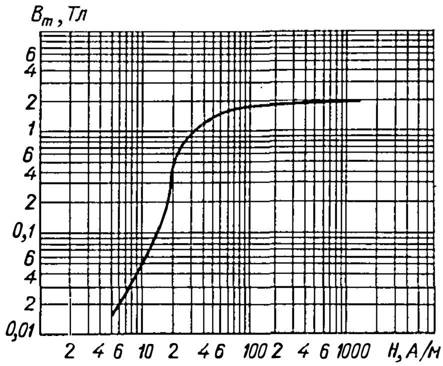


Рис. 1.1. Кривая намагничивания стали маркн 3424 толщнной 80 мкм при частоте 50 Гц

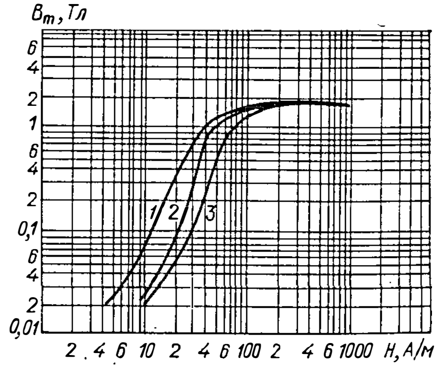


Рис. 1.2. Кривые намагничивания стали марки 3424 толщиной 80 мкм прн частотах: 400 (*1*); 1000 (*2*); 3000 (*3*) Гц

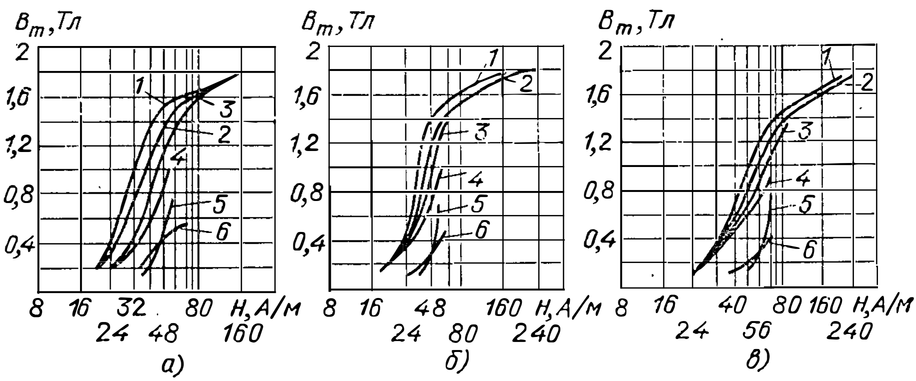


Рис. 1.3. Кривые намагничивания электротехнической стали 3441 толщиной 30 (*а*); 20 (*б*); 10 (*в*) мкм при частотах 400 (*1*); 1000 (*2*); 2000 (*3*); 3000 (*4*); 5000 (*5*); 10000 (*6*) Гц

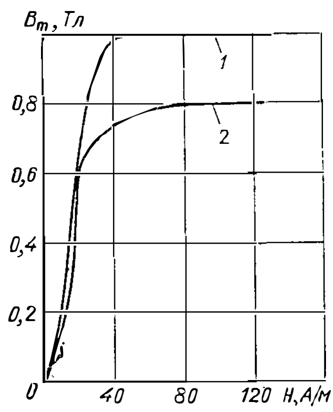


Рис. 1.4. Кривые намагничивания сплавов 50НП (*1*) и 79НМ (*2*) толщиной 50 мкм при частоте 50 Гц

В последнее время в радиоэлектронной технике получили распространение аморфные магнитомягкие сплавы. Аморфные сплавы качественно отличаются от традиционных благодаря отсутствию кристаллической решеткн. По сравнению с кристаллическими сплавами они обладают лучшими магнитными, механическими (прочность, твердость) н химическими (коррозионная стойкость) свойствами. Аморфные магнитомягкие сплавы в виде ленты характеризуются высокими значениями проницаемости ($\mu_{нач}$ — до 8000, μ_{max} — до 30000 ... 70000), низкой коэрцитивной силой

Таблица 1.3

Магнитные сплавы

Номер группы	Марка сплава	Характерные признаки магнитных свойств
1	79НМ; 80НХС; 81НМА; 83НФ	Наивысшая магнитная проницаемость в слабых магнитных полях, низкая электропроводность
2	50НХС	Высокая магнитная проницаемость и повышенное удельное электросопротивление
3	45Н; 50Н	Повышенная магнитная проницаемость и повышенная индукция технического насыщения
4	50НП; 68НМП; 34НКМП; 79НМП; 77НМДП; 65НП	Прямоугольная петля гистерезиса. Сплавы анизотропны
5	27КХ: 49КФ; 49К2Ф; 49К2ФА	Повышенная индукция технического насыщения
6	47НК; 47НКХ; 64Н; 40НКМ	Постоянство магнитной проницаемости в широком диапазоне напряженности магнитного поля и низкая остаточная индукция. Сплавы анизотропны
7	79Н3М; 68НМ	Высокая магнитная проницаемость при однополярном намагничивании. Сплавы анизотропны
8	16Х; 36ХНМ	Высокая коррозионная стойкость

Таблица 1.4

Магнитные параметры сплавов

Марка сплава	Толщина ленты, мм	Относительная магнитная проницаемость (не менее)		Коэрцитивная сила H_c, А/м (не более)	Индукция насыщения B_s, Тл (не менее)
		начальная	максимальная		
79НМ	0,005...2,5	7000...22000	30000...130000	8...1,6	0,75
80НХС	0,005...2,5	18000...25000	70000...150000	4...1,0	0,65
81НМА	0,02...0,5	50000...70000	250000	1,2	0,5
83НФ	0,02...0,1	35000...50000	—	—	0,6
50НХС	0,005...1,0	1500...3000	15000...20000	10...5,6	1,0
45Н	0,1...2,5	1700...2800	15000...20000	24...16	1,5
50Н	0,05...2,5	2000...2800	20000...25000	20...13	1,5

(H_c менее 1 А/м), высоким удельным электрическим сопротивлением ($\rho = (1 \dots 1,5) \cdot 10^8$ Ом см), малыми потерями мощности на гистерезис и вихревые токи (в 3 ... 5 раз меньше, чем у лучших кристаллических сплавов). Во многих случаях замена кристаллических сплавов аморфными в серийных изделиях позволяет достичь существенного экономического эффекта за счет упрощения технологического процесса изготовления магнитопроводов, снижения трудоемкости, материалоемкости и энергоемкости процесса.

Аморфные сплавы по сравнению с кристаллическими имеют и некоторые недостатки: меньшую рабочую индукцию ($B_m \approx 1,45$ Тл); ограниченность сортамента по толщине (0,03 ... 0,05 мм), что снижает коэффициент заполнения шихтованного магнитопровода до значений $\leqslant 85\%$ (у кристаллических сплавов

$\geqslant 90\%$); необходимость проведения термомагнитной обработки; повышенную магнитострикцию и, соответственно, чувствительность к механическим напряжениям; охрупчивание ленты при термообработке.

Ферриты — поликристаллические многокомпонентные соединения, у которых общая химическая формула $MeFe_2O_4$ (где Me — двухвалентный металлический ион). Для простых ферритов в качестве Me может быть использован один из элементов: Mn, Zn, Ni, Co и др. Сложные ферриты представляют собой твердые растворы двух-трех простых ферритов. Являясь полупроводниками, ферриты обладают высокими значениями удельного объемного электрического сопротивления, превышающего сопротивление сталей и сплавов в 50 раз и более. Это позволяет применять ферриты на высоких частотах, не опасаясь значительного увеличения потерь на вихревые токи. Для магнитопроводов ЭЭ наибольшее применение получили Mn-Zn, Ni-Zn ферриты. Сравнивая их, предпочтение (хотя и не абсолютное) следует отдать Mn-Zn ферритам. Они имеют более высокое значение точки Кюри (температура, при которой ферриты теряют свои свойства), что позволяет допускать бо́льшие перегревы. Тангенс угла магнитных потерь у Mn-Zn ферритов в среднем на порядок меньше, чем у Ni-Zn ферритов. Ферриты Mn-Zn обладают высокой стабильностью к воздействию механических нагрузок. Однако Mn-Zn ферриты менее технологичны; их спекание происходит в контролируемой газовой смеси кислорода и азота, а спекание Ni-Zn ферритов идет при свободном доступе воздуха. Кроме того, удельное объемное электрическое сопротивление Mn-Zn ферритов, как правило, меньше, чем у Ni-Zn ферритов, в связи с чем диапазон рабочих частот у первых у́же.

Из применяемых в ЭЭ ферритов следует отметить никельцинковые ферриты: 2000НН, 1000НН, 600НН, 400НН, 200НН и 100НН, используемые в любых частотных полях. Верхней границей области рабочих частот является частота интервала 0,2 ... 0,3 МГц. Из низкопроницаемых ферритов 150ВЧ, 1000ВЧ, 50ВЧ1, 30ВЧ2, 20ВЧ изготавливают высокочастотные катушки малой энергоемкости. Такие ферриты имеют более высокую температурную стабильность и меньший тангенс потерь.

Марганцово-цинковые нетермостабильные высокопроницаемые ферриты 10000НМ, 6000НМ, 4000НМ, 3000НМ, 2000НМ, 1500НМ и 1000НМ используют в частотном диапазоне до нескольких сот килогерц в интервале температур, —60 ... +100° С, исключая марку 10000НМ, в слабых и средних полях в тех случаях, когда термостабильность ЭЭ не является определяющей. В противном случае применяются термостабильные ферриты: 2000НМ3, 2000НМ1, 1500НМ3, 1500НМ1, 1000НМ3 и 700НМ. По сравнению с предыдущими марками ферритов кроме большей термостабильности они обладают меньшим тангенсом потерь и более широким диапазоном частот (3 ... 5 МГц).

В средних и особенно сильных полях применяют Mn-Zn ферриты 4000НМС, 3000НМС, 2500НМС1, 2500НМ2. Проведенные исследования показали, что из этой группы лучшим является феррит 2500НМС2 (или 2500НМС1). Применение в трансформаторах РЭА ферритов этих марок позволяет уменьшить массу и габариты трансформатора соответственно на 8 и 15%, а при сохранении преж-

Таблица 1.5

Параметры ферритов

Марка феррита	$\mu_{нач}$	μ_{max}	B_s, Тл	$f_{кр}$, МГц	T, °С	ρ, Ом·м	γ, ·10³, кг/м
2000НМ3	1700...2500	3500	0,35...0,4	0,5	200	0,5	4,3...4,7
2000НМ1	1700...2500	3500	0,38...0,4	0,5	200	5	4,3...4,7
1500НМ3	1200...1800	3000	0,35...0,4	1,5	200	20	4,3...4,7
1500НМ1	1200...1800	3000	0,35...0,4	0,7	200	5	4,3...4,7
2000НМ	2000	3500	0,38...0,4	0,45	200	0,5	4,4...4,6
2500НМС1	—	—	0,4...0,5	0,45	200	0,5	4,7...4,9

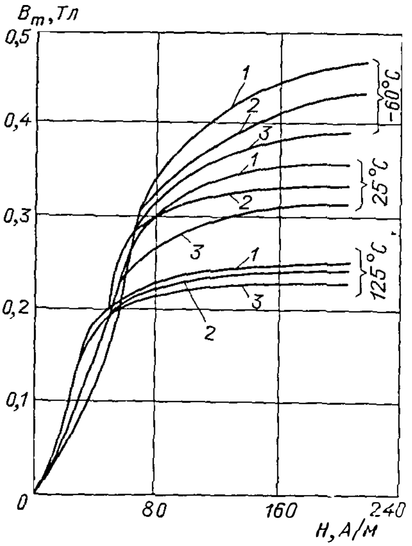


Рис. 1.5. Зависимость $B(H)$ для феррита 1500 НМ3 при различных температурах и частотах, кГц: 20 (*1*); 50 (*2*); 100 (*3*)

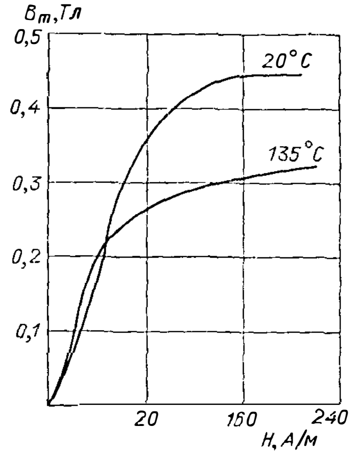


Рис. 1.6. Зависимость $B(H)$ для феррита 2500 НМС1 при частоте 20 кГц

них типоразмеров — увеличить мощность на 20%. В табл. 1.5 приведены некоторые параметры ферритов, а на рис. 1.5, 1.6 — кривые намагничивания.

Магнитодиэлектрики состоят из смеси измельченного ферромагнетика, частицы которого электрически отделены друг от друга диэлектрической средой, являющейся одновременно электрической изоляцией и механической связкой всей системы. В магнитном отношении магнитодиэлектрик представляет собой ферромагнитную среду с беспорядочно распределенным по ее объему большим числом немагнитных зазоров. Магнитная проницаемость магнитодиэлектриков невелика (от нескольких единиц до сотен), ее значение определяется в основном процентным соотношением немагнитной и магнитной фаз. Благодаря большому размагничивающему эффекту параметры магнитодиэлектриков мало зависят от воздействия постоянных и переменных магнитных полей. В последнее время магнитодиэлектрики применяют при создании линейных индуктивных катушек, работающих не только в области слабых полей (при малой энергоемкости), но и в областях средних и сильных полей (при создании реакторов с большими токами в обмотках и малой индуктивностью). Распространены три основные группы магнитодиэлектриков: альсиферы, карбонильное железо, пресспермы.

Основу магнитной фазы альсиферов составляет тройной сплав Al-Si-Fe, измельченный в шаровых или вибрационных мельницах в порошок с размерами зерна 50 ... 100 мкм. Зерна более мелкого помола используют для производства высокочастотных марок альсифера. Отечественная промышленность в соответствии с ГОСТ 8763—77 выпускает 6 марок альсиферов с проницаемостью от 90 до 22. Они предназначены для работы в интервале температур —60 ... +120° С. Верхняя граница рабочего частотного диапазона $f_{кр}$ для каждой марки альсифера нормируется предельно допустимым значением тангенса угла потерь (в поле 80 А/м), приближенно равным 0,1. Значения этой границы, а также другие параметры альсиферов приведены в табл. 1.6.

Буквы в названии марок означают: ТЧ — тональная частота, ВЧ — высокая частота, К — с компенсированным температурным коэффициентом магнитной проницаемости. О смысле величин $\delta_г$, $\delta_{в.т}$, $\delta_н$ сказано в § 4.1.

Таблица 1.6

Параметры альсиферов

Марка альсифера	$\mu_г$	$\delta_г \cdot 10^4$, м/А	$\delta_{в.т} \cdot 10^9$, 1/Гц	$\delta_н \cdot 10^3$	$f_{кр}$, МГц	Цвет маркировочного знака
ТЧ-90	79...91	1,1	1000	3,0	0,02	Синий
ТЧ-60	56...63	0,81	250	2,0	0,07	Черный
ТЧК-55	48...58	0,81	250	2,0	0,07	Красный
ВЧ-32	28...33	0,38	90	1,2	0,20	Белый
ВЧ-22	19...24	0,25	25,0	2,0	0,70	Зеленый
ВЧК-22	19...24	0,25	25,0	2,0	0,70	Желтый

Следует отметить, что коэффициент потерь на гистерезис остается постоянным лишь при слабых полях. При повышении напряженности поля он снижается и в полях 1500 ... 2000 А/м составляет до 0,1 своего начального значения. Такая зависимость $\delta_г$ (H) объясняется тем, что в слабых полях площадь петли гистерезиса альсифера растет пропорционально H^3, а в сильных полях — медленнее.

На рис. 1.7 изображены гистерезисные циклы альсиферов и зависимости $\mu_г$ (H), снятые в постоянных полях, а также кривые изменения магнитной проницаемости от намагничивания постоянным полем; на рис. 1.8 показана зависимость $\delta_г(H)$.

Карбонильное железо применяют для ЭЭ РЭА реже других магнитодиэлектриков, в основном для индуктивных катушек малой энергоемкости. Отечественная промышленность выпускает броневые сердечники типа СБ (ГОСТ 10983—75) из карбонильного железа двух марок: МР-10 и МР-20. Индуктивные элементы на этих сердечниках предназначены для работы в интервале температур —60 ... ... +100° С в полосе частот до 20 МГц. Параметры магнитодиэлектриков на основе карбонильного железа даны в табл. 1.7.

Пресспермы — магнитодиэлектрики на основе Мо-пермаллоя. Изготовляют их из мелкодисперсного металлического порошка на базе высоконикелевого пермаллоя (79 ... 81%), легированного молибденом. Пресспермы обладают повышенной магнитной проницаемостью и низким уровнем гистерезисных потерь. В настоящее время разработаны десять марок пресспермов (5 нетермокомпенсированных и столько же термокомпенсированных, в их обозначении добавляется буква К): МП-60, МП-100, МП-140, МП-160, МП-250 (МПК с теми же цифра-

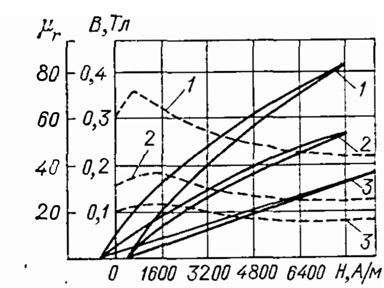


Рис. 1.7. Кривые намагничивания альсиферов в постоянном поле:
ТЧ-60 (1); ТЧ-32 (2); ВЧ-22 (3)

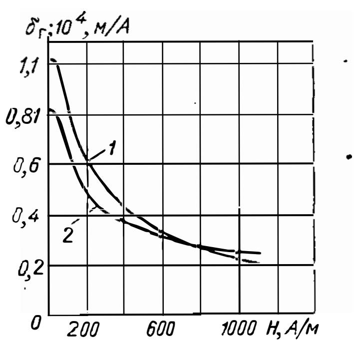


Рис. 1.8. Зависимость $\delta_г$ от напряженности поля для альсиферов:
ТЧ-90 (1); ТЧ-60 (2)

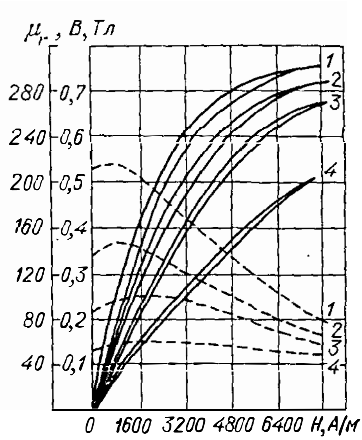


Рис. 1.9. Кривые намагничивания пресспермов в постоянном поле:
МП-250 (*1*); МП-140 (*2*); МП-100 (*3*); МП-60 (*4*)

ми), цифра обозначает номинальную магнитную проницаемость. Основные параметры пресспермов приведены в табл. 1.8. Верхняя граница частотного диапазона пресспермов 0,1 МГц.

На рис. 1.9 изображены гистерезисные циклы и кривые зависимости $\mu_r(H)$ пресспермов от величины намагничивающего поля.

Выбор магнитного материала. Приведенный выше краткий обзор характеристик магнитных материалов показал, что каждый из них имеет свои достоинства и недостатки. Электротехнические стали по распространению занимают первое место среди ферромагнитных материалов и при частотах приблизительно до 3000 Гц находятся вне конкуренции. Пермаллои и перминвары кроме указанных выше достоинств имеют и существенные недостатки: бóльшую чувствительность магнитных свойств к механическим воздействиям, достижение насыщения при сравнительно малых индукциях, сравнительно высокую стоимость, сложность технологии. Ферритам, работающим на высоких частотах (более 30 кГц) и имеющим явные преимущества (малые потери на вихревые токи), при частотах звукового диапазона свойственны недостатки, затрудняющие выбор между ними и пермаллоями: низкие значения индукции насыщения и магнитной проницаемости, бóльшая зависимость магнитных свойств от температуры, значительные хрупкость и твердость (легко разрушаются при ударах, поддаются обработке только шлифованием). Таким образом, при частотах от 3...5 до 20... ...30 кГц могут быть выбраны любые материалы в зависимости от конкретных условий с учетом приведенных выше особенностей материалов. Если перед проектировщиком стоит цель создать ЭЭ с минимальными габаритами, то при прочих равных условиях он может выбрать магнитный материал по вводимым ниже оценочным критериям. Для трансформатора таким критерием является пока-

Таблица 1.7

Параметры магнитодиэлектриков на основе карбонильного железа

Марка магнитодиэлектрика	μ_r	$\delta_г \cdot 10^6$, м/А	$\delta_{в.т} \cdot 10^9$, 1/Гц	$\delta_н \cdot 10^3$
МР-10	13...15	0,3...0,5	2...3,5	0,15...0,20
МР-20	12...14	0,15...0,25	2...3	0,05...0,10

Таблица 1.8

Параметры пресспермов

Марка пресперма	$\mu_{нач}$	Температурный диапазон, °С	$\delta_г \cdot 10^4$, м/А	$\delta_{в.т} \cdot 10^9$, 1/Гц	$\delta_н \cdot 10^3$
МП-60	55	−60...+85	0,19	100	1,5
МП-100	100	−60...+85	0,31	200	2,0
МП-140	140	−60...+85	0,625	450	2,0
МП-250	230	−60...+85	1,0	1000	3,0

затель удельной передаваемой мощности (Π_P), для реактора — показатель удельной энергоемкости (Π_w). Целесообразно иметь значения этих показателей или аналитическое выражение для их вычисления в функции известных характеристик материала и заданных параметров ЭЭ: мощности трансформатора или энергоемкости реактора, заданного перегрева, частоты периодического воздействия.

Так как названные критерии зависят от электромагнитных соотношений ЭЭ, то для их вывода потребуются следующие зависимости:

1) Критерий подобия оптимальных по массогабаритным показателям трансформаторов (см. § 5.3).

$$T_1 = \sqrt{\frac{A}{k_{\text{м}}}}\, \frac{P}{f^{1/4}\,\Delta T\, V_{\text{м}}}, \tag{1.3}$$

где $T_1 = 0{,}7$ — численное значение критерия для оптимальных трансформаторов; P — мощность трансформатора, Вт; $V_{\text{м}}$ — объем магнитопровода, см^3; ΔT — допустимый перегрев, °С; f — частота, Гц; $k_{\text{м}}$ — коэффициент заполнения окна магнитопровода медью; A — коэффициент удельных потерь магнитного материала (см. § 4.1). Из (1.3) видно, что при постоянстве критерия T_1 с ростом частоты объем магнитопровода уменьшается. Это происходит до тех пор, пока частота не достигнет $f_{\text{гр}}$ (см. § 5.16). Далее с ростом f объем не изменяется и в (1.3) подставляют значение $f_{\text{гр}}$:

$$f_{\text{гр}} = \frac{3{,}98\cdot 10^7}{A}\sqrt{\frac{\Delta T}{P}}. \tag{1.4}$$

2) Критерии подобия для оптимальных по массогабаритным показателям реакторов, которые характеризуют реактор как систему, имеют вид (см. § 5.10):

$$D_W = \sqrt{\frac{A\rho}{k_{\text{м}}}}\, \frac{W f^{3/4}}{\alpha \Delta T V_{\text{м}}}; \tag{1.5}$$

$$D_Q = \sqrt{\frac{A}{k_{\text{м}}}}\, \frac{Q}{f^{1/4}\, V_{\text{м}}^{1/3}}, \tag{1.6}$$

где ρ — удельное сопротивление провода, Ом·см; W — энергоемкость реактора; α — коэффициент теплоотдачи, Вт·см$^{-2}$·град$^{-1}$; Q — добротность реактора. Выражение (1.5) получено при $Q=\text{const}$, выражение (1.6) — при $W=\text{const}$. С учетом величин ρ и α (медный провод и естественное охлаждение) численные значения критериев: $D_W = 0{,}3$; $D_Q = 100$.

Имея зависимости (1.4) и (1.5), запишем выражения для удельной передаваемой мощности трансформатора и удельной энергоемкости реактора:

$$\frac{P}{V_{\text{м}}} = T_1 f^{1/4}\, \Delta T \sqrt{k_{\text{м}}/A}; \tag{1.7}$$

$$\frac{W}{V_{\text{м}}} = \frac{D_W\, \Delta T}{f^{3/4}} \sqrt{\frac{k_{\text{м}}}{A}}. \tag{1.8}$$

При одинаковом перегреве и заполнении окна магнитопровода активным материалом

$$P/V_{\text{м}} \sim f^{1/4} A^{-1/2} = \Pi_P;$$

$$W/V_{\text{м}} \sim f^{-3/4} A^{-1/2} = \Pi_W.$$

Чем выше показатель Π_P и Π_W, тем лучше материал.

Выражая коэффициент A через коэффициенты p_0, σ, β из формулы $p' = p_{01} f^{\sigma} B^{\beta}_m$ [см. (4.4)], получаем

$$\Pi_P = (1/\sqrt{p_{01}})\, f^{-\sigma/2}\, B_m^{1-\beta/2} (f^3 f_1)^{1/4}\ ; \tag{1.9}$$

$$\Pi_W = (1/\sqrt{p_{01}})\, f^{-\sigma/2}\, B_m^{(1-\beta/2)}; \tag{1.10}$$

где $f_1 = f$ при $f \leqslant f_{гр}$, $f_1 = f_{гр}$ при $f > f_{гр}$.

В гл. 5 показано, что минимум потерь в ЭЭ достигается при прочих равных условиях, когда потери в магнитопроводе $P_м$ равны потерям в обмотке, т. е. общие потери $\Delta P = 2P_м$. Предполагая, что теплоотдача происходит по закону Ньютона, что вполне справедливо для оценочных соотношений, получаем

$$\Delta P = 2P_м = \Pi_{охл}\, \Delta T\, \alpha, \tag{1.11}$$

где $\Pi_{охл}$ — поверхность охлаждения трансформатора или реактора. Часто в ЭЭ объем обмотки в два раза превышает объем магнитопровода. Заменяя ЭЭ кубом, можно связать поверхность охлаждения ЭЭ с объемом его магнитопровода приближенным соотношением

$$\Pi_{охл} = 6\,(3V_м)^{2/3} \approx 13\, V_м^{2/3}, \tag{1.12}$$

откуда

$$V_м = \left(\frac{P_м}{6{,}5\,\alpha\Delta T}\right)^{3/2}$$

или, используя выражение $p' = P_м / V_м$, находим

$$V_м = \left(\frac{6{,}5\,\alpha\Delta T}{p_{01}\, f^{\sigma}\, B_m^{\beta}}\right)^3. \tag{1.13}$$

При выборе магнитного материала расчет ЭЭ еще не выполнен и значение магнитной индукции неизвестно, однако, используя выражения для магнитной индукции, полученные в гл. 5, и подставив в них (1.13), можно выразить величину магнитной индукции через параметры магнитных материалов и заданные параметры ЭЭ:

для трансформатора

$$B_{m\,опт} = \frac{0{,}113\sqrt{P}}{A^{1/4}\, f^{7/8}\, V_м^{2/3}} = \left[\frac{371\,(\alpha\Delta T)^2}{(p_{01}\, f^{\sigma})^{1{,}75}} \sqrt{\frac{f}{P}}\right]^{1/(1{,}75\beta - 0{,}5)}; \tag{1.14}$$

для реактора

$$B_{m\,опт} = \frac{0{,}203\sqrt{W}}{A_э^{1/4}\, V_м^{2/3}\, f^{3/8}} = \left[\frac{208\,(\alpha\Delta T)^2}{\sqrt{W}\,(p_{01}\, f^{\sigma})^{1{,}75}}\right]^{1/(1{,}75\beta - 0{,}5)}. \tag{1.15}$$

Таблица 1.9

Показатели удельной передаваемой мощности и удельной энергоемкости

Марка материала	Толщина d, мм	Π_P, $(Вт/см^3)^{-1/2}$	$\Pi_W 10^5$, $(В \cdot А \cdot С/см^3)^{-1/2}$
79НМ	0,02	1,44	7,2
50Н	0,02	0,86	4,1
2500НМС1	—	1,24	5,8
3441	0,01	0,43	2,0
3425	0,05	0,27	1,3
МП-140	—	0,50	2,6
ТЧ-60	—	0,23	1,6

По формулам (1.9), (1.10), подставляя в них значения магнитной индукции, найденные из (1.14), (1.15), можно определить удельный показатель материала. В качестве примера в табл. 1.9 приведены значения показателей Π_P и Π_W для некоторых магнитных материалов, используемых в магнитопроводах трансформаторов мощностью $P=1000$ Вт при частоте $f=20000$ Гц, перегреве $\Delta T=50°$ С, и для реакторов энергоемкости $W=10$ В·А при тех же частоте и допустимом перегреве.

Аналогичная таблица может быть составлена проектировщиком при выборе магнитного материала для иных конкретных условий.

Рассмотренный способ выбора магнитных материалов пригоден для синусоидального и периодического несинусоидального воздействия. Если $T_и/t_и \leqslant 3$ ($t_и$ — длительность импульса, $T_и$ — период повторения импульсов), выбор материала можно производить по первой гармонике воздействующего напряжения или тока ($f=1/T_и$). Если $T_и/t_и > 3$, то воздействие рассматривают как импульсное, при этом приблизительно для однополярных импульсов $f_э \approx 1/2t_и$; для двуполярных $f_э \approx 1/t_и$, где $f_э$ — частота эквивалентной синусоиды.

2. Расчет индуктивности

2.1. Методы расчета индуктивностей

Индуктивностью (коэффициентом самоиндукции) называют коэффициент пропорциональности между током и возбуждаемым им потокосцеплением. Если речь идет об отношении потокосцепления одного из двух контуров к силе обусловливающего его тока в другом контуре, то говорят о взаимной индуктивности (коэффициенте взаимной индукции).

Поскольку индуктивность, как это следует из определения, зависит от распределения тока в проводниках, при ее расчете надо учитывать влияние частоты. Под низкой частотой понимается такая, при которой можно пренебречь неравномерностью распределения тока по сечениям проводов; длина электромагнитной волны при этом значительно больше линейных размеров сечения. Под весьма высокой частотой понимают частоту, длина волны которой значительно меньше размеров поперечного сечения провода; при этом ток можно считать сосредоточенным в поверхностном слое нулевой толщины. Высокие частоты занимают промежуточное положение.

С практической точки зрения целесообразно рассмотреть отдельно методы расчета индуктивности воздушных контуров, катушек с замкнутыми сердечниками и катушек с сердечниками, имеющими воздушный зазор.

Воздушные контуры. Под воздушными контурами подразумевают такую систему проводов, для которых магнитная проницаемость равна проницаемости окружающей среды. Расчет в общем случае сводится к следующему. Задаваясь токами в рассматриваемых контурах, разбивают каждый из токов на элементарные нити и на основе закона Био — Савара определяют индуктивность в выбранной точке поля. По ее значению находят поток, сцепляющийся с какой-нибудь нитью тока, затем вычисляют полный магнитный поток, сцепляющийся с рассматриваемым контуром и определяемый соответствующим током.

Если справедливо предположение, что ток распределен равномерно по сечению или по поверхности проводника, применяют вариант метода, заключающийся в следующем. Поток, сцепляющийся с какой-нибудь нитью тока, выражают как сумму потоков взаимной индукции, создаваемых другими нитями, причем суммирование должно быть распространено на все нити данного контура при вычислении индуктивности и на все нити другого контура при вычислении взаимной индуктивности. При этом получают выражения, содержащие в явном виде указания на необходимые математические операции.

Таким образом, имеем

$$L = \frac{1}{i^2} \int\limits_i di' \int\limits_i \overline{M} di'';\tag{2.1}$$

$$M = \frac{1}{i_1 i_2} \int\limits_{i_1} di' \int\limits_{i_2} \overline{M} di'';\tag{2.2}$$

$$\overline{M} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint\oint \frac{dl'\, dl''}{L} \cos\theta,\tag{2.3}$$

где L и M — собственная и взаимная индуктивности; di — нити тока; dl — элементы длины нитей; θ — угол между элементами; μ_0 — магнитная постоянная.

Сложность расчетов приводит к тому, что вышеприведенным методом определяют индуктивность либо проводов простой формы, либо участков, составляющих сложные контуры. В последнем случае индуктивность контура состоит из суммы индуктивностей всех участков и двойной суммы взаимной индуктивности между участками, т. е.

$$L = \sum_{k=1}^{n} L_k + \sum_{k=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} M_{ki} \quad (k \neq i),\tag{2.4}$$

где n — число участков.

Из-за сложности вычислений в общем случае часто вводят упрощающие предположения (например, малость одних размеров по сравнению с другими), вспомогательные приемы (например, принцип наложения), а также применяют численные методы.

Одним из наиболее эффективных методов является принцип Максвелла: индуктивность плоского контура из провода постоянного сечения при равномерном распределении тока по сечению равна взаимной индуктивности между двумя одинаковыми эквидистантными нитями, имеющими такую же форму и размеры, как ось рассматриваемого контура, и отстоящими друг от друга на расстоянии, равном среднему геометрическому расстоянию площади сечения провода от самой себя. Средним геометрическим расстоянием площади S от самой себя называется величина, определяемая по формуле

$$g = \exp\left(\frac{1}{S^2} \int\limits_S \int\limits_S \ln \eta \, dS' \, dS''\right),\tag{2.5}$$

где η — расстояние между какими-либо элементами площади dS' и dS'', принадлежащими одной и той же фигуре.

Применение этого принципа дает для подавляющего большинства практических расчетов (линейных проводов и катушек) удовлетворительный по точности приближенный результат; в частном случае — для системы двух бесконечных прямолинейных проводов — результат получается точным.

Получение расчетных соотношений для индуктивности возможно на основе и иных соображений. По определению индуктивность

$$L = \psi / I = w^2 G,\tag{2.6}$$

где I — ток; ψ — обусловленное им потокосцепление; w — число витков; G — некоторая величина, являющаяся функцией геометрических размеров системы и имеющая размерность магнитной проводимости.

Если частные потоки сцепляются со всеми витками, то для расчета индуктивности берется проводимость пространства, в котором распространяется суммарный поток.

На практике, однако, необходимо суммировать отдельные величины потокосцеплений, т. е. находить индуктивность как сумму, каждое слагаемое которой есть произведение проводимости для какого-то частного потока на квадрат числа витков, с которыми этот поток сцепляется.

Таким образом,

$$L \approx \sum_{k=1}^{n} w_k^2 G_k, \qquad (2.7)$$

где G_k — проводимость для k-го потока, сцепленного с w_k витками.

Вычисление частных проводимостей в общем случае является весьма сложной задачей, поэтому приходится прибегать к приближенным методам аппроксимации возможных путей потока объемами простой геометрической формы.

Часто на практике приходится определять индуктивность катушек, для которых расчет имеет некоторые особенности. Во-первых, катушки можно рассматривать как сложные контура в форме спирали, витки которой имеют ход в осевом или поперечном направлении к оси. Пренебрежение спиральностью витков приводит к незначительной погрешности и весьма облегчает расчет; в связи с этим такое допущение при практических расчетах делается всегда. Во-вторых, при расчете индуктивности катушек необходимо учитывать наличие неполного заполнения, т. е. вводить поправку на расстояние между витками (в частности, на изоляцию).

Расчет индуктивностей катушек выполняют по одному из двух методов: суммирования или массивного витка. Метод суммирования, заключающийся в учете частичных собственных и взаимных индуктивностей отдельных витков, не имеет явных преимуществ и применяется довольно редко (главным образом для численных расчетов катушек сложной формы). Методом массивного витка сравнивают индуктивность рассматриваемой катушки с индуктивностью массивного витка, имеющего такую же форму и размеры, при этом предполагая, что коэффициент заполнения равен единице. Таким образом находят расчетную индуктивность, к которой затем вычисляют поправки на изоляцию.

Выражения для поправок зависят от формы витков, их поперечных сечений и типа обмотки. Для их нахождения учитывают реальные расстояния между витками и влияние этого расстояния на собственные и взаимные индуктивности витков. Следует отметить, что поправки играют роль лишь при определении собственной индуктивности; на взаимную индуктивность они практически не влияют.

Катушки с замкнутыми магнитопроводами (сердечниками). Расчет индуктивности катушек в магнитопроводах замкнутой формы осуществляют по общим соотношениям для магнитных цепей. В конечном своем виде эти соотношения отличаются от результатов, полученных для воздушных катушек, наличием множителя, учитывающего свойства сердечника и равного его магнитной проницаемости.

Для получения практических формул принимают, как правило, что весь магнитный поток проходит через магнитопровод (без утечек и рассеяния), а средняя магнитная силовая линия пронизывает центры масс поперечных сечений магнитной цепи (т. е. совпадает со средней линией магнитопровода). Исключением являются особые случаи, например катушки на сердечниках тороидальной формы с неполной обмоткой.

Если для какой-либо цепи возможно интегральное определение формализованной магнятной проводимости (или сопротивления), для вычисления индуктивности можно использовать (2.7), связывающую индуктивность с магнитным сопротивлением $R_М$, в виде

$$L = w^2/R_М = \mu_а S_М/l_М, \qquad (2.8)$$

где $S_М$ — площадь поперечного сечения магнитопровода; $l_М$ — длина средней магнитной силовой линии; $\mu_а$ — абсолютная магнитная проницаемость материала сердечника.

Если магнитопровод составлен из участков с различными магнитными характеристиками, то последовательно-параллельное соединение преобразуется по правилам, действующим для обычных сопротивлений.

Для сердечников сложной конфигурации можно ввести понятие эквивалентных размеров (длины и сечения), которые подставляются в общие расчетные формулы. Эквивалентные размеры учитывают особенности формы сердечника и их вычисляют из предположения, что средняя длина пути потока для угла детали равна среднему круговому пути, соединяющему центры площадей двух смежных однородных сечений, а площадь поперечного сечения, связанная с этой длиной, берется как средняя площадь двух смежных однородных сечений.

В особых случаях эквивалентные размеры находят экспериментально. Это относится, в частности, к броневым сердечникам, часто используемым с воздушными зазорами (для цилиндрических броневых сердечников без зазора аналитические соотношения для расчета индуктивности можно получить на основе принципа обращенного тора).

Для магнитопроводов с малыми воздушными зазорами полностью применимы все формулы и методы, употребляемые для замкнутых магнитопроводов, при замене магнитной проницаемости материала сердечника на некоторую величину, называемую проницаемостью сердечника. Проницаемость сердечника вычисляют по увеличению магнитного сопротивления за счет введения малого зазора; заметим, что индуктивность обратно пропорциональна магнитному сопротивлению (при прочих равных условиях). Отношение магнитных сопротивлений зазора и магнитопровода называют коэффициентом размагничивания.

Под малыми зазорами понимают такие, ширина которых много меньше любого линейного размера поперечного сечения магнитопровода. Для таких случаев расчетные формулы выводят в предположении, что поле в зазоре близко к однородному и потоки рассеяния пренебрежимо малы по сравнению с рабочим потоком. При этом используют связь между индуктивностью и магнитным сопротивлением, рассматривая магнитную цепь, состоящую из двух участков с разными магнитными сопротивлениями, причем сечение зазора принимают равным сечению полюсов; длину магнитного пути по зазору принимают равной расстоянию между полюсами.

Катушки с сердечниками, имеющими воздушный зазор. Для магнитопроводов с большим воздушным зазором необходимо учитывать отклонение распределения поля в зазоре от идеализированного. При этом магнитные сопротивления для основного потока и потока рассеяния становятся соизмеримыми, и расчетные формулы существенно усложняются.

Поэтому для таких катушек применяют различные приближенные методы, основанные либо на аппроксимации картины поля простыми геометрическими фигурами, либо на выборе так называемых расчетных полюсов, либо на использовании картин плоскопараллельных полей.

На практике удобно применять метод эквивалентного зазора, позволяющий использовать все формулы для сердечников с малыми зазорами. При этом эквивалентным зазором называют такой, который имеет ту же проводимость, что и реальный, а геометрия его определяется сечением полюсов магнитопровода и некоторой эквивалентной длиной. Эквивалентную длину находят из условия равенства проводимостей на основе аппроксимации возможных путей потока.

Применительно к элементам радиоэлектронных цепей случай больших зазоров встречается сравнительно редко (исключение — катушки на стержневых сердечниках), и большая точность расчетов при этом не требуется. Индуктивность катушек на стержневых сердечниках определяют с помощью магнитной проницаемости тела (сердечника), выражаемой через коэффициент размагничивания. В этом случае коэффициент размагничивания равен проводимости (формально введенной) окружающего сердечник пространства при условии, что весь поток проходит через торцы сердечника.

Если известен для данного сердечника коэффициент размагничивания, то индуктивность катушки легко найти путем рассмотрения магнитной цепи, состоящей из двух участков с известными магнитными сопротивлениями.

В тех случаях, когда для расчетов используют коэффициент размагничивания, в формулы вместо μ_r подставляют $\mu_{\text{О}}$ (относительную магнитную проницаемость сердечника)

$$\mu_{\text{О}} = \frac{\mu}{1 + (\mu_r - 1)\, N/4\pi}, \tag{2.9}$$

где N — коэффициент размагничивания.

Основная сложность заключается в определении коэффициентов размагничивания, зависящих в общем случае от геометрических размеров сердечника, магнитных свойств материала сердечника и характера распределения намагничивающего поля катушки.

В связи с тем, что аналитическое нахождение коэффициентов размагничивания весьма трудоемко и не всегда возможно, на практике используют табулированные значения (часто определяемые экспериментально). Во всех случаях коэффициенты размагничивания вычисляют в предположении равномерного внешнего намагничивающего поля.

С точки зрения значения коэффициента размагничивания однородность поля для сердечников с высокой проницаемостью достигается при длине намагничивающей обмотки, равной длине сердечника. Расчет индуктивности катушки со стержневым сердечником, длина которого больше длины обмотки (т. е. в случае заведомо неоднородного намагничивающего поля), представляет собой практически неразрешимую задачу. Ее решают приближенно, делая упрощающие допущения, касающиеся характера распределения магнитного потенциала и толщины обмотки.

На основе вышеизложенных методов получены формулы для расчета индуктивностей конкретных типов элементов и в последующих параграфах настоящей главы они приведены для наиболее часто встречающихся частных случаев. Формулы применимы как для индуктивностей элементов цепей, так и для паразитных индуктивностей.

Пример 2.1. Определить взаимную индуктивность двух одинаковых параллельных проводов (нитей тока), имеющих длину l и расположенных так, что их концы находятся на двух вертикальных линиях, перпендикулярных проводам.

Из формулы (2.3) следует

$$M=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_0^l\int_0^l\frac{dx_1\,dx_2}{D},$$

где x_1 и x_2 — координаты, отсчитываемые вдоль проводов от общего перпендикуляра к ним (от конца провода); D — расстояние между элементами dx_1 и dx_2:

$$D=\sqrt{(x_2-x_1)^2+a^2};$$

a — расстояние между проводами.

Ввиду параллельности соответствующих элементов длины $dl'dl''\cos\theta = dx_1dx_2$.

После интегрирования, подстановки пределов и упрощений получаем

$$M=\frac{\mu_0 l}{2\pi}\left(\ln\frac{l+\sqrt{l^2+a^2}}{a}-\frac{\sqrt{l^2+a^2}}{a}+\frac{a}{l}\right).$$

При $l\gg a$

$$M=\frac{\mu_0 l}{2\pi}\left(\ln\frac{2l}{a}-1+\frac{a}{l}-\frac{1}{4}\frac{a^2}{l^2}+\ldots\right),$$

а если отношением a/l можно пренебречь по сравнению с единицей, то

$$M=\frac{\mu_0 l}{2\pi}\left(\ln\frac{2l}{a}-1\right).$$

Пример 2.2. Определить индуктивность прямолинейного провода постоянного по длине сечения при низкой частоте: предполагается, что длина провода l значительно больше линейных размеров его поперечного сечения S.

Исходя из (2.1) и учитывая, что при низкой частоте $di/i=ds/S$, получаем

$$L=\frac{1}{S_k^2}\int_{S_k}\int_{S_k}\bar{M}_k\,ds'\,ds''.$$

(индекс k относится к участку провода), Сделанное предположение о соотношении длины и линейного размера поперечного сечения провода позволяет пользоваться для $\bar{M}_k$ последней формулой примера 2.1.

Так как от положения нитей тока зависит только член, содержащий a, можно записать

$$L = \frac{\mu_0 l}{2\pi}\left(\ln 2l - 1 - \frac{1}{S^2}\int\limits_S\int\limits_S \ln a ds' ds''\right).$$

Последний член в скобках представляет собой логарифм среднего геометрического расстояния g площади S от самой себя.

Следовательно,

$$L = \frac{\mu_0 l}{2\pi}\left(\ln\frac{2l}{g} - 1\right);$$

для провода кругового сечения радиуса r $\ln g = \ln r - 0{,}75$ и $L = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\ln\frac{l}{r} - 0{,}06\right)$.

2.2. Индуктивность воздушных катушек и тел специальной формы

В настоящем параграфе приведены формулы для расчета индуктивности элементов, для которых магнитная проницаемость равна проницаемости окружающего пространства. Под общим названием «тела специальной формы» объединены элементы, не являющиеся катушками в собственном смысле, но входящие в состав цепей РЭА (провода, электроды, кабели и т. п.). Предполагается, что проводники выполнены из немагнитного материала.

Все линейные размеры приведены в сантиметрах, индуктивность — в микрогенри. В дальнейшем, если это не оговаривается особо, размерность величин приводится в СИ.

Однослойная воздушная катушка со сплошной намоткой:

$$L = \frac{10^{-2} dw^2}{l/d + 0{,}44} \quad \text{при } 0{,}3 < \frac{l}{d} \leqslant 5,$$

где d — диаметр катушки; l — длина катушки; w — число витков катушки;

$$L = 10^{-3} dw^2 k \quad \text{при } l/d > 5.$$

Значения k в зависимости от отношения d/l приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Зависимость k от геометрических размеров катушки d, l

d/l	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10	0,11	0,12
k	0,483	0,577	0,671	0,763	0,855	0,946	1,037	1,126
d/l	0,13	0,14	0,15	0,16	0,17	0,18	0,19	0,20
k	1,215	1,303	1,390	1,477	1,563	1,648	1,732	1,816

Поправку на шаг намотки для однослойных катушек (к значениям, вычисленным по формулам для сплошной намотки) определяют по следующей формуле:

$$\Delta L = 2\pi w d (\Delta_1 + \Delta_2) \cdot 10^{-3},$$

где d — средний диаметр катушки; w — число витков катушки.

Значения поправок Δ_1 и Δ_2 находят по табл. 2.2, 2.3. Обозначения в таблицах: p — шаг намотки; $d_м$ — диаметр провода по меди; b, c — длина и ширина ленты соответственно.

Индуктивность однослойной катушки со сплошной намоткой может быть приближенно определена также по номограмме рис. 2.1.

Многослойная воздушная катушка:

$$L = \frac{8 \cdot 10^{-2} w^2 d_{ср}^2}{3 d_{ср} + 9h + 10t} - \Delta L,$$

где $d_{ср}$ — средний диаметр катушки; h — высота катушки; t — радиальная ширина намотки; ΔL — поправка на заполнение:

$$\Delta L = 2\pi w d_{ср} [\ln (d_{из}/d_м) + 0,1] \cdot 10^{-3},$$

где $d_{из}$ — диаметр провода в изоляции; $d_м$ — диаметр провода по меди.

Приближенный расчет (без учета поправки на заполнение) можно выполнить по номограмме рис. 2.2 или по формуле

$$L \approx 20\mu_0 w^2 d_{ср}^2 / 3\pi [d_{ср} + 3(h + t)].$$

Катушка со спиральной намоткой ленточным проводом. Расчет индуктивности практически совпадает с расчетом L для многослойной катушки с теми же наружным и внутренним диаметрами, высотой и коэффициентом заполнения. Вместо числа витков в формулу подставляют число слоев ленточной катушки.

Соленоид на каркасе прямоугольного сечения:

$$L = 8 \cdot 10^{-3} w^2 (a + b) k_1 \text{ при } l/b \leqslant 1;$$

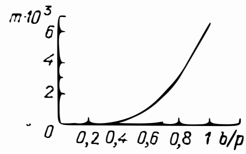
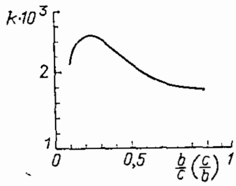
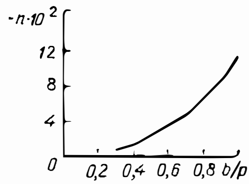
Таблица 2.2

Определение поправок Δ_1 и Δ_2 для круглого провода

Δ_1	Δ_2				
Формула для подсчета	Число витков катушки				
	10	20	30	40	50
$\ln \frac{p}{d_м} - 0,6$	−0,266	−0,296	−0,308	−0,314	−0,318
Δ_1	Δ_2				
Формула для подсчета	Число витков катушки				
	60	80	100	200...300	5000...10000
$\ln \frac{p}{d_м} - 0,6$	−0,321	−0,325	−0,327	−0,333	−0,336

Таблица 2.3

Формулы для расчета поправок Δ_1 и Δ_2 для ленточных проводов

Вид провода	Δ_1	Δ_2
Тонкая лента ($c \leqslant 0{,}1\, b$)		$k - 2\frac{w-1}{w} n + \frac{1}{6}\left(\frac{b}{p}\right)^2 \times \left(0{,}6 - \frac{\ln w + 0{,}6}{w}\right) + \frac{1}{30} \times \left(\frac{b^4}{p^4} - 2{,}5\frac{b^2c^2}{p^4}\right)\left(0{,}08 - \frac{0{,}2}{w}\right)$, значения n по графику 
Лента квадратного сечения ($b=c$)	$\ln\frac{p}{b+c} - k$, значение k по графику 	$k - 2\frac{w-1}{w} m - 0{,}2\left(\frac{b}{p}\right)^4 \times \left(0{,}08 - \frac{0{,}2}{w}\right)$, значение m по рисунку 

a, b — стороны поперечного сечения каркаса, $a<b$; l — длина катушки; k_1 — на рис. 2.3;

$$L = 4\pi \cdot 10^{-3} w^2 \frac{ab}{l} k_2 \text{ при } \frac{l}{b} \geqslant 1;$$

где $k_2 = 1 - \alpha_1\gamma + \alpha_2\gamma^2$; $\gamma = b/l$.

Значения поправок α_1 и α_2 приведены в табл. 2.4.

Погрешность расчетов индуктивности для $l/b \geqslant 1$ определяют по рис. 2.4, где ε — верхняя оценка относительной погрешности.

Для некоторых сочетаний l/b и a/b значения k_2 приведены на рис. 2.5.

Плоские катушки со спиральной намоткой.

1. Катушка с круглыми витками:

$$L = 0{,}1\, w^2 d_{\text{ср}} \frac{a}{4a + 11} \text{ при } a = \frac{d_{\text{ср}}}{t};$$

$$L = 2 \cdot 10^{-3} w^2 d_{\text{ср}} k \text{ при } a \leqslant 10,$$

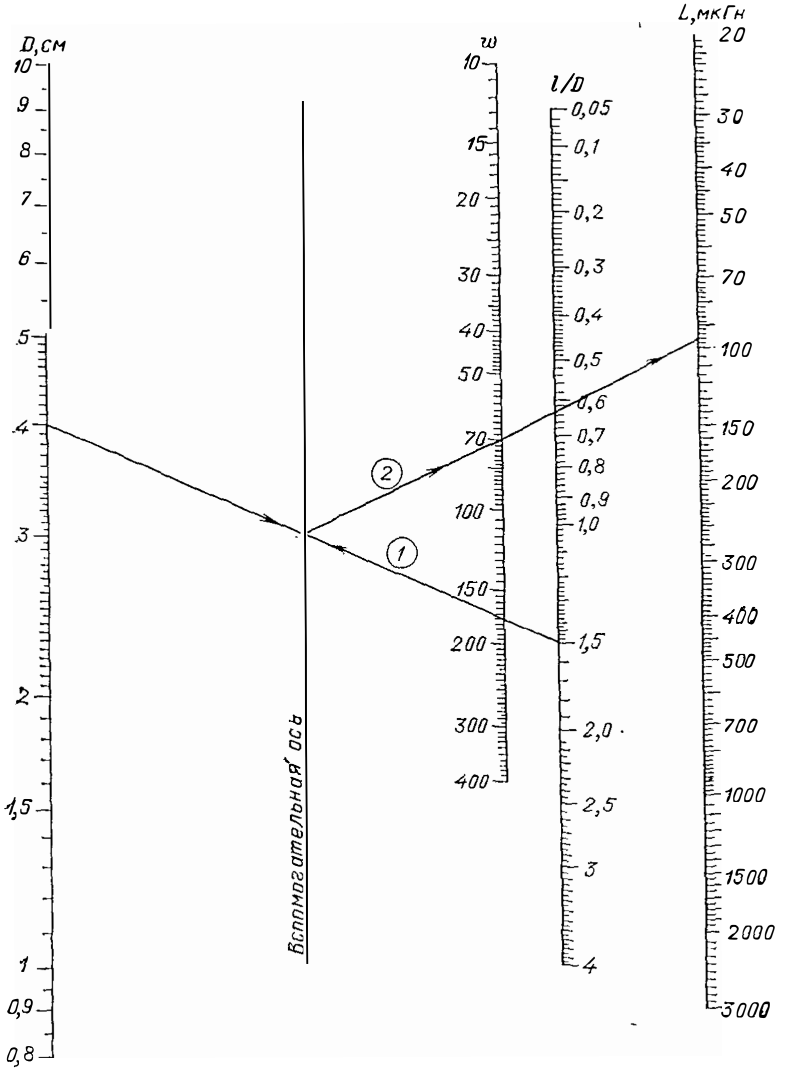


Рис. 2.1. Номограмма для расчета индуктивности однослойной катушки

где $d_{ср}$ — средний диаметр намотки; t — радиальная ширина намотки; k — на рис. 2.6.

2. Катушка с квадратными витками:

$$L = 0{,}128\, a_{ср} \sqrt[3]{w^5}\, (\ln 8\, a_{ср}/t),$$

где $a_{ср}$ — длина средней стороны квадрата.

Если $t \ll a_{ср}$, то можно использовать формулу

$$L = 8 \cdot 10^{-3}\, w^2 a_{ср} [\ln (a_{ср}/t) + 0{,}726].$$

Таблица 2.4

Значения поправок α_1 и α_2

a/b	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
α_1	0,112	0,183	0,238	0,285	0,325	0,361	0,393	0,422	0,449	0,473
α_2	0,016	0,032	0,048	0,064	0,080	0,096	0,111	0,127	0,143	0,159

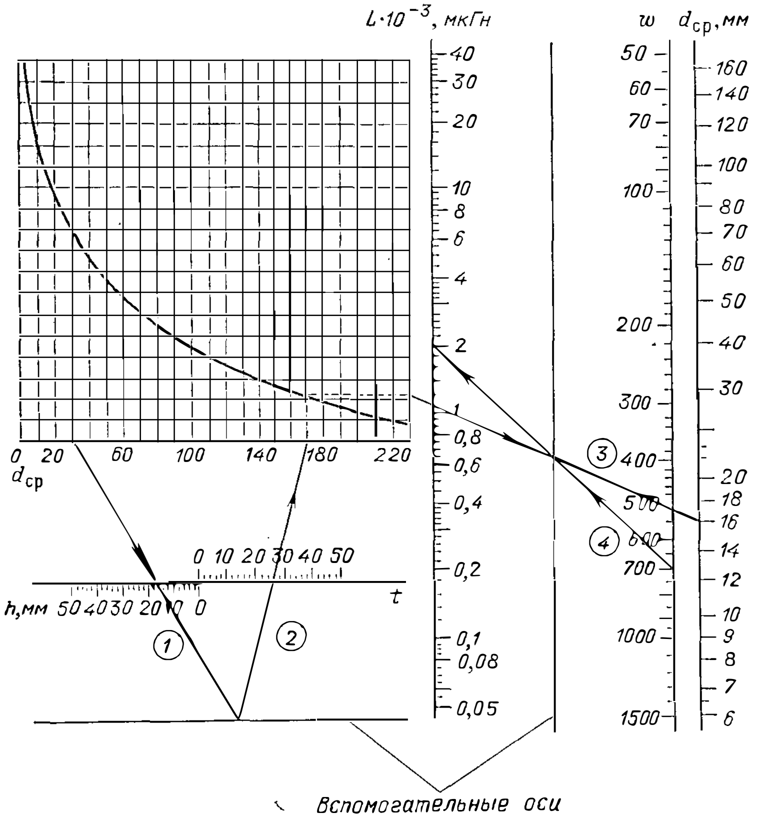


Рис. 2.2. Номограмма для расчета индуктивности многослойной катушки

3. Поправка на шаг намотки

$$\Delta L = 0{,}5\, w d_{\text{ср}} (\Delta_1 + \Delta_2)\, 10^{-3};$$

$$\Delta_1 = \ln (p/d_{\text{м}}) - 0{,}6,$$

где p — шаг намотки; $d_{\text{м}}$ — диаметр провода по меди (или диаметр равновеликого сечения); Δ_2 — в табл. 2.3.

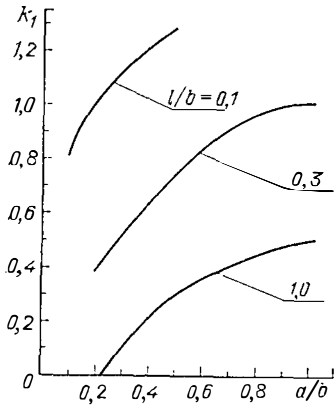


Рис. 2.3. Поправка для расчета индуктивности соленоида прямоугольного сечения

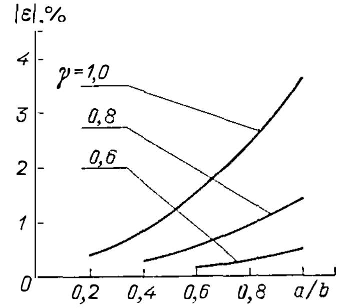


Рис. 2.4. Погрешность расчета индуктивности соленоида

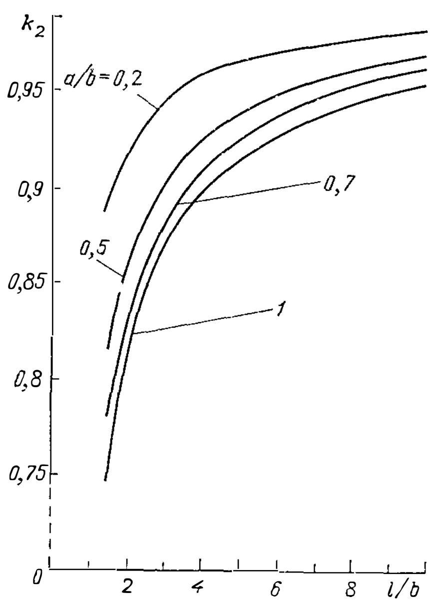
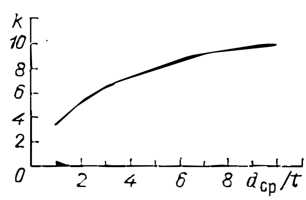


Рис. 2.5. Коэффициенты для расчета индуктивности соленоида

Рис. 2.6. Коэффициенты для расчета индуктивности плоских катушек



Плоские контуры:

1. Круговое кольцо из провода круглого сечения:

$$L = 2\pi \cdot 10^{-3} D\,[\ln (D/d) + 0{,}08],$$

где D — диаметр кольца по центру сечения; d — диаметр провода.

Формулой можно пользоваться и при высоких частотах. Погрешность расчетов уменьшается пропорционально второй степени отношения D/d и не превосходит 2% при $D/d \geqslant 5$ для низких и средних частот и при $D/d \geqslant 10$ для высоких частот.

2. Круговое кольцо из провода квадратного сечения:

$$L = 2\pi 10^{-3} D [\ln (D/a) + 0,19];$$

где a — сторона поперечного сечения провода.

При высоких частотах

$$L = 2\pi 10^{-3} D [\ln (D/a) + 0,12].$$

3. Круговое кольцо из тонкой ленты:

$$L = 2\pi 10^{-3} D [\ln (D/a) + 0,89],$$

где a — ширина ленты.

4. Контур в виде правильного многоугольника (при условии, что длина провода значительно больше периметра его сечения):

$$L = 2 \cdot 10^{-3} l (\ln A - B),$$

где l — длина провода; $A = 4l/d$ — для круглого провода с диаметром d; $A = 2l/(a+b)$ — для провода прямоугольного сечения со сторонами a и b; B — коэффициент, зависящий от числа сторон n. Его значения приведены в табл. 2.5.

Формулой можно пользоваться также для расчета индуктивности кругового витка, принимая $B=2{,}451$.

Одиночный прямолинейный провод:

1. Провод круглого сечения.

На низких частотах

$$L = 2 \cdot 10^{-3} l [\ln (l/d) + 0,636] \text{ при } l/d \geqslant 5,$$

где l — длина провода; погрешность расчета по формуле не более 5%;

$$L = 2 \cdot 10^{-3} l [\ln (l/d)] + 0,452\, d/l - 0,062\, d^2/l^2 + 0,636] \text{ при } l/d < 5.$$

При высоких частотах

$$L = 2 \cdot 10^{-3} l [\ln (l/d) + 0,386] \text{ при } l/d \geqslant 5,$$

погрешность формулы не более 6%;

$$L = 2 \cdot 10^{-3} l [\ln (l/d) + 0,638\, d/l - 0,125\, d^2/l^2 + 0,386] \text{ при } l/d < 5.$$

2. Провод прямоугольного сечения.

На низких частотах

$$L = 2 \cdot 10^{-3} l \left(\ln \frac{l}{a+b} + 1,2 \right),$$

где a, b — стороны поперечного сечения провода.

Приближенно на высоких частотах

$$L \simeq 2 \cdot 10^{-3} l [\ln (l/a) + 0,22] \text{ при } a = b;$$

$$L \simeq 2 \cdot 10^{-3} l [\ln (l/a) + 0,08] \text{ при } a \ll b.$$

Таблица 2.5

Зависимость коэффициента B от числа сторон многоугольника

n	B
3	3,197
4	2,853
5	2,712
6	2,636
8	2,561

Таблица 2.6

Зависимость k от геометрических размеров катушки

d/D	k	d/D	k
0,0	0,779	0,6	0,878
0,1	0,782	0,7	0,906
0,2	0,793	0,8	0,936
0,3	0,809	0,9	0,967
0,4	0,829	1,0	1,000
0,5	0,852		

3. Полый провод круглого сечения:

$$L = 2\cdot 10^{-3}\, l\,[\ln (l/k\,D) + 0{,}386]\,,$$

где D — наружный диаметр провода; d — внутренний диаметр провода; k — коэффициент, значения которого приведены в табл. 2.6.

На высоких частотах формула остается справедливой, если принять $k=1$.

4. Полый провод квадратного сечения.

На низких частотах

$$L = 2\cdot 10^{-3}\, l\left(\ln\frac{l}{a} + \frac{2}{3}\,\frac{t}{a} + 0{,}234\right).$$

На высоких частотах

$$L = 2\cdot 10^{-3}\, l\,[\ln (l/a) + 0{,}22]\,,$$

где l — длина провода; a — внешняя сторона контура поперечного сечения; t — толщина стенки ($t \leqslant a/3$).

Система прямолинейных проводов:

1. Два параллельных провода (прямой и обратный).

а) Для проводов круглого сечения одинакового диаметра на низких частотах

$$L = 4\cdot 10^{-3}\left(l\ln\frac{2t}{d} - t\right).$$

На высоких частотах

$$L = 2\cdot 10^{-3}\, l\,\mathrm{Arch}\,(2\,t^2/d^2 - 1)\,,$$

где t — расстояние между осями проводов; d — диаметр провода; l — длина провода.

б) для одинаковых проводов прямоугольного сечения на низких частотах

$$L = 4\cdot 10^{-3}\left(l\ln\frac{t}{a+b} - t + 1{,}25\, l\right),$$

где t — расстояние между центрами сечений; a и b — стороны сечения.

На высоких частотах значение индуктивности можно найти по графику рис. 2.7.

Вышеприведенные формулы справедливы при $\dfrac{l}{d} \geqslant 20$ или $\dfrac{l}{(a+b)} \geqslant 20$.

Для проводов круглого сечения с разными диаметрами приближенно можно вычислить индуктивность по этим формулам, если принять d равным среднему геометрическому реальных диаметров.

в) для проводов различных сечений

$$L = L_1 + L_2 - 2\,M,$$

где L_1 и L_2 — индуктивности каждого провода; M — взаимная индуктивность.

2. Проводник — земля. Индуктивность определяют по формулам п. 1; значение ее вдвое меньше, чем вычисленное для системы прямого и обратного проводов при $t=2h$ (h — расстояние до поверхности земли).

Формулы справедливы при $h \gg \lambda_з$ ($\lambda_з$ — длина волны электромагнитных колебаний в земле).

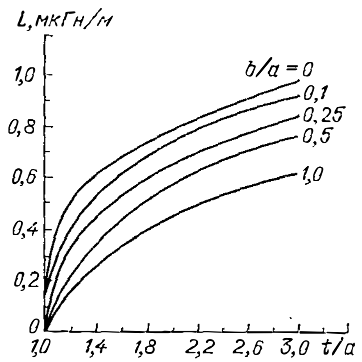


Рис. 2.7. Индуктивность проводов прямоугольного сечения при высокой частоте

Для приближенных расчетов

$$L = 2 \cdot 10^{-3}\, l\,[\ln (L/d) + 1{,}386].$$

3. Коаксиальный кабель:

$$L = 2 \cdot 10^{-3}\, l\,[\ln (D/d) + k],$$

где l — длина кабеля; D — внутренний диаметр наружного цилиндра; d — внешний диаметр внутреннего цилиндра; k — коэффициент, зависящий от частоты.

В первом приближении можно принять $k=0{,}25$ при низких и средних частотах и $k=0$ при высоких частотах.

4. Пучок равноудаленных параллельных проводов (ориентировочно):

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi}\, l \left(\ln \frac{l}{\sqrt[n]{d R^{n-1}}} - K \right),$$

где n — число проводов; d — диаметр отдельного провода; R — радиус размещения проводов (расстояние от центра пучка до центра любого провода);

$$K = (0{,}942 + \ln n)/2n + 0{,}154.$$

Значения K в зависимости от числа проводов n приведены в табл. 2.7.

Таблица 2.7

Зависимость K от числа проводов n

n	2	3	4	5	7	10	12	15
K	0,56	0,49	0,44	0,41	0,36	0,31	0,30	0,28

Конденсаторные секции.

1. Плоская конденсаторная секция:

$$L = 4\pi \cdot 10^{-3}\, ld/b,$$

где l — длина электрода; d — толщина диэлектрика; b — ширина электрода.

Предполагается, что $b \gg d \gg a$ (a — толщина электрода).

Если имеет место только неравенство $d \ll b \gg a$, то

$$L = 4{,}2 \cdot 10^{-3}\, l\,[(2a + 3d)/b].$$

Формулы соответствуют совмещению выводов от обеих обкладок.

Если выводы смещены один относительно другого по длине обкладки, то индуктивность секции определяют по эквивалентной схеме, расчет которой дан в специальной литературе.

2. Плоская конденсаторная секция, состоящая из нескольких параллельно соединенных элементов:

$$L = 2 \cdot 10^{-3}\, l\,(\ln k + 0{,}223/k + 1{,}193),$$

где l — длина секции (в направлении между торцами обкладок); $k = l/(a+b)$, где a и b — ширина и толщина секции.

3. Цилиндрическая намотанная секция с выступающими обкладками (так называемая безын-

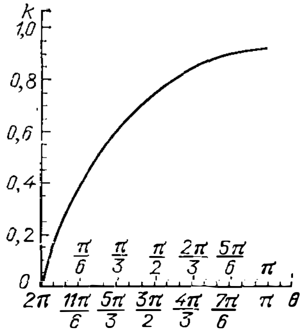


Рис. 2.8. Коэффициенты для расчета индуктивности и взаимной индуктивности

дукционная намотка). Расчет индуктивности можно проводить по формуле для провода круглого сечения, принимая, что l — длина секции (в направлении между торцами обкладок), d — наружный диаметр секции.

Провод кругового сечения, изогнутый по дуге окружности:

$$L = 2\cdot 10^{-3} R\,\{4 \sin(\theta/2) - 4k_1 + \theta\,[\ln(R/d) + k_2]\},$$

где R — радиус окружности, по дуге которой изогнут провод; θ — центральный угол, соответствующий длине провода; $0 \leqslant \theta \leqslant 2\pi$; d — диаметр провода; k_1 — коэффициент, значение которого приведено на рис. 2.8; $k_2 = 1{,}02$ для низких и средних частот; $k_2 = 0{,}77$ для высоких частот.

В частном случае, когда

$$\frac{2\pi - \theta}{2\pi} = \frac{\varphi}{2\pi} \ll 1,$$

$$L = 2\cdot 10^{-3} R\,\{\theta\,[\ln(R/d) + k_2] + \varphi\,(\ln\varphi - 0{,}386)\}.$$

2.3. Катушки индуктивности на замкнутых сердечниках

Сердечники тороидальной формы (табл. 2.8).

1. Обмотка на каркасе. При массовых измерениях магнитных параметров сердечников (например, для разбраковки) иногда используют разъемные обмотки, вмонтированные в каркас прямоугольного сечения, внутрь которого помещают тороидальные сердечники (табл. 2.8).

Связь между магнитной проницаемостью материала сердечника μ_r и индуктивностью катушки L в этом случае устанавливает формула

$$L = \mu_0 w^2 \frac{(\mu_r - 1)S + S_к}{\pi d_{к.ср}},$$

где S и $S_к$ — площади поперечных сечений сердечника и каркаса;

$$d_{к.ср} = \frac{D_к - d_к}{\ln(D_к/d_к)},$$

где $D_к$ и $d_к$ — наружный и внутренний диаметры каркаса.

Если разность между $D_к$ и $d_к$ невелика, то $d_{к.ср}$ можно определить по формуле

$$d_{к.ср} = (D_к + d_к)/2;$$

при этом дополнительная погрешность расчетов не превысит 5%, если $D_к/d_к \leqslant 2$, и 1%, если $D_к/d_к \leqslant 1{,}5$.

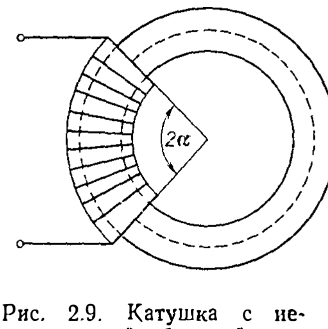


Рис. 2.9. Катушка с неполной обмоткой

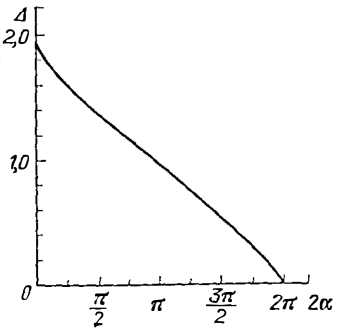
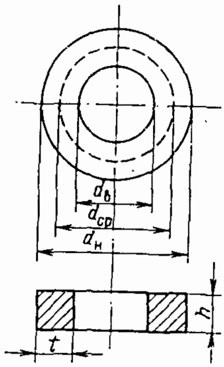
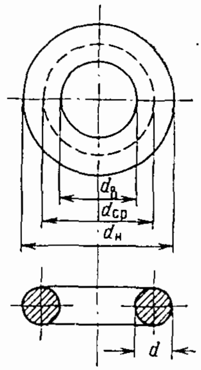
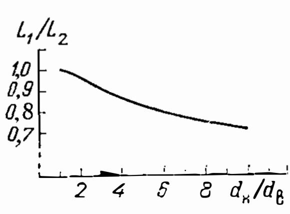
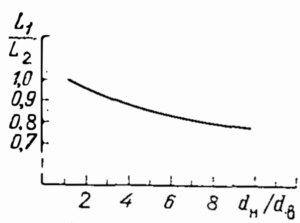


Рис. 2.10. Поправка для расчета индуктивности катушки с неполной обмоткой

Таблица 2.8

Расчет индуктивности катушек на сердечниках тороидальной формы

Вариант геометрии сечения	
	
Приближенные формулы	
$L_1 = \dfrac{\mu_а w^2 h t}{\pi d_{ср}}$	$L_1 = 0{,}5 \mu_а w^2 \dfrac{d^2}{d_н + d_в}$
Уточненные формулы	
$L_2 = \mu_а w^2 h \ln \dfrac{d_н}{d_в}$	$L_2 = \mu_а w^2 \dfrac{d^2}{(\sqrt{d_н} + \sqrt{d_в})^2}$
Отношение величин h, вычисленных по приближенным формулам, к величинам, вычисленным по уточненным формулам	
	

2. Неполная обмотка (рис. 2.9):

$$L = \mu_0 w^2 \left(\frac{\mu_r S}{l_{ср}} + 0{,}5 p_{ср} \Delta \right);$$

$$\Delta = \frac{(\pi - \alpha)^2 [2(\pi - \alpha) + \sin 2\alpha]}{8(1 + \cos\alpha)^2} + \frac{4{,}1 \cdot 10^{-2}}{\alpha^2} (1 - \cos 2\alpha);$$

где S — сечение магнитопровода; $l_{ср}$ — длина средней линии магнитопровода; $p_{ср}$ — периметр среднего витка.

Таблица 2.9

Значения поправки Δ

2α	0	$\pi/4$	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π
Δ	1,94	1,62	1,35	0,95	0,53	0

Значения Δ для некоторых частных случаев приведены в табл. 2.9. Графическое изображение функции $\Delta(\alpha)$ представлено на рис. 2.10.

Эквивалентные размеры. Ш-образные и цилиндрические броневые сердечники. Расчет индуктивности по (2.8) для катушек с различными сердечниками (кроме тороидальных) целесообразно осуществлять с помощью так называемых эквивалентных (эффективных) размеров. Ниже приведены эквивалентные значения длины средней магнитной силовой линии $l_э$ и поперечного сечения магнитопровода $S_э$, рекомендуемые для использования при расчетах по (2.8).

Рекомендации составлены по материалам Международной Электротехнической Комиссии (МЭК) применительно к наиболее часто встречающимся конфигурациям сердечников. Предполагается, как отмечалось выше, что величина потока одинакова для всех сечений и что поток по всему сечению распределен равномерно.

Приведенные результаты могут быть использованы также для сердечника с малым воздушным зазором, который учитывается при определении магнитной проницаемости сердечника.

Введем обозначения:

$$l_э = k_1^2/k_2\ ;\ S_э = k_1/k_2\ ; \qquad (2.10)$$

k_1 и k_2 — коэффициенты, характеризующие геометрию сердечника, выражения для которых приведены в табл. 2.10.

Для определения эффективных размеров деталей различной конфигурации, не приведенных в табл. 2.10, рекомендуется, как уже отмечалось, исходить из того, что средняя длина пути потока для угла детали равна среднему круговому пути, соединяющему центры площадей двух смежных однородных сечений, а площадь поперечного сечения, связанная с этой длиной, берется как средняя площадь двух смежных однородных сечений.

Если нет необходимости вычислять отдельно $l_э$ и $S_э$ (например, для определения объема), то индуктивность, в соответствии с (2.8) и (2.10), можно найти из выражения

$$L = \mu_а w^2/k_1,$$

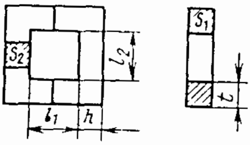
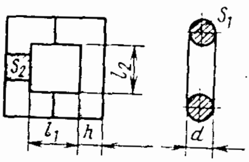
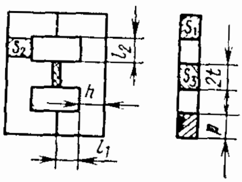
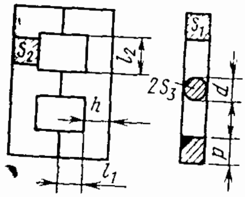
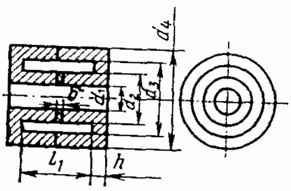
где k_1 имеет то же значение, что в (2.10), и его рассчитывают по выражениям, приведенным в табл. 2.10.

Из сердечников, для которых приведены формулы в табл. 2.10, в радиотехнической аппаратуре широкое распространение находят Ш-образные и цилиндрические броневые сердечники. Эти сердечники имеют сложную форму магнитной цепи; кроме того, их часто используют с воздушным зазором (на рисунках место зазора показано условно двойной штриховой), а цилиндрические броневые сердечники обычно и с подстроечником.

Сложная зависимость эквивалентных характеристик сердечников (в том числе и магнитной проницаемости) от всех этих факторов не позволяет вывести достаточно удобные и точные формулы для расчета индуктивности и добротности катушек с учетом размера зазора и других величин. Поэтому первоначальное ориентировочное определение индуктивности катушек на этих сердечниках может быть выполнено на основе материалов настоящего раздела, а уточнение расчетов, нахождение условий получения оптимальной добротности и других параметров требуют обращения к экспериментальной методике.

Таблица 2.10

Формулы для вычисления k_1 и k_2

Тип сердечника	k_1	k_2
	$\frac{2l_1}{S_1}+\frac{2l_2}{S_2}+\frac{\pi(t+h)}{S_1+S_2}$	$\frac{2l_1}{S_1^2}+\frac{2l_2}{S_2^2}+\frac{2\pi(t+h)}{(S_1+S_2)^2}$
	$\frac{2l_1}{S_1}+\frac{2l_2}{S_2}+\frac{\pi(d+h)}{S_1+S_2}$	$\frac{2l_1}{S_1^2}+\frac{2l_2}{S_2^2}+\frac{2\pi(d+h)}{(S_1+S_2)^2}$
	$\frac{l_1}{S_1}+\frac{l_2}{S_2}+\frac{l_1}{S_3}+\frac{\pi}{4}\left(\frac{p+h}{S_1+S_2}+\frac{t+h}{S_2+S_3}\right)$	$\frac{l_1}{S_1^2}+\frac{l_2}{S_2^2}+\frac{l_1}{S_3^2}+\frac{\pi}{2}\times\left[\frac{p+h}{(S_1+S_2)^2}+\frac{t+h}{(S_2+S_3)^2}\right]$
	$\frac{l_1}{S_1}+\frac{l_2}{S_2}+\frac{l_1}{S_3}+\frac{\pi}{4}\left(\frac{p+h}{S_1+S_2}+\frac{0{,}6d+h}{S_2+S_3}\right)$	$\frac{l_1}{S_1^2}+\frac{l_2}{S_2^2}+\frac{l_1}{S_3^2}+\frac{\pi}{4}\times\left[\frac{p+h}{(S_1+S_2)^2}+\frac{0{,}6d+h}{(S_2+S_3)^2}\right]$
	$k_1=\frac{4l_1}{\pi(d_4^2-d_3^2)}+\frac{\ln\frac{d_3}{d_2}}{\pi h}+\frac{4l_1}{\pi(d_2^2-d_1^2)}+\frac{d_4-d_3+2h}{d_4^2-d_3^2+4d_3h}+\frac{d_2-d_1+2h}{d_2^2-d_1^2+4d_2h}$ $k_2=\frac{16l_1}{\pi^2(d_4^2-d_3^2)^2}+\frac{d_3-d_2}{\pi^2h^2d_2d_3}+\frac{16l_1}{\pi^2(d_2^2-d_1^2)^2}+\frac{8(d_4-d_3+2h)}{\pi(d_4^2-d_3^2+4d_3h)^2}+\frac{8(d_2-d_1+2h)}{\pi(d_2^2-d_1^2+4d_2h)^2}$	

Если для изготовления катушек применяют сердечники без зазора, то расчет индуктивности ведут по (2.8) с учетом соотношений, приведенных в табл. 2.10.

Катушки индуктивности на сердечниках, имеющих участки с различными характеристиками. На практике часто встречаются случаи применения магнитопроводов, имеющих по длине пути магнитного потока участки с различными свойствами. Эти различия могут заключаться как в геометрии (обычно изменение размеров сечения), так и в самом материале, т. е. в магнитной проницаемости. Могут быть, разумеется, всякие варианты сочетаний упомянутых различий.

Общим методом расчета таких элементов является построение на основе характеристик отдельных участков магнитопровода единой для всей цепи кривой, так называемой приведенной кривой (обычно строится в координатах МДС — поток). Пользование приведенной кривой дает возможность определить общую для всего магнитопровода характеристику (например, поток при последовательном соединении участков с разными свойствами и затем индуктивность); после этого можно, в случае необходимости, найти величины, относящиеся к отдельным участкам (например, распределение магнитных потенциалов).

Способы построения приведенной кривой достаточно подробно изложены в технической литературе. Поэтому ниже рассмотрены только некоторые случаи аналитического расчета, относящиеся к наиболее часто встречающимся типам магнитопроводов, в которых различие свойств отдельных участков вызвано наличием воздушного зазора.

2.4. Катушки индуктивности на разомкнутых сердечниках

Катушки на сердечниках с малыми зазорами. Приведенные формулы справедливы при условии $\delta \ll a$, где δ — ширина зазора; a — любой линейный размер поперечного сечения магнитопровода:

$$\mu_\odot = \frac{\mu_r}{1 + (\mu_r - 1)\,N/4\pi}\,;\quad \mu_r > 1\,;$$

$$\mu_\odot = \frac{\mu_r}{1 + \mu_r\,N/4\pi}\,;\quad \mu_r \gg 1\,;$$

$$\mu_\odot = 4\pi/N\,;\quad \mu_r \to \infty,$$

где N — коэффициент размагничивания. В общем случае

$$N = S_м\,\delta / S_з\,l_м,$$

где $S_м$ и $l_м$ — поперечное сечение сердечника и длина средней магнитной силовой линии в магнитопроводе соответственно; $S_з$ — поперечное сечение зазора.

При отсутствии специальных полюсных наконечников (например, концентраторов) $S_м = S_з$ и $N \approx \delta/l_м$. С достаточной для инженерной практики точностью можно принять, что $l_м$ равно длине средней линии магнитопровода.

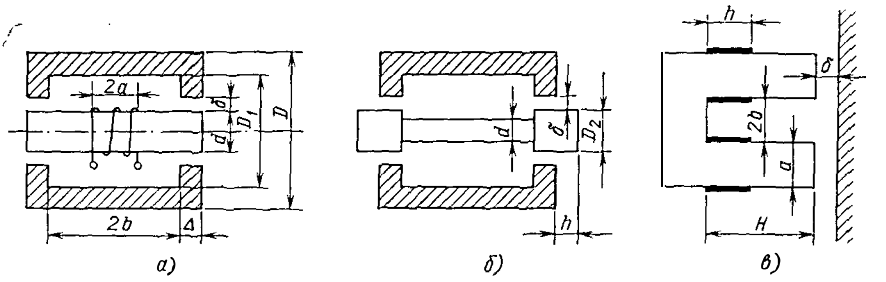


Рис. 2.11. Магнитопроводы с малыми зазорами

В частности, для тороидального сердечника с зазором $\delta \ll \pi d_{cp}$, $N = \delta / \pi d_{cp}$.

На рис. 2.11 приведены часто встречающиеся на практике примеры катушек индуктивности с магнитопроводами, имеющими малые зазоры.

Для рис. 2.11,*а*

$$L = \pi \mu_0 w^2 \left[\frac{b - 0,83\,a}{\ln \frac{D}{d}} + 0,5\,\frac{\Delta d}{\delta} + 1,6\,(\delta + d) \ln \frac{4\,(d+\delta)}{\delta} \right].$$

Для рис. 2.11,*б*

$$L = \pi \mu_0\, w^2 \left(\frac{b - 0,83\,a}{\ln \frac{D}{d}} + 0,5\,\frac{\Delta D_2}{\delta} + 3,2\,D_2 \ln \frac{4\,h}{\delta} \right).$$

Размеры, не обозначенные на рис. 2.11,*б*, соответствуют аналогичным на рис. 2.11,*а*.

Как следует из вышеприведенных формул, большей индуктивности соответствует меньшая длина намотки при прочих равных условиях.

На рис. 2.11,*в* изображена схематически магнитная цепь элемента на П-образном сердечнике, причем малый зазор расположен между торцами стержней и плоскостью (на рис. 2.11,*в* заштрихована), которая является магнитным экраном. Предполагается, что $(H-h) \geqslant b$; $\delta \ll a$; $\delta \ll l$, где l — ширина сердечника в направлении, перпендикулярном плоскости чертежа; h — высота обмотки.

Для рис. 2.11,*в*

$$L = 0,5\,\mu_0 w^2 \left[\left(A + \frac{l}{2b} \right) \left(H - \frac{2}{3}\,h \right) + \frac{a\tau}{30} \times \right.$$
$$\left. \times \left(\frac{a+b}{b} + 20,5 \right) + \tau A + \frac{la}{2\delta} \right],$$

$$\tau = \frac{\delta A}{2b + \pi\delta}; \qquad (2.11)$$

где A — коэффициент, который можно найти по графику рис. 2.12 в зависимости от $k^2 = [b/(a+b)]^2$. Для удобства пользования графиком значения аргумента выше 0,5 и соответствующие им значения функции обозначены символами со штрихом (k' и A').

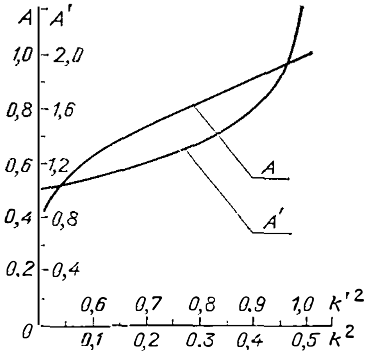


Рис. 2.12. Коэффициенты для расчета индуктивности катушки с П-образным сердечником и малым зазором

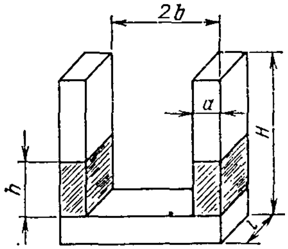


Рис. 2.13. Разомкнутая магнитная цепь катушки на П-образном сердечнике

При $k^2 \ll 1$ можно принять

$$A = \frac{2}{\pi}\,[\ln(4/k) - k^2/4];$$

при $k^2 \approx 1$

$$A = \frac{2}{\pi}\left(\ln\frac{4}{\sqrt{1-k^2}} - \frac{1-k^2}{4}\right).$$

Сердечники с большими воздушными зазорами. Формулы для случая малых зазоров были выведены в предположении, что поле в зазоре близко к однородному и величина потоков рассеяния пренебрежимо мала по сравнению с рабочим потоком. Если же магнитопровод содержит воздушный зазор, для которого не выполняется условие $\delta \ll a$, то с целью сохранения формы записи всех соотношений для расчета магнитной цепи, справедливых при малых зазорах, целесообразно ввести понятие об эквивалентном зазоре.

Наиболее удобным оказалось определить эквивалентный зазор как такой, который имеет ту же проводимость, что и реальный; а геометрия его определяется сечением полюсов магнитопровода и некоторой эквивалентной длиной $\delta_э$. При этом все формулы для сердечников с зазором остаются справедливыми при подстановке в них $\delta_э$ вместо δ. Погрешность таких расчетов будет несколько выше, чем расчетов цепей с малыми зазорами, однако вполне приемлема для большинства практических случаев.

На практике часто встречаются полюса магнитопровода в виде двух прямоугольных призм, расположенных друг против друга. Выражение для $\delta_э$ в этом случае имеет вид

$$\delta_э = \delta \Bigg/ \left[1 + \frac{2p\delta}{\pi S}\ln\frac{2c}{\delta}\right]$$

(обмотка не перекрывает зазора) или

$$\delta_э = \delta \Bigg/ \left[1 + \frac{2p\delta}{\pi S}\left(\ln\frac{c}{\delta} + \frac{\pi a}{4c} - \frac{3a^2}{8c^2}\right)\right]$$

(обмотка перекрывает зазор), где δ — геометрическая длина зазора; p — периметр сечения магнитопровода у зазора; S — сечение магнитопровода у зазора (т. е. сечение полюса); $2c$ — высота обмотки; a — расстояние от сердечника до средней линии продольного сечения обмотки (т. е. приближенно полуширина обмотки).

Для частных случаев, не приведенных в настоящем параграфе, $\delta_э$ и проводимость воздушного зазора можно определить по формулам из других разделов книги.

Особым случаем цепей с воздушным участком магнитопровода являются разомкнутые магнитные цепи. На практике часто встречаются два вида таких элементов: катушки на П-образных сердечниках и катушки на стержневых сердечниках.

1. Катушки на П-образных сердечниках. Схематическое изображение магнитной цепи катушки на П-образном сердечнике приведено на рис. 2.13; заштрихованная часть соответствует размещению обмотки.

Для такого элемента

$$L = \mu_0 w^2 \left[A\left(H - \frac{2h}{3} + \frac{l}{2}\right) + \frac{a}{30}\left(\frac{a+b}{b} + 20{,}5\right)\right].$$

Величина A имеет то же значение и определяется таким же образом, как и для цепи, изображенной на рис. 2.12,*в* (см. пояснение к (2.11)).

2. Катушки на стержневых сердечниках. Их индуктивность определяют в зависимости от материала сердечника и соотношения геометрических параметров по одной из приведенных ниже формул, в которых приняты обозначения: l — длина сердечника; $l_к$ — длина катушки; $k = l/l_к$; d — диаметр цилиндрического сердечника; a, b — стороны поперечного сечения сердечника прямоугольного профиля; $d_{ср}$ — средний диаметр обмотки.

Таблица 2.11

Зависимость N_1 от геометрических параметров катушки l, d

l/d	1,0	1,5	2,0	10	20
$N_1 \cdot 10^2$	27,0	20,6	14,0	1,72	0,62
$1/N_1 \cdot 10^{-2}$	0,037	0,048	0,0715	0,58	1,61

l/d	30	40	50	60	80	100
$N_1 \cdot 10^2$	0,28	0,20	0,13	0,087	0,052	0,036
$1/N_1 \cdot 10^{-2}$	3,6	5,0	7,7	11,5	19,1	27,2

а) При $k \approx 1$

$$L = \frac{5\mu_0}{2\pi} w^2 \frac{d^2}{l} \mu_\circ ; \qquad (2.12)$$

$$\mu_\circ = \frac{\mu_r}{1 + N_1(\mu_r - 1)} ; \quad \mu_r > 1 ;$$

$$\mu_\circ = \frac{\mu_r}{1 + N_1 \mu_r} ; \quad \mu_r \gg 1 ;$$

$$\mu_\circ = 1/N_1 ; \quad \mu_r \to \infty .$$

Значения N_1 приведены в табл. 2.11 и на графике рис. 2.14 (встречающаяся далее величина N связана с N_1 формулой $N = N/4\pi$).

Приведенные в табл. 2.12 значения N_1 можно применять в расчетах с тем большей точностью, чем выше μ_r; в табл. 2.12 указаны значения $\mu_r = \mu_c$, начиная с которых введение поправок на величину N_1 становится нецелесообразным.

Таблица 2.12

Граничные значения μ_c

l/d	10	20	50	100
μ_c	500	1500	5000	10 000

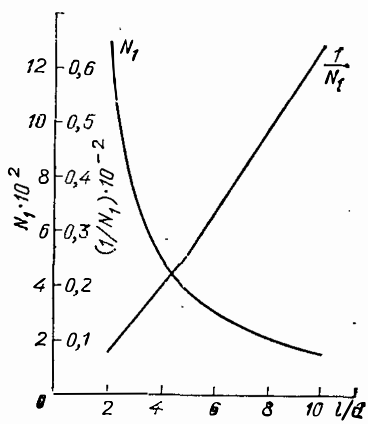


Рис. 2.14. Коэффициенты для расчета индуктивности катушек на стержневых сердечниках круглого сечения

Таблица 2.13

Значения N_l

l/d	10	20	40	80	100	200	500	1000	2000	3000	7000
10	6,5	3,8	2,2	1,6	1,4	1,2	—	—	—	—	—
20	18	9,0	5,2	3,0	2,6	1,8	1,2	—	—	—	—
50	70	35	17,5	8,8	7,0	3,9	2,0	1,4	1,2	—	—
100	250	125	62	31	25	12,5	5,0	3,3	2,1	1,4	1,2

Для ориентировочных расчетов при $\mu_r \to \infty$ (точнее, при $\mu_r \gg 1/N_l$ и $l/d > 10$) справедлива формула

$$N_l = \frac{\ln(l/d) - 0{,}818}{(l/d)^2}.$$

При $\mu_r = 1 \ldots 5$ можно принять, что $N_l = 0{,}5(d/l)^2$.

Для приближенной оценки при промежуточных значениях μ_r в табл. 2.13 приведены значения N_l.

б) При $k \geqslant 2$; $\mu_r \to \infty$

$$L = 0{,}5\,\mu_0 w^2 d\,[0{,}5\,(l_к/d)\,(3k - 2) + (k+1)\ln(k+1) - (k-1)\ln(k-1) + 0{,}6];$$

погрешность формулы не более 8%.

в) При $k \gg 1$; $\mu_r \to \infty$

$$L = \mu_0 w^2 d\,(0{,}75\,l/d + 0{,}3).$$

г) При $k \gg 1$; $l/d \geqslant 20$; $\mu_r \to \infty$

$$L = 0{,}75\,\mu_0 w^2 l.$$

Для сердечников прямоугольного сечения справедливы все вышеуказанные формулы со следующими уточнениями: для (2.12) N_l определяют из выражения

$$N_l = 1{,}27\frac{ab}{l^2}\left(\ln\frac{l}{a+b} + 0{,}29\right)$$

или по графику рис. 2.15; в остальные формулы следует подставлять значение диаметра цилиндра, эквивалентного по площади поперечного сечения сердечнику прямоугольного профиля, т. е. $d = 1{,}13\sqrt{ab}$.

2.5. Катушки индуктивности с немагнитными сердечниками

Немагнитные сердечники в катушках индуктивности используются в качестве элементов подстройки при работе в области высоких частот. Влияние таких сердечников на параметры катушек аналогично влиянию экрана, т. е. приводит к уменьшению индуктивности и добротности и к увеличению вносимого сопротивления и емкости.

Экран и немагнитный сердечник могут в известном приближении рассматриваться как короткозамкнутый виток, индуктивно связанный с катушкой. Для приближенного учета влияния таких сердечников могут быть использованы формулы, приведенные в § 8.2 для экранированных катушек (с подстановкой в них соответствующих размеров сердечника вместо размеров экрана).

Некоторое уточнение можно получить с помощью графика рис. 2.16 (правый квадрант), где изображена зависимость уменьшения индуктивности при введении немагнитного сердечника от отношения $D_к/D_с$ ($D_с$ — диаметр сердечника) и $k = D_с/l_с$ ($l_с$ — длина сердечника). Введение в катушку немагнитного сердечни-

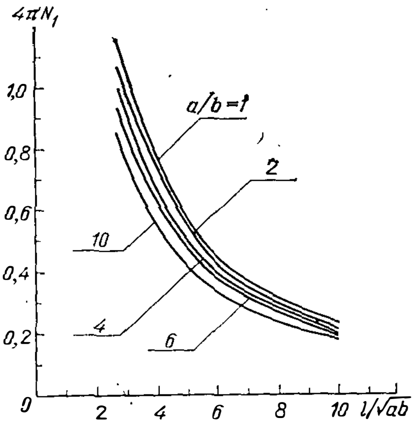


Рис. 2.15. Коэффициенты для расчета индуктивности катушек на стержневых сердечниках прямоугольного сечения

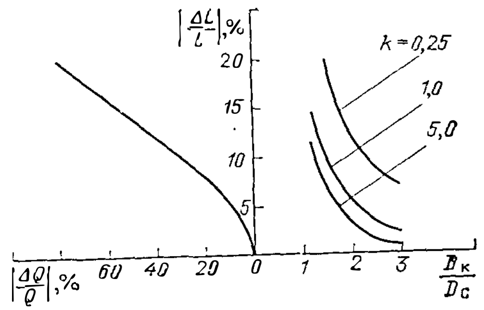


Рис. 2.16. Влияние немагнитного сердечника на параметры катушек

ка приводит также к увеличению вносимых потерь и, следовательно, к уменьшению добротности катушки; подробнее этот вопрос рассматривается ниже.

Потери в катушках индуктивности. Добротность. Определение потерь в катушках индуктивности является существенным, главным образом, с точки зрения влияния их (потерь) на характеристики схемы, в которую катушки входят. Значительно реже вычисление потерь представляет интерес с точки зрения мощности, дополнительно затрачиваемой источником питания (или источником сигнала); эта мощность может, кроме того, привести к нежелательному изменению теплового режима элементов.

В настоящем разделе будут рассмотрены те вопросы, касающиеся потерь, которые непосредственно связаны с характеристиками цепей, т. е., другими словами, потери будут рассмотрены с точки зрения влияния их на добротность катушки. Вопросы, связанные с тепловым режимом элементов, изложены в гл. 9.

Общая формула для определения добротности имеет вид

$$Q = \omega L / R_э,$$

где $R_э$ — эквивалентное сопротивление, учитывающее потери в катушке (в обмотке и сердечнике).

Следует иметь в виду, что приведенное выражение для добротности соответствует последовательной эквивалентной схеме.

В связи с тем, что катушки обладают собственной емкостью, существует некоторая частота f_0 (собственная, или резонансная), вблизи которой емкость оказывает существенное влияние на добротность (из-за изменений действующих индуктивности и сопротивления). Способы вычисления собственной емкости катушек, по которой находят связанную с ней частоту f_0 приведены в гл. 3.

Влияние собственной емкости на добротность катушки описывается формулой

$$\Delta Q = -Q (f/f_0)^2,$$

где ΔQ — уменьшение добротности Q при работе на частоте $f<f_0$.

Из-за приближенного характера формул для определения f_0 и для учета его влияния на добротность практически величиной ΔQ можно пренебречь уже при $f \leqslant f_0/3$.

Потери в катушке складываются из следующих составляющих: потери в проводе; диэлектрические потери в каркасе и изоляции провода; потери в сердечнике. Кроме того, на добротность катушки оказывает влияние экранирование.

В некотором приближении можно принять, что сопротивления потерь, вызванные различными факторами, соединены последовательно. Следовательно, задача сводится к нахождению отдельных составляющих $R_э$, суммированию их и подстановке в формулу для вычисления добротности.

Потери в проводе складываются из потерь на постоянном токе и потерь, вызванных поверхностным эффектом и эффектом близости. Зная размеры катушки и характеристики обмотки, можно вычислить активное сопротивление провода $R_п$ при работе на частоте f; формулы для расчета приведены в гл. 4.

Определить потери в диэлектрике, заполняющем межвитковые промежутки обмотки, можно путем рассмотрения энергии поля между витками. При этом определяющими факторами для сопротивления потерь в диэлектрике $R_д$ станут размеры катушки и характер намотки (влияющие на индуктивность и емкость катушки), а также рабочая частота (потери в диэлектрике существенны только на высоких и весьма высоких частотах) и $\operatorname{tg}\delta_д$ материала изоляции и каркаса.

Эти факторы определяют сопротивление $R_д$, Ом, в соответствии с формулой

$$R_д = 0{,}25\cdot 10^{-3}\, C_д \operatorname{tg}\delta_д\, L^2 f^3,$$

где $C_д$ — емкость катушки через диэлектрик, пФ; L — индуктивность катушки, мкГи; f — рабочая частота, МГц.

Практически диэлектрические потери в каркасе целесообразно учитывать в катушках большого диаметра (преимущественно однослойных), имеющих сравнительно большую собственную емкость и каркасы из материала с большим $\operatorname{tg}\delta_д$. В многослойных катушках основную роль играют потери в межвитковой изоляции (сюда относится, естественно, и пропитка).

В тех случаях, когда необходимо учитывать оба вида диэлектрических потерь (когда они близки по значению), их определяют раздельно для каждой из собственных емкостей (через каркас и через межвитковую изоляцию); затем сопротивления потерь пересчитывают в последовательное вносимое сопротивление по формулам эквивалентных преобразований, приведенным в учебной или справочной литературе по электрическим и радиотехническим цепям.

Потери в сердечнике также могут быть охарактеризованы сопротивлением потерь, которое вычисляется по формуле

$$R_с = \omega L \operatorname{tg}\delta_с.$$

Заметим, что если потери в сердечнике являются преобладающими, т. е. $R_{пс} \approx R_с$, то $Q = 1/\operatorname{tg}\delta_с$.

Непосредственное применение формулы для $R_с$ возможно тогда, когда известна величина $\operatorname{tg}\delta_с$, учитывающая суммарные потери в сердечнике.

Однако при расчетах довольно часто приходится пользоваться справочным материалом, в котором приводятся данные, характеризующие разные виды потерь раздельно. Тогда при работе сердечников в слабых полях, где потери малы,

$$\operatorname{tg}\delta_с = \operatorname{tg}\delta_г + \operatorname{tg}\delta_в + \operatorname{tg}\delta_п;$$

$\operatorname{tg}\delta_г$ — тангенс угла потерь на гистерезис; $\operatorname{tg}\delta_в$ — тангенс угла потерь на вихревые токи; $\operatorname{tg}\delta_п$ — тангенс угла потерь на последействие (магнитную вязкость).

В тех случаях, когда имеются данные о так называемых коэффициентах потерь на гистерезис ($\delta_г$), вихревые токи ($\delta_в$) и последействие ($\delta_п$), можно использовать соотношения

$$\operatorname{tg}\delta_г = \delta_г H;\quad \operatorname{tg}\delta_в = \delta_в f;\quad \operatorname{tg}\delta_п = \delta_п$$

(H — напряженность магнитного поля).

В сильных полях, когда потери значительны,

$$\operatorname{tg}\delta_с = \operatorname{tg}(\operatorname{arctg}\delta_г + \operatorname{arctg}\delta_в + \delta_п).$$

Иногда потери в сердечнике характеризуются мощностью потерь.

В общем виде

$$P_с = I^2 R_с,$$

где $P_с$ — суммарная мощность потерь в сердечнике, Вт; I — ток в обмотке, А; $R_с$ — сопротивление, учитывающее потери в сердечнике, Ом.

В справочной литературе обычно приводят данные об удельной мощности потерь в Вт/кг (реже в Вт/см^3), так что для пересчета необходимо знать массу или объем сердечника.

Если заданы мощности потерь для каждого вида раздельно, т. е. $P_г$, $P_в$ и $P_п$, то $P_с = P_г + P_в + P_п$.

Для вычисления сопротивления потерь сердечника, помещенного в разъемный каркас с катушкой, можно воспользоваться формулой

$$R_с = \omega L \operatorname{tg} \delta_с \frac{\mu_r + \Delta_с}{\mu_r + \Delta_с - 1},$$

где $\Delta_с = S_к/S_с$ — отношение поперечных сечений каркаса и сердечника.

Вычисление потерь в катушках с цилиндрическими сердечниками имеет некоторые особенности, связанные с тем, что эффективное значение магнитной проницаемости сердечника не совпадает со значением магнитной проницаемости материала.

При этом необходимо ввести поправочные коэффициенты δ' в соответствии с формулами

$$\delta'_г = \delta_г (\mu_{\text{O}}/\mu_r)^2; \quad \delta'_в = \delta_в (\mu_{\text{O}}/\mu_r);$$
$$\delta'_п = \delta_п (\mu_{\text{O}}/\mu_r);$$

величины δ' относятся к цилиндрическому сердечнику; определение μ_{O} приведено на с. 39.

Поправки нужно учесть и при вычислении потерь в катушках с малыми воздушными зазорами.

Как уже отмечалось, введение немагнитного зазора приводит к уменьшению как индуктивности, так и $\operatorname{tg} \delta_с$; из определения добротности и формул для вычисления $\operatorname{tg} \delta'_с$ следует

$$Q'_с = \frac{1}{\operatorname{tg} \delta_с + 1/\mu_r Q_0},$$

где $Q'_с$ — добротность катушки на сердечнике с зазором (без учета потерь в каркасе и межвитковой изоляции); Q_0 — добротность воздушной катушки с теми же размерами.

Рассмотрение формулы для $Q'_с$ показывает, что во-первых, введение немагнитного зазора может привести к увеличению добротности катушки; во-вторых, существует некоторая оптимальная длина зазора $l_{з.опт}$, при которой добротность становится максимальной ($Q'_с = Q_{max}$).

Для обычно применяемых сердечников

$$l_{з.опт} = \frac{l_с}{\mu_r} \left(\sqrt{Q_0 \mu_{\text{O}} \operatorname{tg} \delta_с} - 1\right);$$

$$Q_{max} = 0{,}5 \sqrt{\frac{\mu_{\text{O}} Q_0}{\operatorname{tg} \delta_с}},$$

где $l_с$ — длина средней силовой линии.

Применение немагнитных сердечников также оказывает влияние на добротность катушки, поскольку приводит к уменьшению индуктивности и увеличению вносимых потерь. Уменьшение добротности, вызванное введением немагнитного сердечника, можно приближенно оценить по графику рис. 2.16 (левый квадрант), где изображена зависимость уменьшения добротности от уменьшения индуктивности для различных соотношений размеров сердечника и катушки.

Как и в случае применения немагнитного сердечника, добротность экранированной катушки также всегда ниже добротности той же катушки без экрана. Подробнее этот вопрос рассматривается в гл. 8.

Иногда для описания свойств магнитных материалов используют так называемую комплексную магнитную проницаемость

$$\dot{\mu}_a = \mu_1 - j\,\mu_2.$$

Переход от составляющих этой формулы к величинам, использованным ранее для всех вышеприведенных расчетов, осуществляют в соответствии с соотношениями

$$\mu_a = \sqrt{\mu_1^2 + \mu_2^2} = |\dot{\mu}_a|;$$

$$\operatorname{tg}\delta_c = \mu_2/\mu_1.$$

2.6. Взаимная индуктивность

Прямолинейные провода

1. Параллельные провода одинаковой длины:

$$M = \frac{\mu_0}{2\pi}\, l \left(\ln \frac{l + \sqrt{l^2 + t^3}}{t} - \frac{\sqrt{l^2 + t^2}}{l} + \frac{t}{l} \right),$$

где l — длина проводов; t — расстояние между осями проводов.

Частные случаи:

$$M_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\, l \left(\ln \frac{l}{t} + \frac{t}{l} - 0{,}307 \right) \quad \text{при} \quad l \gg t;$$

$$M_2 = \frac{\mu_0}{3\pi} \frac{l^2}{t} \quad \text{при} \quad l \ll t.$$

Погрешность вычислений не превышает 0,25 t^2/l^2 для M_1 и 0,085 l^2/t^2 для M_2. Предполагается, что токи протекают в одном направлении и расстояние t существенно больше любого линейного размера поперечного сечения проводов.

Если t соизмеримо с линейными размерами поперечных сечений, то для одинаковых проводов

$$M = \frac{\mu_0}{2\pi}\, l\,[\ln(l/K) - 0{,}307] \quad \text{при} \quad l \gg t,$$

где К — коэффициент, зависящий от формы поперечного сечения: для кругового сечения $K = t$; для квадратного сечения и тонких лент $K = 10^{-2}\exp(\ln t + k_1)$, где для квадратного сечения k_1 зависит от величины $\alpha = a/t$ (a — сторона квадрата). Значения k_1 приведены в табл. 2.14. В формулу для K значение t следует подставлять в м, при этом K получается в см.

Для тонких лент, обращенных друг к другу узкой стороной,

$$k_1 = -\frac{\alpha^2}{12}\left(1 + \frac{\alpha^2}{5} + \frac{\alpha^4}{14}\right),$$

где $\alpha = a/t$; a — ширина ленты.

Для тонких лент, обращенных друг к другу широкой стороной,

$$k_1 = (\alpha^2/12)(1 - \alpha^2/5 + \alpha^4/14).$$

Таблица 2.14

Значения k_1

α	<0,3	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$k_1 \cdot 10^3$	0	0,1	0,2	0,5	1,0	1,9	3,1	4,6	6,5

2. Параллельные провода разной длины. Расчет взаимной индуктивности сводится к вычислению взаимной индуктивности нескольких пар проводов (рис. 2.17), для которых можно пользоваться вышеприведенными формулами для проводов одинаковой длины:

$$2M = M_1 + M_2 - M_3 - M_4.$$

При этом $M_1 \dots M_4$ вычисляют в предположении, что

$$l_1 = a + b + d \quad \text{для} \quad M_1;$$
$$l_2 = d \quad \text{для} \quad M_2;$$
$$l_3 = a + d \quad \text{для} \quad M_3;$$
$$l_4 = b + d \quad \text{для} \quad M_4.$$

Частные случаи:

$$l_1 = b + c;\quad l_2 = b + d;\quad l_3 = c;\quad l_4 = d \quad \text{для рис. 2.17, б};$$
$$l_1 = a;\quad l_2 = b;\quad l_3 = a - b;\quad M_4 = 0 \quad \text{для рис. 2.17, в};$$
$$l_1 = a + b;\quad l_3 = a;\quad l_4 = b;\quad M_2 = 0 \quad \text{для рис. 2.17, г}.$$

3. Провода разной длины, сходящиеся в одной точке:

$$M = \frac{\mu_0}{4\pi}\cos\varphi\left(a\ln\frac{p}{p-2b} + b\ln\frac{p}{p-2a}\right),$$

где φ — угол между проводами; a, b — длины проводов; p — периметр треугольника, образованного проводами и линией, соединяющей их концы ($p=a+b+c$). Предполагается, что токи направлены от общей точки.

В частном случае

$$M = \frac{\mu_0}{2\pi}\, l\cos\varphi\ln\left(1 + \frac{2l}{c}\right) \quad \text{при} \quad a = b = l,$$

где c — расстояние между концами проводов.

4. Непараллельные провода, лежащие в одной плоскости:

$$M = M_1 + M_2 - M_3 - M_4.$$

Значения $M_1 \dots M_4$ вычисляют по формулам для проводов, сходящихся в одной точке (п. 3), причем длины проводов выбирают следующим образом (рис. 2.18):

$$a = a_1 + a_2;\quad b = b_1 + b_2;\quad c = c_1 \quad \text{для} \quad M_1;$$
$$a = a_2;\quad b = b_2;\quad c = c_2 \quad \text{для} \quad M_2;$$
$$a = a_2;\quad b = b_1 + b_2;\quad c = c_3 \quad \text{для} \quad M_3;$$
$$a = a_1 + a_2;\quad b = b_1 + b_2;\quad c = c_4 \quad \text{для} \quad M_4.$$

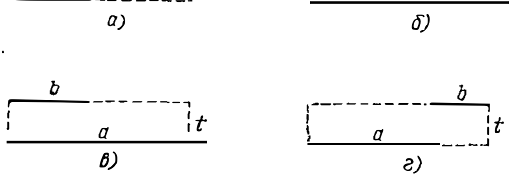


Рис. 2.17. Параллельные провода разной длины

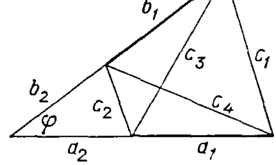


Рис. 2.18. Непараллельные провода, лежащие в одной плоскости

5. Провода, расположенные по одной прямой:

$$M = \frac{\mu_0}{4\pi}[(a+b+t)\ln(a+b+t)+t\ln t-(a+t)\ln(a+t)-$$
$$-(b+t)\ln(b+t)],$$

где a, b — длины проводов; t — ближайшее расстояние между ними.

Частные случаи:

$$M = (\mu_0/4\pi)[(2l+t)\ln(2l+t)+t\ln t-2(l+t)\ln(l+t)] \quad \text{при} \quad a=b=l;$$
$$M = (\mu_0/4\pi)[(a+b)\ln(a+b)-a\ln a-b\ln b] \quad \text{при} \quad t=0;$$

(гальваническая связь между проводами отсутствует);

$$M = 1{,}386\cdot 10^{-3}\, l \quad \text{при} \quad a=b=l \quad \text{и} \quad t=0.$$

Предполагается, что токи протекают в одном направлении.

Два провода, изогнутых по дугам одной окружности:

$$M = \frac{\mu_0}{2\pi}D\left(\sin\varphi+\sin\frac{\theta_2}{2}-\sin\frac{\theta_1+\theta_2}{2}-\right.$$
$$\left.-\sin\frac{\theta_2+\theta_3}{2}+k_1+k_2-k_3-k_4\right),$$

где D — диаметр окружности; θ_1 — центральный угол, соответствующий одной из дуг; θ_2 — центральный угол, соответствующий второй дуге; θ_3 — центральный угол, соответствующий кратчайшему расстоянию (по дуге окружности) между концами проводов; $\varphi=\theta_1+\theta_2+\theta_3$; k_1 ... k_4 — коэффициенты, определяемые по кривой рис. 2.8 при значениях аргумента θ, равного

$$\theta_1+\theta_3 \quad \text{для} \quad k_1,$$
$$\theta_2+\theta_3 \quad \text{для} \quad k_2,$$
$$\theta_3 \quad \text{для} \quad k_3,$$
$$\varphi \quad \text{для} \quad k_4.$$

Взаимная индуктивность между катушками и контурами

1. Одинаковые плоские катушки (рис. 2.19,*а*):

$$M = \frac{\mu_0}{4\pi}w^2 dk,$$

где d — средний диаметр катушки; k — коэффициент, значения которого приведены в табл. 2.15.

Таблица 2.15

Значения коэффициента k

h/d	t/d							
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
0,1	—	6,7	4,6	3,4	2,5	1,85	1,4	1,1
0,2	9,5	6,4	4,5	3,34	2,45	1,82	1,4	1,1
0,3	8,8	6,0	4,3	3,2	2,4	1,8	1,4	1,1
0,4	8,0	5,7	4,2	3,1	2,35	1,8	1,39	1,09
0,5	7,3	5,4	4,0	3,0	2,3	1,77	1,38	1,09
0,6	6,8	5,0	3,8	2,9	2,25	1,74	1,36	1,08
0,7	6,2	4,7	3,7	2,8	2,2	1,72	1,35	1,08
0,8	5,8	4,6	3,6	2,7	2,15	1,7	1,34	1,08

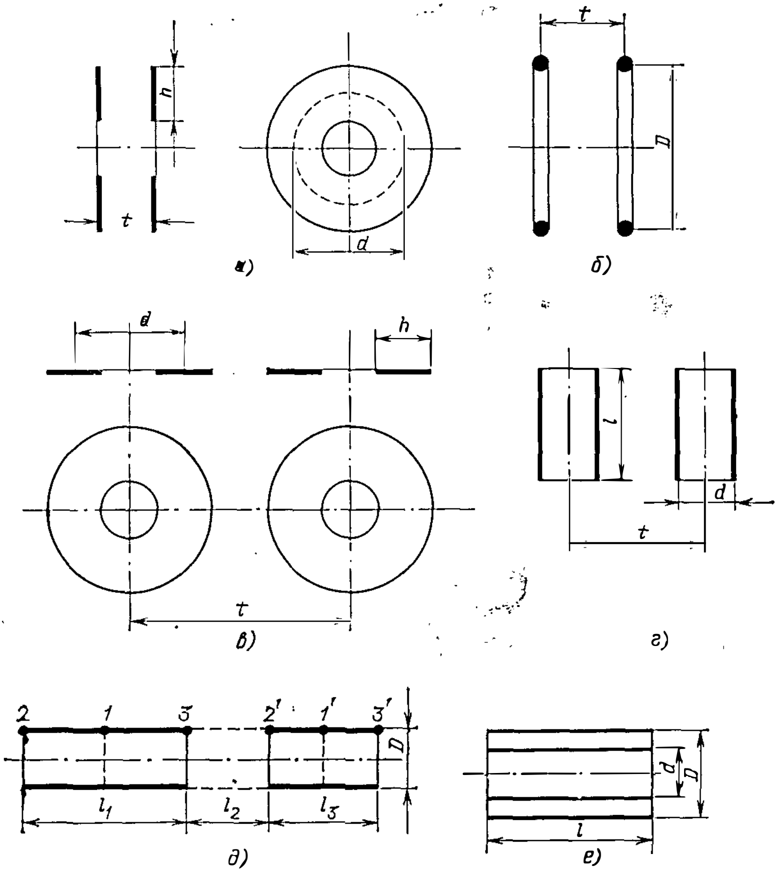


Рис. 2.19. Катушки и контура

Формула справедлива для катушек, у которых $a/d \ll 1$, где a — осевой размер катушки; h — ширина (радиальный размер) обмотки; t — расстояние между катушками (между средними сечениями).

2. Одинаковые круговые контуры и катушки квадратного сечения.

а) Для круговых контуров из провода круглого сечения (рис. 2.19,*б*)

$$M = (\mu_0/4\pi)\, Dk,$$

где D — диаметр контура; k — коэффициент, значения которого приведены в табл. 2.17.

б) Для катушек с квадратным или близким к нему сечением, расположенных аналогично контурам на рис. 2.19,*б*,

$$M = (\mu_0/4\pi)\, w_1 w_2 Dk,$$

где D — диаметр центрального витка.

Формула верна для $t > D$ при небольших сечениях обмотки. Для круговых колец, т. е. контуров с конечными размерами сечения, t выбираются равным расстоянию между центрами ближайших поперечных сечений.

3. Одинаковые катушки с параллельными осями (рис. 2.19,*г*):

$$M = 0{,}6 \cdot 10^{-3}\, w_1 w_2 d^4/t^3,$$

где d — средний диаметр катушки, см; t — расстояние между осями, см.

Таблица 2.16

Значения коэффициента k

t/d	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	0,60	0,80	1,0
k	15	10,8	8,4	6,8	5,6	4,15	3,34	2,47	1,86	1,12	0,71
t/d	1,2	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0
k	0,47	0,27	0,13	0,07	0,042	0,027	0,018	0,013	0,0095	0,0072	0,0057

Формула дает результаты тем точнее, чем меньше отношение h/d, где h — толщина обмотки.

4. Одинаковые плоские катушки с параллельными осями (рис. 2.19,*в*):

$$M=(\pi\mu_0/8)\,w_1\,w_2\,dk_1\,(k_2+2{,}25k_1^2\,k_3+5{,}86\,k_1^4\,k_4);$$

где d — средний диаметр катушки; $k_1=d/2t$; t — расстояние между осями катушек; k_2, k_3, k_4 — коэффициенты, зависящие от отношения h/d; h — ширина (радиальный размер) обмотки;

$$k_2=1+\frac{2}{3}\left(\frac{h}{d}\right)^2+\frac{1}{9}\left(\frac{h}{d}\right)^4;$$

$$k_3=1+\frac{7}{3}\left(\frac{h}{d}\right)^2+\frac{13}{15}\left(\frac{h}{d}\right)^4+\frac{1}{15}\left(\frac{h}{d}\right)^6;$$

$$k_4=1+\frac{68}{15}\left(\frac{h}{d}\right)^2+\frac{338}{75}\left(\frac{h}{d}\right)^4+\frac{164}{175}\left(\frac{h}{d}\right)^6+\frac{113}{2625}\left(\frac{h}{d}\right)^8.$$

Формулу можно использовать для катушек, у которых $a/d\ll 1$, где a — осевой размер катушки. Результаты расчетов будут тем точнее, чем меньше отношения $d/2t$, h/d и a/d, т. е. для плоских катушек с малой шириной обмотки, не слишком близко расположенных друг к другу.

5. Одинаковые контура квадратной формы, расположенные в соответствии с рис. 2.19,*б*:

$$M=\frac{2\mu_0}{\pi}\left[a\ln\frac{d_1\,(a+d_1)}{t\,(a+d_2)}+(d_2-2d_1+t)\right];$$

где a — сторона квадрата; t — расстояние между плоскостями, в которых лежат квадраты;

$$d_1=\sqrt{a^2+t^2};\qquad d_2=\sqrt{2a^2+t^2}.$$

С несколько повышенной погрешностью формулу можно использовать в случае контуров, имеющих конечные размеры сечений; при этом t выбирают равным расстоянию между плоскостями, проходящими через центры сечений.

6. Длинные катушки с малой толщиной обмотки и одинаковыми диаметрами. Расчет взаимной индуктивности катушек, длина которых существенно превышает толщину обмотки и которые расположены так, что их оси лежат на одной прямой (в соответствии с рис. 2.19,*д*), можно выполнять по формуле для одинаковых круговых контуров. При этом в катушках выделяют крайние и центральные витки, для которых находят коэффициенты k. Тогда

$$M=(\mu_0/4\pi)\,w_1\,w_2\,Dk,$$

где D — диаметр катушки (по среднему витку); $k=(2k_{11'}+k_{12'}+k_{13'}+k_{1'2}+k_{1'3})/6$, т. е. среднее арифметическое коэффициентов для отдельных пар витков.

Иногда для нахождения взаимной индуктивности удобнее использовать следующие формулы:

а) Если катушки имеют одинаковое число витков на единицу длины, то

$$M=(L_{123}+L_2-L_{12}-L_{23})/2,$$

где L_{123} — собственная индуктивность катушки, имеющей длину $l_1+l_2+l_3$; l_1, l_3 — длины катушек; l_2 — кратчайшее расстояние между катушками; L_2 — собственная индуктивность фиктивной катушки длиной l_2 с тем же числом витков на единицу длины, что и рассматриваемые катушки; L_{12} и L_{23} — собственные индуктивности катушек, имеющих длины соответственно l_1+l_2 и l_2+l_3 с тем же числом витков на единицу длины. Предполагают, что все катушки имеют одинаковые диаметры D.

б) Если катушки имеют разное число витков на единицу длины,

$$M=M_1\frac{w_1 w_2}{l_1 l_3},$$

где M_1 — взаимная индуктивность, вычисленная в предположении, что числа витков на единицу длины для обеих катушек одинаковы и равны единице.

Формулы можно использовать и тогда, когда катушки примыкают друг к другу вплотную. При этом, очевидно,

$$M=0{,}5\,(L_{12}-L_1-L_2).$$

7. Концентрические катушки одинаковой длины (рис. 2.19,*е*):

$$M=(\mu_0/4\pi)\,w_1 w_2\sqrt{Dd}\,k,$$

где D и d — диаметры наружной и внутренней катушек (по среднему витку) соответственно; k — коэффициент, зависящий от соотношения размеров катушек (рис. 2.20).

Для катушек, у которых $D/l<1$, бо́льшую точность можно получить, если применить формулу

$$M=\frac{\mu_0}{4\pi}w_1 w_2\left(\frac{\delta}{\alpha}\right)^2\left(ak_1-\frac{Dk_2}{2}\right),$$

где $\delta=d/D$; $\alpha=l/D$;

$$a=(D/2)\sqrt{1+4\alpha^2};$$

значения коэффициентов k_1 и k_2 приведены в табл. 2.18 в зависимости от параметров δ и $\lambda=1/(1+4\alpha^2)$.

8. Обмотки, расположенные одна над другой на общем тороидальном сердечнике:

$$M=\frac{\mu_0}{\pi}w_1 w_2\frac{S}{d_{\text{ср}}};$$

где S — поперечное сечение сердечника; $d_{\text{ср}}=(D+d)/2$ (D и d — наружный и внутренний диаметры сердечника соответственно). Более точно $d_{\text{ср}}=(D-d)/\ln(D/d)$ для сердечника круглого сечения и $d_{\text{ср}}=(\sqrt{D}+\sqrt{d})^2/4$ для сердечника прямоугольного сечения.

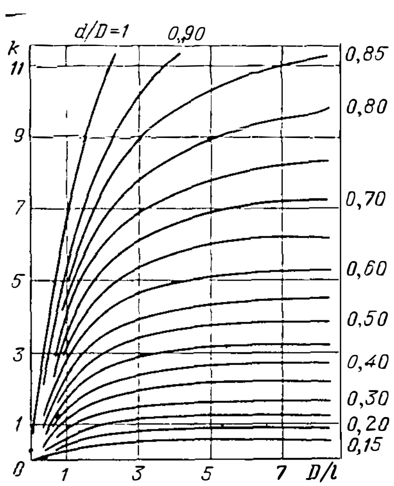


Рис. 2.20. Коэффициенты для расчета взаимной индуктивности концентрических катушек

Таблица 2.17

Значения коэффициентов k_1 и k_2

k_2	k_1					δ
	λ=0,2	0,15	0,10	0,05	0	
0,84833	0,99535	0,99735	0,99880	0,99969	1	1,0
0,86783	0,99577	0,99759	0,99891	0,99972	1	0,95
0,88418	0,99618	0,99783	0,99902	0,99975	1	0,90
0,89870	0,99657	0,99805	0,99912	0,99978	1	0,85
0,91176	0,99695	0,99827	0,99922	0,99980	1	0,80
0,92356	0,99730	0,99847	0,99931	0,99983	1	0,75
0,93426	0,99764	0,99866	0,99940	0,99985	1	0,70
0,94394	0,99796	0,99884	0,99948	0,99987	1	0,65
0,95270	0,99825	0,99901	0,99956	0,99989	1	0,60
0,96060	0,99852	0,99916	0,99963	0,99990	1	0,55
0,96769	0,99877	0,99931	0,99969	0,99992	2	0,50
0,97400	0,99900	0,99944	0,99975	0,99994	1	0,45
0,97958	0,99921	0,99955	0,99980	0,99995	1	0,40
0,98444	0,99939	0,99966	0,99985	0,99996	1	0,35
0,98862	0,99955	0,99975	0,99989	0,99997	1	0,30
0,99212	0,99969	0,99982	0,99992	0,99998	1	0,25
0,99498	0,99980	0,99989	0,99995	0,99999	1	0,20
0,99718	0,99989	0,99994	0,99997	0,99999	1	0,15
0,99875	0,99995	0,99997	0,99999	1,00000	1	0,10
0,99969	0,99999	0,99999	1,00000	1,00000	1	0,05
1	1	1	1	1	0	0

Иногда удобнее использовать формулы иного вида:

а) для сердечника прямоугольного сечения

$$M = \frac{\mu_0}{2\pi} w_1 w_2 h \ln \frac{D_{\text{ср}} + t}{D_{\text{ср}} - t},$$

где h и t — соответственно аксиальный и радиальный размеры среднего витка; $D_{\text{ср}}$ — средний диаметр витков,

б) для сердечника кругового сечения

$$M = \frac{\mu_0}{2} w_1 w_2 \frac{d_{\text{ср}}^2}{D_{\text{ср}} + \sqrt{D_{\text{ср}}^2 - d_{\text{ср}}^2}},$$

где $d_{\text{ср}}$ — диаметр среднего витка внутренней катушки.

Расчеты по формулам настоящего раздела тем точнее, чем меньше отличаются между собой соответствующие размеры витков крайних слоев. Если обмотки нанесены на ферромагнитный сердечник, то значение взаимной индуктивности увеличивается в μ раз.

9. Многослойные катушки.

а) Катушки расположены в соответствии с рис. 2.19,*д*. Для расчета взаимной индуктивности можно использовать метод, изложенный для данных катушек с малой толщиной обмотки и одинаковыми диаметрами (п. 6б).

При этом, если плотности витков катушек одинаковы, то

$$M = (L_{123} + L_2 - L_{12} - L_{23})/2;$$

при разных плотностях витков

$$M = M_1 w_1 w_2 / l_1 l_3;$$

M_1 вычисляют в предположении, что $w/l = 1$ для обеих катушек. Обозначения те же, что и для формул, относящихся к п. 6б.

б) Катушки расположены в соответствии с рис. 2.19*е*. В пространство между связанными катушками помещают фиктивную катушку с произвольным числом витков и намоткой того же типа, как у рассматриваемых катушек. Затем производят те же вычисления, что и для многослойных катушек, расположенных в соответствии с рис. 2.19,*д* (см. формулы, приведенные в п. 9,*а*).

Коэффициент связи. Взаимодействие между магнитными полями разных катушек можно характеризовать не только взаимной индуктивностью, но и коэффициентом связи. Использовать коэффициент связи k удобно потому, что он не зависит от числа витков и типа намотки, а определяется только геометрическими факторами, т. е. размерами и расположением катушек. По определению

$$k = M/\sqrt{L_1 L_2},$$

где значения M и L вычисляют методами, изложенными выше.

Упрощенный расчет k можно выполнить по номограмме рис. 2.21.

Частные случаи:

для катушек с малой толщиной обмотки, расположенных в соответствии с рис. 2.19,*е*,

$$k = (D/d)^2;$$

для катушек разной длины, расположенных также

$$k = \frac{D^2\, l_{\text{нар}}}{d^2\, l_{\text{внутр}}};$$

для одинаковых катушек с квадратным или близким к нему сечением обмотки, расположенных в соответствии с рис. 2.19,*б*, значение k можно определить по графику рис. 2.22 (кривая *I*), где изображена зависимость k от отношения $t/d_{\text{ср}}$ (t — расстояние между центральными витками катушек; $d_{\text{ср}}$ — средний диаметр катушки).

Секционированные цилиндрические катушки. Обычно применяемые цилиндрические секционированные катушки представляют собой набор одинаковых катушек (секций), каждая из которых является многослойной катушкой, расположенных так, что их центры находятся на одной прямой (аналогично рис. 2.19,*б*); секции соединены между собой последовательно. При этом общая индуктивность

$$L = L_0\,[n + 2k\,(n - 1)],$$

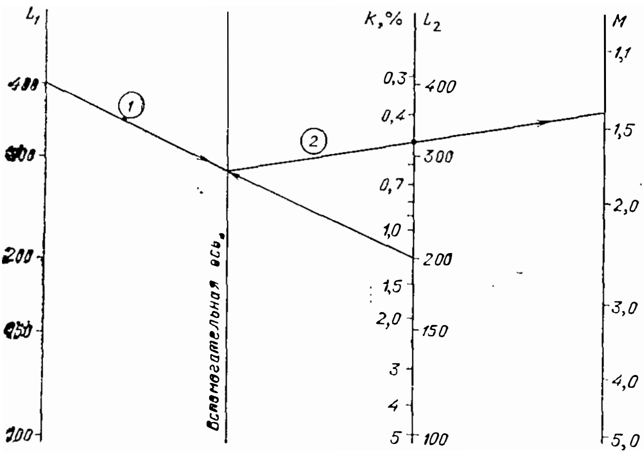


Рис. 2.21. Номограмма для расчета коэффициента связи

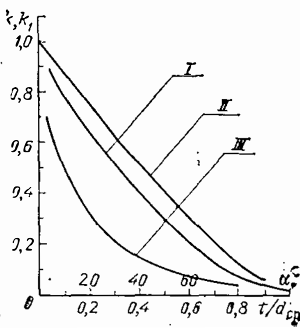


Рис. 2.22. Графики для расчета коэффициента связи и индуктивности

где L_0 — индуктивность одной секции; n — число секций; k — коэффициент связи между смежными секциями, величина его приведена на рис. 2.22 (кривая I) в зависимости от отношения $t/d_{ср}$ (t — расстояние между центральными витками смежных секций, $d_{ср}$ — средний диаметр секций); L_0 вычисляют способами, изложенными в разделах, посвященных расчету индуктивности.

Смещенные катушки. Если одинаковые катушки расположены аналогично рис. 2.19,*д*, но с некоторым эксцентриситетом, то на вычисленные обычным способом (т. е. без учета смещения) значения взаимной индуктивности и коэффициента связи необходимо ввести поправку k_1, на которую умножить полученные M или k.

Таким же образом вводят поправку для катушек, расположенных аналогично рис. 2.19,*б*, но с осями, повернутыми друг относительно друга на некоторый угол.

Значения поправки приведены на рис. 2.22: кривая II — поправка k_1 в зависимости от отношения $t/d_{ср}$ (t — эксцентриситет, $d_{ср}$ — средний диаметр катушки); кривая III — поправка k_1 в зависимости от α — наименьшего угла между осями катушек.

2.7. Индуктивность рассеяния

Одним из важных параметров, определяющих работу трансформаторов, является индуктивность рассеяния L_s.

Как известно, магнитный поток, сцепляющийся с обмотками трансформатора, можно условно разделить на рабочий (основной) поток и поток рассеяния. Первый из этих потоков сцеплен с обеими обмотками, и путь его проходит в основном по магнитопроводу, а второй — сцеплен только с одной какой-либо обмоткой и проходит в основном по воздуху. При этом основной поток создается суммой намагничивающих сил всех обмоток трансформатора, а поток рассеяния соответствует потоку, который будет существовать в трансформаторе, если в его обмотках имеют место одинаковые по величине, но противоположные по направлению намагничивающие силы.

Формулы, определяющие индуктивность рассеяния, можно использовать для определения индуктивности обмоток, имеющих короткие витки. Такую систему можно рассматривать как трансформатор с соответствующим расположением первичной и вторичной обмоток, последняя из которых замкнута накоротко.

Ниже приводятся формулы для расчета L_s различных конструктивных исполнений обмоток.

Коаксиальные цилиндрические обмотки (рис. 2.23) (предполагается, что влиянием сердечника можно пренебречь).

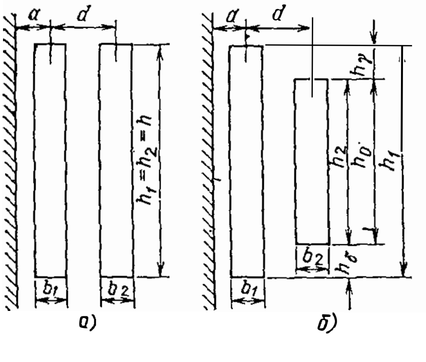


Рис. 2.23. Коаксиальные цилиндрические обмотки

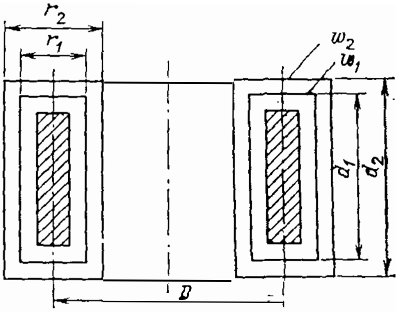


Рис. 2.24. Коаксиальные тороидальные обмотки

Индуктивность рассеяния, приведенную к виткам w_1, вычисляют по общей формуле

$$L_s = \frac{\mu_0}{2\pi} w_1^2 p \ln \frac{g_{12}^2}{g_1 g_2},$$

где p — средний периметр витка.

Параметры g_{12}, g_1 и g_2, представляющие среднегеометрические расстояния сечений обмоток друг от друга и от самих себя, могут быть выражены следующими соотношениями:

1. Для обмоток, имеющих одинаковую высоту (рис. 2.23,*а*),

$$g_1 = 0{,}223\,(h + b_1); \quad g_2 = 0{,}223\,(h + b_2);$$

$$g_{12} = 0{,}223\,h + 0{,}78\,d;$$

2. В общем случае расположения обмоток одна относительно другой (рис. 2.23,*б*)

$$g_{12} = \frac{(0{,}223\,h_1 + 0{,}78d)^{\alpha}\,(0{,}223\,h_0 + 0{,}78d)^{\beta}}{(0{,}223\,h_{\gamma} + 0{,}78d)^{\gamma}\,(0{,}223\,h_{\delta} + 0{,}78\,d)^{\delta}},$$

где

$$h_0 = h_{\delta} + h_2; \quad \alpha = (h_2 + h_{\gamma})^2/2h_1 h_2;$$

$$(h_1 + h_2)/2 \geqslant d;$$

$$\beta = (h_{\delta} + h_2)^2/2h_1 h_2;$$

$$\gamma = h_{\gamma}^2/2h_1 h_2; \quad \delta = h_{\delta}/2h_1 h_2,$$

где g_1 и g_2 — в соответствии с п. 1.

Для некоторых соотношений геометрических параметров обмоток и частных случаев их взаимного расположения выражение для g_{12} упрощается:

$$\text{при} \quad h_{\delta} = h_{\gamma} = h \; (h_1 \neq h_2);$$

$$\alpha = \beta = (h_1 + h_2)^2/8h_1 h_2;$$

$$\gamma = \delta = \alpha - 1/2$$

получим

$$g_{12} = \frac{(0{,}223\,h_{\alpha} + 0{,}78\,d)^{2\alpha}}{(0{,}223\,h + 0{,}78\,d)^{2\alpha - 1}}; \quad h_{\alpha} = h_2 + h_{\gamma};$$

при $h_{\delta} = 0$ (или $h_{\gamma} = 0$);

$$\alpha = h_1/2h_2; \quad \beta = h_2/2h_1; \quad \gamma = (\alpha + \beta) - 1; \quad \delta = 0$$

получим

$$g_{12} = \frac{(0{,}223\,h_{\alpha} + 0{,}78\,d)^{\alpha}\,(0{,}223\,h_2 + 0{,}78d)^{\beta}}{(0{,}223\,h_{\gamma} + 0{,}78d)^{\alpha+\beta-1}}.$$

При $d = 0$ (обмотки расположены одна над другой по вертикали) $h_{\gamma} = h_1 + h_0$ (h_0 в этом случае равно расстоянию между ближайшими торцами обмоток); $h_{\delta} = h_2 + h_0$,

$$g_{12} = h_0 + 0{,}5\,(h_1 + h_2).$$

Коаксиальные тороидальные обмотки (рис. 2.24). При расположении обеих обмоток по всей поверхности тора

$$L_s = \frac{\mu_0}{2\pi} w_1^2\, a \ln \frac{(D + r)^2\,(D - r_1)\,(D - r_2)}{(D - r)^2\,(D + r_1)\,(D + r_2)},$$

где $r = 0{,}5\,(r_1 + r_2)$; $a = 0{,}5\,(a_1 + a_2)$;

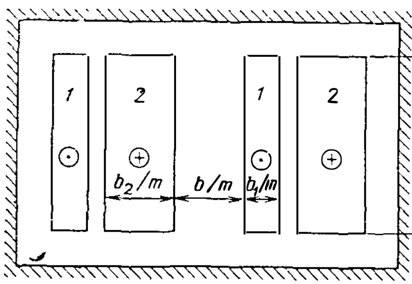


Рис. 2.25. Секционированные обмотки

r_1, r_2 — радиальные размеры средних витков; a_1, a_2 — аксиальные размеры средних витков.

При расположении обмоток на части поверхности тора L_s определяют как для эквивалентных цилиндрических коаксиальных обмоток. При этом за высоту обмотки принимают ее аксиальный размер.

Секционированные обмотки.

1. Секции выполнены в виде чередующихся коаксиальных цилиндров (рис. 2.25):

$$L_s = \frac{\mu_0}{hm} p w_1^2 \left(b + \frac{b_1 + b_2}{3} \right),$$

где h — высота секции; $m = s - 1$; s — общее число секций; p — периметр среднего витка; b — расстояние между обмотками; b_1, b_2 — толщина 1-й и 2-й обмоток соответственно.

2. Чередующиеся секции расположены на тороидальном магнитопроводе (рис. 3 27):

$$L_s = 1{,}2 \mu_0 w_1^2 p s^{-4/3} \left(1 + \ln \sqrt{1 + l/R} + A/3h\right),$$

где R — радиус средней силовой линии магнитопровода; l — расстояние между соседними секциями (по средней линии); A, h — толщина намотки секций в радиальном и аксиальном направлениях.

Обмотки, расположенные на разных стержнях (рис. 2.26):

$$L_s = \frac{\mu_0 w_1^2}{h} \left[R_{ср\,1} \frac{b_1}{3} + R_{ср\,2} \frac{b_2}{3} + \frac{b'_{01}}{2} \left(R_{вн\,1} + \frac{b'_{01}}{2} \right) + \frac{b'_{02}}{2} \left(R_{вн\,2} + \frac{b_{02}}{2} \right) \right],$$

где

$$\frac{b'_{01}}{2} = \frac{1}{4} \left(\frac{b'_{ср\,1} + b'_1}{2} \right); \quad \frac{b'_{02}}{2} = \frac{1}{4} \left(\frac{b'_{ср\,2} + b'_2}{2} \right);$$

$$b'_{ср\,1}/2 = 0{,}41 R_{вн\,1} + 1{,}41 a_0; \quad b'_{ср\,2}/2 = 0{,}41 R_{вн\,2} + 1{,}41 a_0;$$

$$b'_1/2 = \sqrt{3R^2_{вн\,1} + 0{,}5 h^2} - R_{вн\,1};$$

$$b'_2/2 = \sqrt{3R^2_{вн\,2} + 0{,}5 h^2} - R_{вн\,2}.$$

При близких геометрических параметрах обеих обмоток (т. е. при $R_{ср1} \approx R_{ср2}$; $R_{вн1} \approx R_{вн2}$)

$$L_s = \frac{\mu_0 w_1^2}{h} \left[R_{ср} \frac{b_1 + b_2}{3} + b' \left(R_{вн} + \frac{b'}{2} \right) \right],$$

где

$$R_{ср} = 0{,}5 (R_{ср1} + R_{ср2});$$

$$R_{вн} = 0{,}5 (R_{вн\,1} + R_{вн\,2});$$

$$b' = 2 \left(\sqrt{3R^2_{вн} + 0{,}5 h^2} - R_{вн} \right).$$

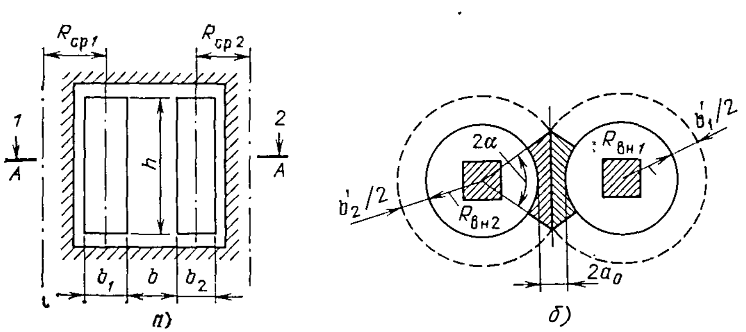


Рис. 2.26. Обмотки, расположенные на разных стержнях

Если при этом обмотки имеют и осевое смещение одна относительно другой (рис. 2.27), то

$$L_s = \frac{\mu_0 w_1}{h}\left[R_{ср}\frac{b_1 + b_2}{3} + b^*\left(R_{вн} + \frac{b^*}{2}\right)\right],$$

где

$$b^* = [(b_{ср} + b')/4]\,(h - \Delta) + b'\,\Delta;$$

$$b_{ср} = 0{,}8\,R_{вн} + 2{,}8a_0;$$

$$b' = 2\left(\sqrt{3R_{вн}^2 + 0{,}5\,h^2} - R_{вн}\right);$$

$$\Delta = 2h - t.$$

Обмотки, выполненные ленточным проводником. Если обмотки расположены коаксиально и при этом одна охватывает другую полностью, то расчет L_s производят по приведенным выше формулам, т. е. как для обмоток, выполненных обычным проводом.

Когда обмотки выполнены по типу дисковой конструкции, т. е. обмотки не охватывают одна другую, а лежат одна над другой (рис. 2.28), индуктивность рассеяния существенно зависит от частоты питающего напряжения:

$$L_s = \frac{\mu_0 w_1^2 p}{h}\left(b + \frac{b' + b'_2}{3}\right),$$

где p — периметр среднего витка; $b'_1 = 1/\sqrt{\pi/\gamma\mu_0}$; $b'_2 = 1/\sqrt{\pi/\gamma\mu_0}$ [при $1 \ll \sqrt{\pi/\gamma\mu_0}\,b_1$ (или b_2)] (b_1, b_2 и остальные параметры в соответствии с рис. 2.28).

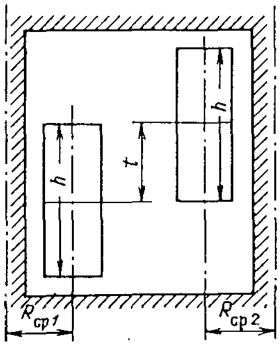
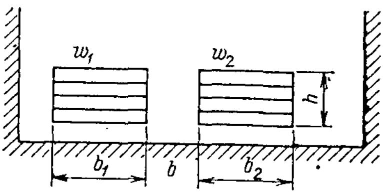


Рис. 2.27. Обмотки с осевым смещением

Рис. 2.28. Ленточные обмотки дисковой конструкции



Формулы для b'_1 и b'_2 справедливы практически до частоты $f \geqslant (\pi\gamma\mu_0 b^2{}_1)^{-1}$, при этом $b_1 \leqslant b_2$.

Для $f \leqslant (\pi\gamma\mu_0 b^2)^{-1}$ $b'_1 = b_1$ и $b'_2 = b_2$.

Индуктивность рассеяния в трансформаторах. Как уже отмечалось, индуктивность рассеяния является важным фактором, определяющим качество работы трансформатора.

Пользуясь вышеприведенными общими формулами в сочетании с методикой, изложенной в специальной литературе по трансформаторам, можно определить отдельные компоненты и полное значение индуктивности рассеяния обмоток трансформатора для различных вариантов его конструктивной реализации. В настоящем разделе приводятся только некоторые окончательные расчетные формулы.

Учитывая особенности трансформатора как элемента системы (в широком смысле) преобразования энергии, можно получить следующие специфические для трансформатора формулы вычисления индуктивности рассеяния:

$$L_s = \frac{\mu_0 w^2 l_{об}}{2h_{ок}} \left(b_{12} + \frac{b_1 + b_2}{3} \right) \approx \frac{\mu_0 w^2 l_{об} c_{ок}}{6h_{ок}},$$

где $l_{об}$ — средняя длина витка обмотки, $c_{ок}$ и $h_{ок}$ — ширина и высота окна магнитопровода соответственно; b_1, b_2 и b_{12} — толщины обмоток и расстояние между ними.

Учитывая соотношения между геометрическими параметрами магнитопровода, а также между режимными параметрами, получаем

$$L_s = 3{,}37 \cdot 10^{-9} (U_1/fB_м)^2 (1/V_м),$$

где $B_м$ — индукция в магнитопроводе; f — рабочая частота; $V_м$ — объем магнитопровода; U_1 — напряжение первичной обмотки.

При значении индукции B_m, соответствующем максимальному КПД трансформатора (минимальным потерям и минимальному объему).

$$L_s = 3{,}62 \cdot 10^{-7}\, U_1^2 \sqrt{A}\, V_м^{1/3}/Pf^{1/4},$$

где A — коэффициент, определяемый суммарными потерями в магнитопроводе (см. гл. 4); P — номинальная мощность трансформатора.

Соответственно индуктивное сопротивление рассеяния

$$\omega L_s = 2\pi L_s = 2{,}28 \cdot 10^{-6} \sqrt{A}\, f^{3/4}\, V_м^{1/3}\, R'_н,$$

где $R'_н = U^2{}_1/P$ — приведенное к первичным виткам сопротивление нагрузки.

Индуктивность рассеяния можно выразить через параметры, заданные до расчета трансформатора:

$$L_s = 5{,}22 \cdot 10^{-7} \frac{U_1^2\, A^{2/3}}{P^{3/2}\, f^{1/3} (\Delta T)^{1/2}},$$

где ΔT — допустимый перегрев.

В заключение настоящего раздела отметим, что наименьшая индуктивность рассеяния трансформаторов при прочих равных условиях имеет место при секционировании обмоток (при этом L_s уменьшается обратно пропорционально квадрату числа секций). Самая большая индуктивность рассеяния реализуется на стержневой конструкции при размещении обмоток (первичной и вторичной) на разных стержнях магнитопровода.

3. Расчет емкости

3.1. Методы расчета емкости

В электротехнике принято различать следующие виды емкостей: емкость уединенного проводника, емкость системы двух проводников (конденсатор) и емкость системы, состоящий из многих проводников.

Емкостью уединенного проводника (предполагается, что все другие проводники удалены в бесконечность) называют отношение заряда Q_0 этого проводника к его потенциалу U_0, т. е.

$$C = Q_0/U_0. \tag{3.1}$$

Емкостью системы, состоящей из двух проводников, называют отношение заряда одного из проводников к разности потенциалов между ними. Поскольку это отношение может быть отрицательным или положительным (в зависимости от знаков выбранного заряда и разности потенциалов), то принято выражать эту емкость как $C = |Q/(U_1 - U_2)|$.

Общим случаем является система, состоящая из многих проводников. При этом, естественно, потенциал каждого проводника определяется не только его собственным зарядом, но также и зарядами всех проводников. Иначе говоря,

$$\begin{aligned} U_1 &= \alpha_{11} Q_1 + \alpha_{12} Q_2 + \ldots + \alpha_{1n} Q_n; \\ U_2 &= \alpha_{21} U_1 + \alpha_{22} Q_2 + \ldots + \alpha_{2n} Q_n; \\ &\ldots \\ U_n &= \alpha_{n1} Q_1 + \alpha_{n2} Q_2 + \ldots \alpha_{nn} Q_n. \end{aligned} \tag{3.2}$$

Коэффициенты α_{ki} называют потенциальными коэффициентами (собственными при $k=i$ и взаимными при $k \neq i$).

Система (3.2) может быть решена относительно зарядов проводников

$$\begin{aligned} Q_1 &= \beta_{11} U_1 + \beta_{12} U_2 + \ldots + \beta_{1n} U_n; \\ Q_2 &= \beta_{21} U_1 + \beta_{22} U_2 + \ldots + \beta_{2n} U_n; \\ &\ldots \\ Q_n &= \beta_{n1} U_1 + \beta_{n2} U_2 + \ldots + \beta_{nn} U_n, \end{aligned} \tag{3.3}$$

где β_{ki} — емкостные коэффициенты (собственные при $k=i$, взаимные при $k \neq i$).

Емкостные коэффициенты находят через потенциальные:

$$\beta_{ki} = \Delta k_i / \Delta,$$

где

$$\Delta = \begin{vmatrix} \alpha_{11}\, \alpha_{12} \ldots \alpha_{1n} \\ \alpha_{21}\, \alpha_{22} \ldots \alpha_{2n} \\ \ldots\ldots \\ \alpha_{n1}\, \alpha_{n2} \ldots \alpha_{nn} \end{vmatrix},$$

а Δ_{ki} представляет собой алгебраическое дополнение определения Δ, получаемое из последнего путем вычеркивания k-й строки и i-го столбца и умножения минора на $(-1)^{k+i}$. При этом $\beta_{kk} > 0$ и $\beta_{ki} = \beta_{ik} < 0$.

Нередко используют уравнение в несколько иной форме, а именно, выражают заряд каждого проводника через разности потенциалов данного проводника и других проводников, в том числе и земли. Тогда

$$\begin{aligned} Q_1 &= C_{11} U_1 + C_{12} (U_1 - U_2) + \ldots + C_{1n} (U_1 - U_n); \\ Q_2 &= C_{21} (U_2 - U_1) + C_{22} U_2 + \ldots + C_{2n} (U_2 - U_n); \\ &\ldots \\ Q_n &= C_{n1} (U_n - U_1) + C_{n2} (U_n - U_2) + \ldots + C_{nn} U_n, \end{aligned} \tag{3.4}$$

где Q_i и U_i — заряд и потенциал i-го проводника; C_{ii} — собственная частичная емкость i-го проводника; C_{ik} — взаимная частичная емкость между i-м и k-м проводниками; $C_{ik}=C_{ki}$

В частности, когда $\sum\limits_{i=1}^{n} Q_i=0$, получим $C_{11}=C_{22}= \dots C_{ii}=0$.

Пусть, например, имеются три проводящие сферы ($i=1, 2, 3$). При этом сфера 3 находится внутри сферы 2, а потенциалы и заряды соответственно равны U_1, U_2, U_3 и Q_1, Q_2, Q_3. Для определения β_{ik} воспользуемся системой уравнений (3.3):

$$Q_1 = \beta_{11} U_1 + \beta_{12} U_2 + \beta_{13} U_3;$$
$$Q_2 = \beta_{21} U_1 + \beta_{22} U_2 + \beta_{23} U_3;$$
$$Q_3 = \beta_{31} U_1 + \beta_{32} U_2 + \beta_{33} U_3.$$

Предположим, что $Q_3=0$, а сфера 2 заземлена ($U_2=U_3=0$). Тогда $Q_1=\beta_{11}U_1$; $Q_2=\beta_{21}U_1$; $Q_3=0=\beta_{31}U_1$.

Откуда $\beta_{13}=\beta_{31}=0$, т. е. емкостной коэффициент между экранированными проводниками равен нулю.

Если первая и вторая сферы заземлены ($U_1=U_2=0$) и заряд $Q_3\neq 0$, тогда $Q_1=0$; $Q_2=\beta_{23}U_3$; $Q_3=\beta_{33}U_3$.

Но на внутренней поверхности заземленной проводящей оболочки индуцируется заряд, равный по абсолютному значению заряду в полости (т. е. Q_3), но противоположный по знаку ($Q_2=-Q_3$). В результате получим $\beta_{23}=-\beta_{33}$.

Таким образом, емкостной коэффициент между двумя проводниками, один из которых полностью окружает другой, равен взятому с обратным знаком собственному емкостному коэффициенту внутреннего проводника.

Следует иметь в виду, что емкостные и потенциальные коэффициенты, а также частичные емкости при неизменной конфигурации проводников и при неизменном их взаимном расположении постоянны, независимо от изменения их зарядов и потенциалов. Поэтому при определении значений α, β и C надо рассмотреть столько различных ситуаций, сколько имеется неизвестных указанных величин.

Системы уравнений (3.2)—(3.4) являются, по существу, различными формами записи связи между зарядами и потенциалами проводников в системе многих тел. Нетрудно получить зависимости между этими величинами. Связь между α и β была приведена выше. Между частичными емкостями и емкостными коэффициентами существует зависимость

$$C_{ik} = -\beta_{ik}; \quad C_{kk} = \beta_{1k} + \beta_{2k} + \dots + \beta_{nk} = \sum_{m=1}^{n} \beta_{mk};$$

$$\beta_{kk} = \sum_{m=1}^{n} C_{mk}.$$

Задача определения электрической емкости (так же как и любой другой интегральной характеристики поля иной физической природы) может быть решена на основе известного распределения потенциала электростатического поля (U) в пространстве, окружающем системы рассматриваемых проводников. Заряд каждого проводника

$$Q_i = -\int\limits_{S_i} \varepsilon \frac{\partial U}{\partial N} dS_i, \tag{3.5}$$

где Q_i — заряд i-го проводника; S_i — поверхность i-го проводника; N — внешняя нормаль к поверхности проводника.

Методы расчета электрической емкости, вообще говоря, сводятся к разработке способов определения поля. Все методы можно условно разделить на методы, дающие точный, приближенный результаты и оценку искомой величины снизу или сверху.

Метод площадок. Метод сводится к приближенному решению интегрального уравнения (для уединенного проводника)

$$U_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_a}\int \sigma \frac{dS}{R}, \qquad (3.6)$$

где σ — плотность заряда; R — расстояние между двумя произвольными точками поверхности проводника; ε_a — абсолютная диэлектрическая проницаемость ($\varepsilon_a = \varepsilon_r\varepsilon_0$, где ε_r — относительная диэлектрическая проницаемость среды; $\varepsilon_0 = 10^{-9}/36\pi \approx 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ *Ф/м* — электрическая постоянная).

Поверхность S разбивают на n площадок с малыми размерами, что дает возможность считать в пределах каждой площадки плотность заряда постоянной. Считая потенциал поверхности постоянным, можно получить систему из n уравнений, решение которой дает значение плотности заряда на каждой элементарной площадке и, следовательно, полного заряда проводника. Таким образом, с принципиальной точки зрения результат расчета емкости можно получить с любой степенью точности в зависимости от выбранного числа элементарных площадок, на которые разбивают поверхность заданного проводника.

Метод эквивалентных зарядов. Заключается в том, что находят такое распределение зарядов внутри объема заданного тела, которое делало бы поверхность этого тела эквипотенциальной. Этот метод обладает крайне ограниченными возможностями, поскольку он позволяет определять только емкость проводников, представляющих собой тела, образованные пересекающимися сферами, т. е. электродов, не имеющих практического применения.

Метод пространственной инверсии. Применяют для определения емкости уединенных проводников, находящихся в однородной среде. Основан на геометрическом преобразовании поверхности проводников путем их отражения относительно сферы. В некоторых случаях такая процедура позволяет получить более простую (чем исходная) форму электрода, емкость которой известна либо сравнительно легко может быть определена.

Метод конформных преобразований. Применяют при расчете емкостей в плоскопараллельных системах. При этом используют свойство инвариантности емкости относительно конформных преобразований, что дает возможность переходить от исходной более сложной системы проводников к простой, емкость которой может быть найдена с меньшими трудностями.

Метод средних потенциалов. Основан на задании фиктивного распределения заряда по поверхности проводника, за потенциал проводника принимают среднее арифметическое значение потенциалов во всех точках его поверхности. Емкость, определенная таким способом, не превышает истинную емкость проводника и является, таким образом, нижней границей емкости.

Перечисленные выше методы расчета емкостей имеют ограниченное применение: методы площадок и средних потенциалов связаны с трудностями как математического, так и вычислительного характера; методы эквивалентных зарядов и пространственной инверсии пригодны для вычисления емкости уединенных проводников канонических геометрических форм и т. д.

Определенную универсальность имеют методы, основанные на идее предписанных эквипотенциальных поверхностей или возможных путей потоков. Известная теорема гласит: «Если в любой части среды диэлектрическая проницаемость увеличивается, то емкость проводника, находящегося в этой среде, не уменьшается, и наоборот». Таким образом, если задаются потенциальные поверхности, что эквивалентно внесению в среду проводящих оболочек, то это приводит к увеличению емкости, кроме случая, когда фиктивные эквипотенциальные поверхности совпадают с истинными; тогда емкость остается неизменной.

При задании формы силовых линий поля фактически в среде создается сеть непроницаемых оболочек, которые имитируют силовые трубки, что приводит к уменьшению емкости, кроме случая, когда форма фиктивных силовых линий совпадает с истинными линиями поля; тогда емкость остается неизменной. Методы возможных путей потока широко распространены в электроаппаратостроении, где конфигурации используемых систем весьма сложны и далеки от канонических форм (сфер, эллипсоидов и т. п.), что исключает возможность применения перечисленных выше методов. В силу сказанного выше эти методы дают заниженное значение емкости или другой аналогичной интегральной характеристики. Следует отметить, что эти методы дают не только заниженные значения емкости, но некоторые из них, например метод Ротерса, получивший большое распространение, приводит к принципиальным ошибкам в качественном изменении емкости при вариации геометрических параметров системы.

Для технических расчетов емкости, которые не требуют прецизионной точности, может быть использован метод, предложенный в [8]. Точность этого метода не может быть оценена в общем виде, но, как показывают практические расчеты, не превышает нескольких процентов. Достоинством метода является его универсальность и простота. Суть метода заключается в следующем. Как известно, емкость между двумя электродами может быть выражена через так называемые потенциальные коэффициенты

$$C = (\alpha_{11} + \alpha_{22} - 2\alpha_{12})^{-1},$$

где α_{11}, α_{22} — собственные и α_{12} — взаимный потенциальные коэффициенты.

Если предположить, что электроды расположены на расстояниях друг от друга, обеспечивающих их малое взаимное влияние, то можно записать для потенциальных коэффициентов

$$\alpha_{11} \simeq C_1^{-1}; \quad \alpha_{22} \approx C_2^{-1};$$

$$\alpha_{12} \approx C_0^{-1} = (4\pi\varepsilon r_{12})^{-1},$$

где C_1, C_2 — емкость первого и второго электрода как уединенных тел; r_{12} — среднее расстояние между электродами, т. е. между центрами инерции.

Через потенциальные коэффициенты можно определить собственные и взаимные частичные емкости C_{11}, C_{22} и C_{12}, а также полную емкость системы, состоящей из двух заданных электродов:

$$\left.\begin{aligned} C_{11} &= \frac{C_1 C_0 (C_0 - C_2)}{C_0^2 - C_1 C_2}; \\ C_{22} &= \frac{C_2 C_0 (C_0 - C_1)}{C_0^2 - C_1 C_2}; \\ C_{12} &= \frac{C_1 C_2 C_0}{C_0^2 - C_1 C_2}; \\ C &= \frac{C_1 C_2 C_0}{C_0 (C_1 + C_2) - 2 C_1 C_2}. \end{aligned}\right\} \tag{3.7}$$

Если $C_1 = C_2 = \bar{C}$ (электроды одинаковые), тогда

$$C = C_0 \bar{C} / 2 (C_0 - \bar{C}). \tag{3.7a}$$

Как показывают непосредственные расчеты, формулы (3.7), записанные в предположении, что электроды находятся друг от друга на значительном удалении, вполне пригодны для определения емкости между электродами, находящимися на расстоянии, меньшем суммы их габаритных размеров.

Пример 3.1. Дана пластина в форме круглого диска радиуса R, расположенная перпендикулярно проходящей плоскости. Расстояние от центра диска до плоскости $h = 2R$. Найти емкость системы.

Согласно (3.7а) искомая емкость (с учетом, что $\bar{C} = 8\varepsilon_a R$, $C_0 = 4\pi\varepsilon_a \cdot 2h$)

$$C = \frac{8\varepsilon_a R \cdot 4\pi\, \varepsilon_a \cdot 2h}{(4\pi\varepsilon_a \cdot 2h - 8\varepsilon_a R)} = 9{,}514\, \varepsilon_a R.$$

Пример 3.2. Имеется конденсатор, обкладки которого представляют собой диски радиуса R. Расстояние между обкладками $l = 2R$. Найти емкость конденсатора.

Согласно (3.7а)

$$C = C_1 C_0 / 2 (C_0 - C_1),$$

где C_1 — емкость диска, равна $8\varepsilon_a R$; $C_0 = 4\pi l = 4\pi 2R$. Тогда $C/8\varepsilon_a R = \pi/2(\pi - 1) = 0{,}7335$.

Формулы (3.7) можно использовать для нахождения емкости электрода сложной формы, состоящего из частей, емкость которых как уединенных тел известна. Емкость тела, состоящего из двух частей, вычисляют по формуле

$$C = C_{11} + C_{22} = \frac{C_0 (C_1 + C_2) - 2C_1 C_2}{C_0^2 - C_1 C_2} C_0. \tag{3.8}$$

Если части одинаковые (при этом $C_1 = C_2$), то

$$C = C_0 2C_1 / (C_0 + C_1). \tag{3.8а}$$

Необходимо отметить, что формулы (3.8) и (3.8а) дают вполне удовлетворительный результат для любого расстояния между частями исходного электрода (включая случай, когда части соприкасаются между собой).

Пример 3.3. Определить емкость электрода, состоящего из двух сфер радиуса R, расстояние между центрами которых равно $l = NR (N \geqslant 2)$ при $N = 2$ и 5.

Учитывая, что в этом случае $C_l = 4\pi R \varepsilon_a$, $C_0 = 4\pi NR$ формулу (3.8а) преобразуем к виду

$$C = \frac{8\pi NR \varepsilon_a}{N+1} \quad \text{или} \quad \frac{C}{4\pi\varepsilon_a R} = \frac{2N}{N+1}.$$

При $N = 2$ (касающиеся сферы) $C/4\pi\varepsilon_a R = 4/3 = 1{,}333$. Точное значение искомой величины $2 \ln 2 = 1{,}386$. Погрешность $\delta < 4\%$.

При $N = 5$ $C/4\pi\varepsilon_a R = 10/6 = 1{,}667$ (погрешность менее 0,1%).

Если исходный электрод может быть представлен комплексом, состоящим из N простых тел, емкость которых известна, то последовательно вычисляя по формулам (3.8) или (3.8а) емкости отдельных пар тел, можно определить емкость комплекса. Совершенно очевидно, что если известна емкость какого-либо электрода как целого C, а емкость его части как уединенного тела C_1, то емкость оставшейся части

$$C_2 = \frac{C_0^2 (C - C_1)}{C_0^2 + CC_1 - 2C_1 C_0}. \tag{3.9}$$

Если заданный электрод рассматривать как геометрический комплекс, состоящий из одинаковых тел ($C_1 = C_2 = C_p$), то формула для вычисления их емкости значительно упрощается:

$$C_p = CC_0 / (2C_0 - C). \tag{3.9а}$$

В заключение приведем полезные оценки для емкости, которые вытекают из основной теоремы и сформулированы в [6].

1. Емкость уединенного проводника больше емкости любой его части.

2. Емкость уединенного проводника меньше суммы емкостей всех его частей, рассматриваемых как отдельные уединенные проводники.

3. Емкость между двумя проводниками больше емкости между любыми их частями, рассматриваемыми как отдельные проводники, расположенные относительно один другого так же, как указанные части.

4. При расположении проводника около плоской границы двух сред емкость между проводником и плоскостью равна удвоенному значению емкости между проводником и его отражением, если граница проводящая, и равна половине емкости уединенного проводника, образованного соединением проводника и его зеркального отражения относительно границы, если последняя непроницаема.

3.2. Емкость уединенных проводников

Для приближенного расчета емкости уединенных проводников можно пользоваться следующей оценкой: емкость плоского (объемного) проводника произвольной формы не превышает емкости эллипса (эллипсоида), площадь (поверхность) которого равна площади (поверхности) рассматриваемого проводника, а соотношение между его осями равно соотношению между основными габаритными размерами проводника.

Площадь эллипса $S=\pi ab/4$, где a и b — оси эллипса.

Ниже приводятся формулы для вычисления емкости наиболее распространенных примеров. Во всех случаях, если это не оговорено особо, форма сечения проводника принимается круговой.

Пластины и диски.

1. Круговой диск:

$$C = 4\varepsilon_а D,$$

где D — диаметр диска.

2. Эллиптический диск:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_а a}{K(k)},$$

где $K(k)$ — полный эллиптический интеграл 1-го рода с модулем $k = \sqrt{1-b^2/a^2}$; a и b — большая и малая оси эллипса соответственно.

Приближенно (с погрешностью не более 1%) значение эллиптического интеграла в интервале изменения k от нуля до 0,75 можно определить по формуле $K(k) \approx \pi a/(a+b)$.

Тогда для $0{,}5 \leqslant b/a \leqslant 1$

$$C \approx 2\varepsilon_а (a+b).$$

Для интервала изменения k от 0,75 до 1,0 справедливо (с погрешностью не более 5%) выражение $K(k) = \ln(4a/b)$.

Для $0{,}5 \geqslant b/a > 0$

$$C \approx 2\pi\varepsilon_а a\,[\ln(4a/b)]^{-1}.$$

3. Прямоугольная пластина:

$$C \approx 4\sqrt{\pi}\,\varepsilon_а a\,[K(k)]^{-1},$$

где $K(k)$ — полный эллиптический интеграл 1-го рода с модулем $k = \sqrt{1-b^2/a^2}$; a, b — стороны пластины ($b \leqslant a$).

Для $1 \geqslant b/a \geqslant 0{,}5$

$$C \approx \frac{4\varepsilon_а a}{\sqrt{\pi}}\left(1+\frac{b}{a}\right).$$

Для $0 < b/a \leqslant 0{,}5$

$$C \approx 4\sqrt{\pi}\,\varepsilon_а a\,[\ln(4a/b)]^{-1}.$$

Кольца.

1) Плоское круговое кольцо:

$$C = \frac{8\varepsilon_а}{\pi} b\left(\arccos\frac{a}{b} + \sqrt{1-\frac{a^2}{b^2}}\,\mathrm{Artg}\,\frac{a}{b}\right)\times$$
$$\times\left[1 + 1{,}43\cdot10^{-2}\,\frac{b}{a}\,\mathrm{tg}^3\left(1{,}3\frac{b}{a}\right)\right] \text{ при } \frac{b}{a} > 1{,}1,$$

где b, a — внешний и внутренний диаметры кольца соответственно.

Погрешность вычисления не более 0,1%.

При $b/a<1{,}1$

$$C=\frac{\pi^2\varepsilon_a(a+b)}{\ln[16(a+b)/(a-b)]}.$$

Погрешность вычисления не более 0,6% при $b/a\leqslant 1{,}25$ и не более 2,6% при $b/a\leqslant 2$.

2. Объемное кольцо (тор кругового сечения):

$$C=\frac{2\pi^2\varepsilon_a(D-d)}{\ln\left(8\frac{D-d}{d}\right)},$$

где D — наружный диаметр тора; d — диаметр поперечного сечения проводника, образующего кольца (толщина тора). Погрешность вычисления не более 1% при $(D-d)/d>8$ и 4% при $(D-d)/d>3$.

При $(D-d)/d<3$

$$C=2\pi\varepsilon_a(D-d)\left(0{,}68+1{,}07\frac{D-d}{d}\right).$$

Погрешность вычисления не более 1%.

В частном случае при $D=2d$ (тор без отверстия)

$$C\approx 10{,}9\,\varepsilon_a(D-d).$$

Цилиндры.

1. Цилиндрическая трубка с бесконечно тонкими стенками.

$$C=\frac{2\pi^2\varepsilon_a d}{\ln(16d/l)}\quad\text{при}\quad 0<(l/d)<4,$$

где l и d — длина и диаметр трубки соответственно.

Погрешность вычисления не более 3%.

При $4\leqslant(l/d)<9$

$$C=\frac{2\pi^3\varepsilon_a l}{[\ln(16l/d)]^2+0{,}91}.$$

Погрешность вычисления не более 3%.

При $l/d\geqslant 9$

$$C=\frac{2\pi\varepsilon_a l}{\ln l/d+0{,}386}\left[1+\frac{0{,}175}{(\ln l/d+0{,}386)^2}\right].$$

Погрешность вычисления не более 1%.

2. Сплошной цилиндр:

$$C=2\pi\varepsilon_a d\,[0{,}64+0{,}55(l/d)^{0{,}76}]\quad\text{при}\quad 0<(l/d)\leqslant 8,$$

где l и d — длина и диаметр цилиндра.

Погрешность вычисления не более 0,2%.

При $8<(l/d)<50$

$$C=\frac{2\pi\varepsilon_a l}{\operatorname{Arsh}\frac{2l}{d}+\frac{d}{2l}-\sqrt{\left(\frac{d}{2l}\right)^2+1}}.$$

Погрешность вычисления не более 5%.

При $l/d\geqslant 50$

$$C=\frac{2\pi\varepsilon_a l}{\ln l/d+0{,}386}.$$

Погрешность вычисления не более 5%.

Эллипсоид и куб.

1. Трехосный эллипсоид ($a>b>c$ — оси эллипсоида):

$$C \approx \frac{2\pi\varepsilon_a \sqrt{a^2-c^2}}{F(\varphi,\ k)},$$

где $F(\varphi,\ k)$ — неполный эллиптический интеграл 1-го рода;

$$k=\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}}; \quad \varphi=\arcsin\sqrt{\frac{a^2-c^2}{a^2}}.$$

В частном случае, когда оси эллипсоида можно представить выражениями a, $a(1+\alpha)$, $a(1+\alpha\beta)$ при $|\alpha\beta|<1$, емкость эллипсоида приближенно вычисляют по формуле

$$C \approx 2\pi\varepsilon_a a\left[1+\frac{1}{3}\alpha(1+\beta)-\frac{1}{45}\alpha^2(1-\beta+\beta^2)\right].$$

2. Сжатый сфероид ($a=b>c$):

$$C=2\pi\varepsilon_a\sqrt{a^2-c^2}\,[\arccos(c/a)]^{-1}.$$

3. Вытянутый сфероид ($a>b=c$):

$$C=2\pi\varepsilon_a\sqrt{a^2-b^2}\,[\operatorname{Arch}(a/b)]^{-1}.$$

4. Сфера ($a=b=c$):

$$C=2\pi\varepsilon_a a.$$

5. Куб:

$$C=8{,}3\varepsilon_a a,$$

где a — сторона куба.

Провода.

1. Прямолинейный провод. Расчет может быть выполнен по приведенным выше формулам для цилиндра.

В предельном случае весьма длинного и тонкого провода при $l/d \gg 1$

$$C=\frac{2\pi\varepsilon_a l}{\ln(l/d)},$$

где l и d — длина и диаметр провода.

2. Провод в форме кругового кольца. Расчет может быть выполнен по приведенной выше формуле для тора.

В предельном случае очень тонкого кольца большого диаметра при $(D/d) \gg 1$

$$C \approx \frac{2\pi^2\varepsilon_a D}{\ln(8D/d)},$$

где D и d — диаметры кольца и провода соответственно.

3. Провод, изогнутый по дуге окружности:

$$C \approx \frac{2\pi\varepsilon a R\theta}{\ln\frac{16R}{d}-\frac{4}{\theta}M},$$

где R — радиус окружности; θ — центральный угол дуги, рад; d — диаметр провода; M — коэффициент, значения которого приведены в табл. 3.1.

Погрешность вычисления не более 2% при $2R/d>10$.

4. Соединенные между собой прямолинейные провода с одинаковыми длинами и даметрами.

Таблица 3.1

Значения коэффициента M

θ, град (360—θ)	θ, рад (2π—θ)	M	θ, град (360—θ)	θ, рад (2π—θ)	M	θ, град (360—θ)	θ, рад (2π—θ)	M
0	0,	0	60	1,047	0,611	120	2,094	0,846
5	0,087	0,105	65	1,134	0,638	125	2,181	0,854
10	0,174	0,180	70	1,222	0,664	130	2,269	0,868
15	0,262	0,244	75	1,309	0,689	135	2,356	0,877
20	0,349	0,300	80	1,396	0,712	140	2,443	0,885
25	0,436	0,350	85	1,484	0,733	145	2,530	0,892
30	0,524	0,397	90	1,571	0,753	150	2,618	0,899
35	0,611	0,439	95	1,658	0,772	155	2,705	0,904
40	0,698	0,477	100	1,745	0,789	160	2,792	0,908
45	0,785	0,515	105	1,832	0,805	165	2,880	0,912
50	0,873	0,549	110	1,920	0,820	170	2,967	0,914
55	0,960	0,581	115	2,007	0,833	175	3,054	0,915

а) Два параллельных провода (рис. 3.1,*а*):

$$C \approx \frac{4\pi\varepsilon_a l}{\ln\left\{\left[2l/d+\sqrt{1+(2l/d)^2}\right]\left[(l/h)+\sqrt{1+(l/h)^2}\right]\right\}+N},$$

где $N=d/2l+h/l-\sqrt{1+(d/2l)^2}-\sqrt{1+(h/l)^2}$; l — длина проводов; d — диаметр проводов; h — расстояние между осями проводов.

При $2h/l \gg 1$

$$C=\frac{4\pi\varepsilon_a l}{\ln(l/d)-l/2h+0{,}386}.$$

При $2h/l \ll 1$

$$C=\frac{4\pi\varepsilon_a l}{\ln(l^2/dh)-0{,}079}.$$

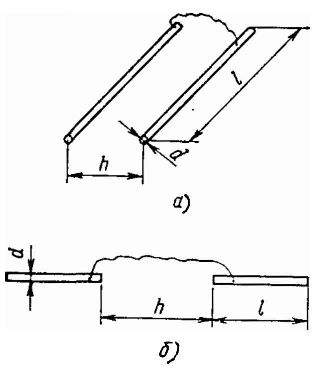


Рис. 3.1. Соединенные прямолинейные провода

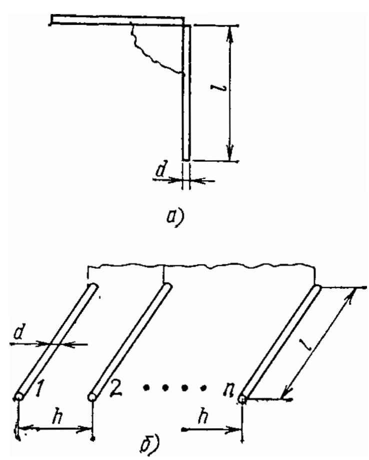


Рис. 3.2. Соединенные перпендикулярные и параллельные провода

б) Два провода, расположенных на одной прямой (рис. 3.1,*б*):

$$C=\frac{8\pi\varepsilon_a l^2}{2l\left(\ln\frac{l}{d}+0{,}386\right)+h\ln\frac{h(h+2l)}{(h+l)^2}},$$

где l — длина проводов; d — диаметр проводов; h — расстояние между ближайшими концами проводов.

При $h>l/2$

$$C=\frac{4\pi\varepsilon_a l}{\ln[2l(h+2l)/d(h+l)]}.$$

в) Перпендикулярные провода, касающиеся друг друга (рис. 3.2,*а*):

$$C=\frac{4\pi\varepsilon_a l}{\ln\left[2l/d+\sqrt{1+(2l/d)^2}+d/2l-\sqrt{1-(d/2l)^2}\right]},$$

где l — длина проводов; d — диаметр проводов.

г) Несколько параллельных проводов, расположенных в одной плоскости на равных расстояниях друг от друга (рис. 3.2,*б*):

$$C=\frac{2\pi\varepsilon_a ln}{n[\ln(l/h)-0{,}307]+\ln(2h/d)+B}\quad \text{при}\quad h/l\ll 1,$$

где l — длина проводов; n — число проводов; h — расстояние между осями проводов; B — коэффициент, значения которого приведены в табл. 3.2.

Электроды вблизи бесконечной плоской непроницаемой границы. Если проводник находится над непроницаемой границей, то его емкость будет равна половине емкости системы, состоящей из двух электродов — проводника и его зеркального отражения (относительно плоской границы) при условии, что оба проводника имеют равные и одинаковые по знаку потенциалы, т. е. электрически соединены между собой. Ниже приведены формулы для расчета емкости двух зеркальных одноименно заряженных электродов, а также емкости проводов вблизи непроницаемой границы.

1. Два диска.

а) Коаксиальные диски в параллельных плоскостях:

$$C=8\varepsilon_a d\left(1+\frac{2}{\pi}\operatorname{arctg}\frac{2l}{d}\right)^{-1}\quad \text{при}\quad 2l\geqslant d,$$

где d — диаметр диска; l — расстояние между дисками;

$$C=4\varepsilon_a d[1{,}133+1{,}068(l/d)^2]\quad \text{при}\quad 2l<d.$$

б) Копланарные диски:

$$C=\frac{8\varepsilon_a d}{1+d/\pi l}\quad \text{при}\quad 2l/d>3,$$

где d — диаметр диска; l — расстояние между центрами.

Таблица 3.2

Значения коэффициента B

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	0	0,46	1,24	2,26	3,48	4,85	6,40	8,06	9,80	11,65	13,58

2) Две параллельные прямоугольные пластины:

$$C = 4\pi\,\varepsilon_a\,a\left[\ln\frac{4a^2}{bd} + \frac{d}{a} - \frac{1}{2} - \frac{1}{4}\left(\frac{d}{a}\right)^2 + \frac{1}{32}\left(\frac{d}{a}\right)^4\right]^{-1} \quad \text{при} \quad \frac{d}{a} < 2$$

$$\text{и} \; \frac{a}{b} \geqslant 1,$$

где d — расстояние между пластинами; a и b — значения сторон пластины;

$$C = C_{01}\,(1 + C_{01}/4\pi\varepsilon_a\,d) \quad \text{при} \quad d/a \gg 1 \quad \text{и} \quad a/b > 1,$$

где C_0 — емкость одиночной пластины.

3) Две прямоугольные пластины, лежащие в одной плоскости (рис. 3.3):

$$C = \frac{8\pi\,(a+b)\,d\varepsilon_a}{\pi\sqrt{\pi}\,d + a + b} \quad \text{при} \quad 0{,}5 \leqslant \frac{b}{a} \leqslant 1 \quad \text{и} \quad d/a \gg 1;$$

$$C = \frac{8\sqrt{\pi}\,a\,\varepsilon_a}{\ln(4a/b) + a/\sqrt{\pi}\,d} \quad \text{при} \quad 0 \leqslant \frac{b}{a} \leqslant 0{,}5 \quad \text{и} \quad d/a \gg 1.$$

4. Две сферы:

$$C = 4\pi\varepsilon_a\,d\,\frac{1}{1 + d/4l},$$

где d — диаметр сферы; l — расстояние между центрами сфер.

Погрешность вычисления не более 0,3% при $d/4l < 0{,}5$ и не более 3,6% при $d/4l > 0{,}5$.

5. Провода вблизи бесконечной плоской непроницаемой границы.

а) Провод параллелен границе:

$$C' = C/2,$$

где C вычисляют по приведенной выше формуле для двух проводов, расположенных на одной прямой, при h, равном удвоенному расстоянию от оси провода до границы.

б) Провод перпендикулярен границе:

$$C' = C/2,$$

где C вычисляется по формулам для цилиндров (или проводов) при $h=0$ (удвоенное расстояние от ближайшего конца провода до границы) и по формулам для проводов при $h \neq 0$ (см. рис. 3.1,*б*).

в) Круговое кольцо в плоскости, параллельной границе:

$$C = \frac{2\pi^2 D\,\varepsilon_a}{\ln(4\pi D^2/dh)} \quad \text{при} \quad 2h \ll D,$$

где D и d — диаметр кольца и провода соответственно; h — расстояние от центра кольца до границы;

При $2h \gg D$

$$C' = \frac{2\pi^2\,\varepsilon_a\,D}{\pi D/2h + \ln(8D/d)}.$$

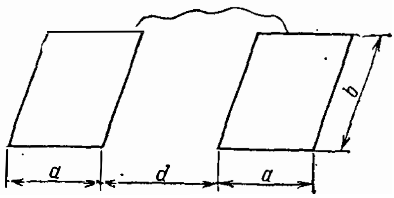


Рис. 3.3. Соединенные пластины в одной плоскости

г) Провода в одной плоскости, перпендикулярные границе и примыкающие к ней (без зазора) на равных расстояниях:

$$C' = C/2,$$

где C вычисляют по формулам для проводов, изображенных на рис. 3.1,*а* и 3.2,*б* при l, равном удвоенной длине провода.

3.3. Конденсаторная емкость

Плоскопараллельная система электродов. Под плоскопараллельной понимается система с бесконечной протяженностью в одном направлении, а в любой плоскости, перпендикулярной этому направлению, электроды имеют идентичные сечения.

На практике к этому случаю можно отнести системы, осевой размер которых значительно превосходит все остальные размеры сечения (например, двухпроводную линию) и в которых можно пренебречь влиянием искажения поля на концах системы и, следовательно, изменением емкости за счет этого эффекта. Поэтому для плоскопараллельных электродов имеет смысл говорить либо о емкости, приходящейся на единицу длины, либо о емкости некоторого участка конечной длины (в формулах настоящего раздела принято обозначение l — длина электрода в осевом направлении).

1. Две пластины, лежащие в одной плоскости (рис. 3.4).

а) Пластины одинаковой ширины ($b=d$):

$$C = \varepsilon_a \frac{K(k')}{K(k)} l,$$

где $K(k)$, $K(k')$ — полные эллиптические интегралы 1-го рода с модулями, равными $k=a/(a+b)$; $k'=\sqrt{1-k^2}$; $2a$ — расстояние между пластинами; b — ширина пластины.

С погрешностью не более 2% можно воспользоваться следующими приближенными формулами:

$$C \approx \varepsilon_a \frac{2l}{\pi} \ln \frac{4(a+b)}{a} \quad \text{при } 0 \leqslant k \leqslant 0{,}3;$$

$$C \approx \varepsilon_a \left(2{,}035 - 1{,}45 \frac{a}{a+b}\right) l \quad \text{при } 0{,}3 \leqslant k \leqslant 0{,}9.$$

б) Пластины разной ширины:

$$C = 2\varepsilon_a \frac{K(k')}{K(k)} l,$$

где

$$k = \sqrt{\left(1+\frac{d+b}{2a}\right)\left(1+\frac{b}{2a}\right)^{-1}\left(1+\frac{d}{2a}\right)^{-1}}; \quad k' = \sqrt{1-k^2};$$

b, d — ширина одной и другой пластины.

При $d \gg b$ $k=\sqrt{(1+b/2a)^{-1}}$.

Приближенные формулы п. 1а могут быть использованы и для пластин разной ширины при ограничениях, накладываемых на значение k, которые оговорены в п. 1а.

в) Две полубесконечные пластины, лежащие в одной плоскости. Емкость между участками длиной a двух полубесконечных пластин, лежащих в одной плоскости,

$$C = \varepsilon_a \frac{2l}{\pi} \ln \frac{a+\sqrt{a^2-d^2}}{a},$$

где $2d$ — расстояние между пластинами.

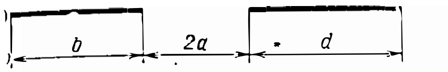


Рис. 3.4. Пластины в одной плоскости

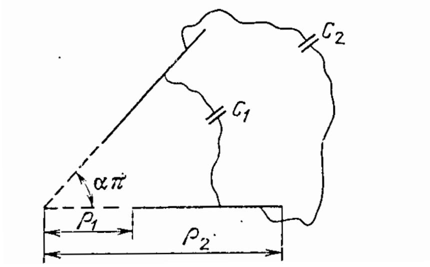


Рис. 3.5. Пластины под углом друг к другу

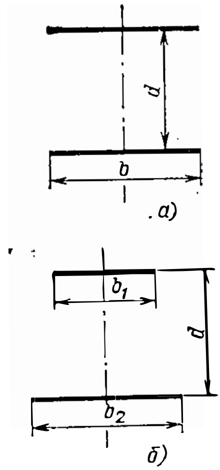


Рис. 3.6. Параллельные пластины

2. Пластины, расположенные под углом друг к другу (рис. 3.5). Пластины имеют одинаковую ширину и равноудалены от вершины угла $\alpha\pi$. Емкость между сторонами пластины, обращенными друг к другу,

$$C_1 = \frac{\varepsilon_a}{\alpha\pi} \ln\left(\frac{1}{1-\alpha}\sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}\right) l.$$

Емкость между внешними сторонами пластин

$$C_2 = \frac{\varepsilon_a}{(1-\alpha)\pi} \ln\left(\frac{1}{\alpha}\sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}\right) l.$$

Полная емкость

$$C = C_1 + C_2.$$

3. Две параллельные пластины.

а) Пластины одинаковой ширины (рис. 3.6,*а*):

$$C = \varepsilon_a \pi [\ln(4d/b)]^{-1} l \text{ при } b/d < 1$$

(при $b/d \ll 1$ погрешность вычисления не более 0,3%);

$$C = 1{,}13\,\varepsilon_a \frac{bl}{d}\left[1 + \frac{d}{\pi b}\left(2{,}84 + \ln\frac{b}{d}\right)\right] \text{ при } 1 < \frac{b}{d} < 2;$$

$$C = 1{,}13\,\varepsilon_a (1 + b/d)\, l \text{ при } 3 < (b/d) < 4;$$

$$C = \varepsilon_a \left[1 + \frac{1}{\pi}\frac{b}{d}\left(2{,}84 + \ln\frac{b}{d}\right)\right]\frac{bl}{d} \text{ при } 4 < \frac{b}{d} < 30$$

(погрешность вычисления не более 2%);

$$C = \varepsilon_a bl/d \text{ при } b/d > 30$$

(погрешность вычисления не более 3,5%).

б) Пластины разной ширины (рис. 3.6,*б*):

$$C = C_0 M,$$

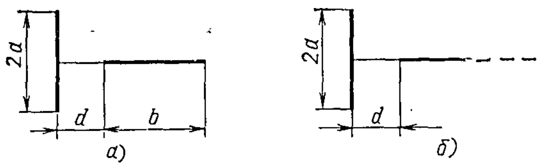


Рис. 3.7. Перпендикулярные пластины

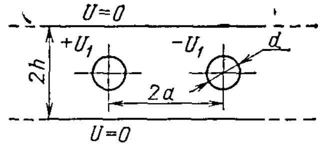


Рис. 3.8. Провода между плоскостями

где C_0 — емкость пластин при $b_1 = b_2$;

$$M = 0{,}85 \operatorname{arctg} \frac{8}{\pi} \left(\frac{b_2}{b_1} \right).$$

4. Две взаимно перпендикулярные пластины (проекция одной пластины делит другую на две равные части).

а) Пластины конечной ширины (рис. 3.7,*а*). Обозначим

$$k = \frac{a/d + \sqrt{(1 + b/d)^2 + (a/d)^2}}{(1 + b/d) \left[\sqrt{1 + (a/d)} + a/d \right]},$$

тогда

$$C = 1{,}27\, \varepsilon_a\, l \ln (4/k) \text{ при } 0 \leqslant k < 0{,}3;$$

$$C = 2\, \varepsilon_a\, (2{,}035 - 1{,}45\, k)\, l \text{ при } 0{,}3 \leqslant k \leqslant 0{,}9.$$

б) Одна пластина полубесконечная (рис. 3.7,*а*). Обозначим

$$k = [a/d + \sqrt{1 + (a/d)^2}]^{-1}.$$

При этом расчетные формулы идентичны приведенным в п. 4а при тех же ограничениях на значение k.

5. Система двух параллельных плоскостей и электрода.

а) Один провод, расположенный симметрично между плоскостями:

$$C = 2\pi\varepsilon_a\, l \left[\ln \left(\frac{4\, b}{\pi d} \sin \frac{\pi h}{b} \right) \right]^{-1},$$

где l — длина в осевом направлении; b — расстояние между плоскостями; d — диаметр провода; h — расстояние между проводом и одной из плоскостей ($d \ll 2h$).

При $d/2b < 0{,}5$ и $h = b/2$

$$C = 2\pi\varepsilon_a\, l \left[\ln 1{,}27 \frac{b}{d} \right]^{-1}.$$

б) Два провода между плоскостями (рис. 3.8):

$$C = 2\pi\varepsilon_a\, l \left[\ln \frac{4\, h}{\pi d} \operatorname{tg} \frac{\pi a}{2\, h} \right) \Big]^{-1}$$

(обозначения на рис. 3.8).

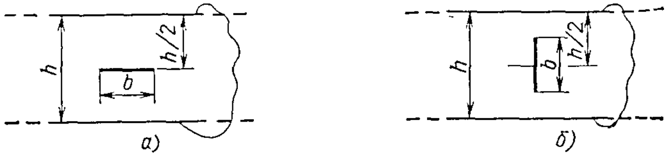


Рис. 3.9. Пластина между плоскостями

в) Пластина между плоскостями (рис. 3.9):

$$C = \varepsilon_a \frac{8\,l}{\pi} \ln \frac{4}{k} \quad \text{при } 0 \leqslant k \leqslant 0{,}3\,;$$

$$C = 4\,\varepsilon_a\, l\,(2{,}035 - 1{,}45\,k) \quad \text{при } 0{,}3 < k < 0{,}9\,;$$

$k = \operatorname{tg}(\pi b/2h)$ для рис. 3,9, *а*; $k = \sin(\pi b/2h)$ для рис. 3,9, *б*.

6. Параллельные цилиндры.

а) Двухпроводная линия (цилиндры расположены один вне другого):

$$C = 2\,\pi\varepsilon_a\, l \left(\operatorname{Arch} \frac{4\,a^2 - d_1^2 - d_2^2}{2\,d_1\,d_2} \right)^{-1},$$

где a — расстояние между осями цилиндров; d_1, d_2 — диаметры цилиндров. При $d_1 = d_2 = d$

$$C = \pi\varepsilon_a\, l\,[\operatorname{Arch}(a/d)]^{-1}.$$

Для случаев $d_1 \ll a$ и $d_2 \ll a$

$$C = \frac{\pi\varepsilon_a\, l}{\ln\left(2a/\sqrt{d_1\,d_2}\right)}\,.$$

При $d_1 = d_2 = d$

$$C = \frac{\pi\varepsilon_a\, l}{\ln(2a/d)}\,.$$

Если система принимает вид «цилиндр над проводящей плоскостью», то

$$C = 2\,C_0\,,$$

где C_0 рассчитывают по вышеприведенным формулам для $d_1 = d_2$ и $a = 2h$ (h — расстояние от оси цилиндра до плоскости).

б) Один из цилиндров расположен внутри другого:

$$C = 2\,\pi\varepsilon_a\, l \left(\operatorname{Arch} \frac{D^2 + d^2 - 4\,a^2}{2\,Dd} \right)^{-1},$$

где D, d — диаметры цилиндров; a — расстояние между осями цилиндров. Можно также использовать формулу

$$C = 2\,\pi\varepsilon_a\, l\,[\ln(n + \sqrt{n^2 - 1})]^{-1},$$

где $n = (D^2 + d^2 - 4a^2)/2Dd$.

При $d \ll D$ и $a \ll D$

$$C = \frac{2\,\pi\varepsilon_a\, l}{\ln(D/d)} \left[1 - \frac{4\,a^2}{D^2 \ln(D/d)} \right].$$

При отсутствии эксцентриситета ($a = 0$)

$$C = \frac{2\,\pi\varepsilon_a\, l}{\ln(D/d)}\,.$$

7. Система с электродами квадратного сечения.

а) Двухпроводная линия:

$$C = \frac{2\,\pi\,\varepsilon_a\, l}{\ln\left(n^2 - \dfrac{2n}{n-1}\right)} \quad \text{при } n > 7 \text{ и } d > 4\,a,$$

где $n = 1{,}7\ d/a$; d — расстояние между осями проводов; a — сторона поперечного сечения.

Погрешность вычисления не более 3%.

При $n > 10$ и $d > 6a$

$$C = \frac{\pi \varepsilon_a l}{\ln(1{,}72\, d/a)}.$$

Погрешность вычисления не более 4%.

б) Концентрические цилиндрические оболочки квадратного сечения:

$$C = 8\varepsilon_a l\,(a/b + 0{,}296),$$

где a и b — стороны внутреннего и внешнего квадратов.

в) Полая цилиндрическая оболочка квадратного сечения с центральным проводом круглого сечения:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_a l}{\ln(1{,}08\, a/d)} \quad \text{при } d \ll a,$$

где a — сторона поперечного сечения; d — диаметр центрального электрода.

8. Провод круглого сечения и две плоскости, стыкующиеся под прямым углом (рис. 3.10):

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_a l}{\ln(2{,}82\, h/d)} \quad \text{при } d \ll h.$$

9. Пластина в цилиндрической оболочке (расположение симметричное).

а) Цилиндр квадратного сечения, пластина расположена в центре параллельно сторонам:

$$C = 4\varepsilon_a \frac{\mathrm{K}(k)}{\mathrm{K}(k')} l,$$

где К — полный эллиптический интеграл 1-го рода с модулем $k = \mathrm{sh}[\mathrm{K}(1{,}85b/a; \sqrt{0{,}5})]$; $k' = \sqrt{1-k^2}$; b — ширина пластины; a — сторона квадрата.

б) Цилиндр круглого сечения, пластина проходит через центр:

$$C = 2\varepsilon_a \frac{\mathrm{K}(k')}{\mathrm{K}(k)} l,$$

где К — полный эллиптический интеграл 1-го рода с модулем

$$k = \left(\frac{1 - b/D}{1 + b/D}\right)^2; \quad k' = \sqrt{1 - k^2};$$

b — ширина пластины; D — диаметр цилиндра.

в) Цилиндр эллиптического сечения, края пластины совпадают с фокусами эллипса (рис. 3.11):

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_a l}{\mathrm{Arch}(a/d)},$$

где $d = \sqrt{a^2 - b^2}$.

Система электродов «полюс — полюс» и «полюс — плоскость». Если рассматриваемый проводник находится в среде с диэлектрической проницаемостью ε_1,

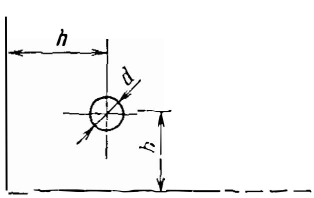


Рис. 3.10. Провод и стыкующиеси плоскости

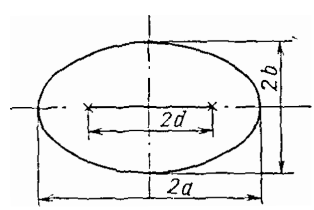


Рис. 3.11. Пластина в эллиптическом цилиндре

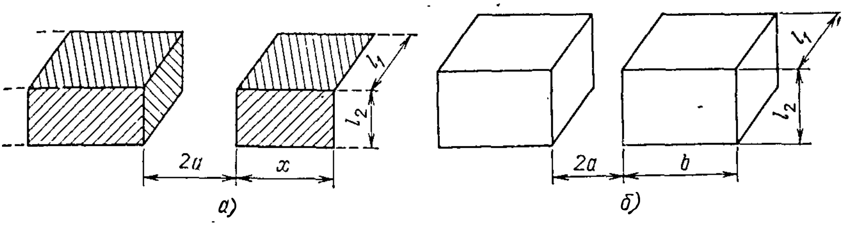


Рис. 3.12. Две призмы

расположенной над полупространством с проницаемостью ε_2, то возможны следующие два случая: $\varepsilon_1 \ll \varepsilon_2$ (например, при расположении проводника над проводящей плоскостью); $\varepsilon_1 \gg \varepsilon_2$ (т. е. границу между средами можно считать непроницаемой для силовых линий электрического поля). Значения емкостей заданного проводника в каждом из этих случаев будут существенно различны. Случай непроницаемой границы ($\varepsilon_1 \gg \varepsilon_2$) рассмотрен в § 3.2.

Если проводник находится над проводящей плоскостью («полюс — плоскость»), то его емкость $C_{\text{пл}1}$ будет равна удвоенной емкости $C_{\text{п.п}1}$ системы «полюс — полюс» при условии, что полюса являются зеркальным отражением друг друга относительно границы раздела и имеют одинаковые по значению, но противоположные по знаку потенциалы, т. е. $C_{\text{пл}1}=2C_{\text{п.п}2}$.

Ниже приводятся формулы для определения $C_{\text{п.п}1}$ в случае разноименно заряженных полюсов.

1. Две прямоугольные призмы.

а) Полубесконечные призмы (рис. 3.12,*а*). Емкость между заштрихованными частями призм

$$C=\varepsilon_a\left[\frac{l_1+l_2}{\pi}\ln\frac{x+\sqrt{x^2-a^2}}{a}+\frac{l_1 l_2}{2a}+\frac{x}{30}\left(2\frac{a+x}{a}+41\right)\right] \text{ при } x \geqslant a.$$

б) Конечные призмы (рис. 3.12,*б*):

$$C=\varepsilon_a\left[\frac{2(l_1+l_2)}{\pi}\ln\frac{4(a+b)}{a}+\frac{l_1 l_2}{2a}+\frac{b}{30}\left(\frac{2}{a}\,\frac{a+b}{a}+41\right)\right].$$

2. Два цилиндра.

а) Полубесконечные цилиндры (рис. 3.13,*а*). Емкость между заштрихованными частями цилиндров

$$C=\pi\varepsilon_a\left(\frac{D^2}{8a}+\frac{D}{2\pi}\ln\frac{x+\sqrt{x^2-a^2}}{a}+\frac{x}{2}\right) \text{ при } x \geqslant a.$$

б) Конечные цилиндры (рис. 3.13,*б*):

$$C=\pi\varepsilon_a\left[\frac{D^2}{8a}+\frac{D}{\pi}\ln\frac{4(a+b)}{a}+\frac{b}{2}\right].$$

3. Электроды гиперболической формы.

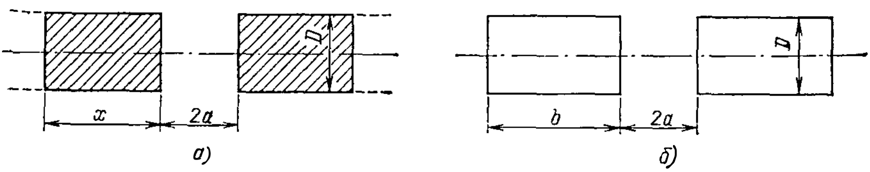


Рис. 3.13. Два цилиндра

а) Гиперболоиды вращения (рис. 3.14). Емкость между заштрихованными частями гиперболоидов

$$C = \frac{2\sqrt{2}\pi\varepsilon_a l}{\ln\dfrac{2a-b}{a}},$$

где $2a$ — расстояние между фокусами;

$$l = \left[\left(1 - \left(a_г^2/b_г^2\right)\mathrm{tg}^2\alpha\right)^{-1/2} - 1\right]a\ ;\ a_г = a - b\ ;\ b_г = \sqrt{2ab - b^2}.$$

б) Два гиперболических ребра. Сечение системы имеет такой же вид, как на рис 3.14. Емкость на единицу длины между заштрихованными частями электродов

$$C = \frac{2\varepsilon_a}{\pi}\ln\frac{l + \sqrt{l^2 - a^2}}{a}\ ;$$

обозначения те же, что и в п. 3а.

4. Два полубесконечных прямоугольных ребра (рис. 3.15). Емкость на единицу длины между частями ребер, ограниченными поверхностями ABCD и A′B′C′D′,

$$C = \frac{2}{\pi}\varepsilon_a \ln\left(\frac{1+k'}{k}\right)\left(\frac{x + \sqrt{x^2 - a^2}}{a}\right),$$

где $k = 4\exp[-(\pi m/2a + 1)]$; $k' = \sqrt{1 - k^2}$.

5. Два круговых диска, лежащих в параллельных плоскостях (конденсатор с дисковыми электродами; центры дисков лежат на одной оси):

$$C = 0{,}5\varepsilon_a D\left[\frac{\pi D}{2d} + \left(\ln\frac{8\pi D}{d} - 1\right)\right] \text{ при } \frac{2d}{D} < 1;$$

$$C = 2\varepsilon_a D\left[1 - \frac{2}{\pi}\,\mathrm{arctg}\frac{2d}{D}\right]^{-1} \text{ при } \frac{2d}{D} > 1;$$

$$C = 2\varepsilon_a D\,(1 - D/\pi d)^{-1} \text{ при } 2d/D > 2{,}5,$$

где d — расстояние между дисками; D — диаметр диска.

6. Две прямоугольные пластины.

а) Параллельные пластины одинакового размера (конденсатор с прямоугольными обкладками):

$$C = 2\sqrt{\pi}\,a\,\varepsilon_a\,[\mathrm{K}(k) - a/\sqrt{\pi}\,d]^{-1} \text{ при } a/d \ll 1,\quad b/d \ll 1,\quad b \leqslant a,$$

где $\mathrm{K}(k)$ — полный эллиптический интеграл 1-го рода с модулем, равным $k = \sqrt{1-(b/a)^2}$; a, b — стороны пластины; d — расстояние между пластинами.

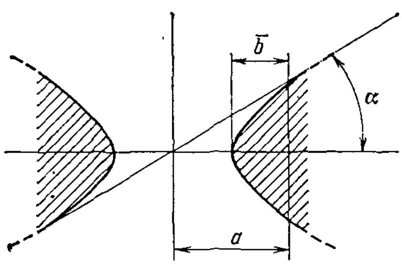


Рис. 3.14. Электроды гиперболической формы

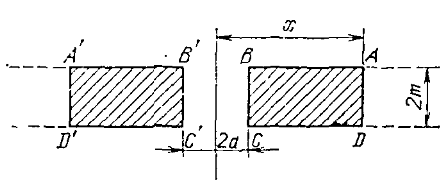
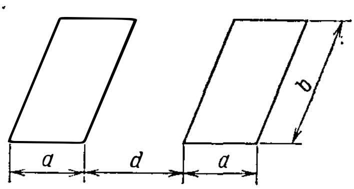


Рис. 3.15. Прямоугольные ребра

Рис. 3.16. Одинаковые копланарные пластины



Можно также использовать формулу

$$C \approx 0{,}5\, C_1 \left(1 - C_1/4\pi\varepsilon_a d\right)^{-1},$$

если C_1 — емкость одиночной пластины (см. с. 62).

Если $k \leqslant 0{,}75$, то

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_a (a+b)\, d}{\pi \sqrt{\pi}\, d - (a+b)}.$$

При $a/d > 3$, $b/d > 3$

$$C = \frac{ab}{d}\varepsilon_a \left[1 + \frac{d}{\pi a}\left(2{,}84 + \ln\frac{a}{d}\right)\right]\left[1 + \frac{d}{\pi b}\left(2{,}84 + \ln\frac{b}{d}\right)\right].$$

При $a/d > 3$, $b/d \gg 1$

$$C = \frac{ab}{d}\varepsilon_a \left[1 + \frac{d}{\pi a}\left(2{,}84 + \ln\frac{a}{d}\right)\right].$$

Если $d \ll \sqrt{ab}$, то

$$C = \varepsilon_a \left(\frac{ab}{d} + \frac{a+b}{\pi}\ln\frac{\sqrt{ab}}{d}\right).$$

С погрешностью не более 10% можно принять, что

$$C = \varepsilon_a \frac{ab}{d} \quad \text{при} \quad a/d > 10 \quad \text{и} \quad b/d > 10.$$

б) Одинаковые копланарные прямоугольные пластины с параллельными сторонами (рис. 3.16):

$$C = \varepsilon_a b \frac{K(k')}{K(k)} \quad \text{при} \quad b/a \gg 1,$$

где K — полный эллиптический интеграл 1-го рода; $k = (1 + 2a/d)^{-1}$; $k' = \sqrt{1 - k^2}$.

Если при этом $a/d \gg 1$, то

$$C = \frac{2\varepsilon_a b}{\pi}\ln\left(4 + \frac{8a}{d}\right),$$

а если $a/d \ll 1$, то

$$C = \frac{\pi\varepsilon_a b}{\ln(4 + 4d/a)}.$$

При $d/a \gg 1$ и произвольном b/a

$$C = \frac{C_1}{2\left(1 - \dfrac{C_1}{4\pi\varepsilon_a d}\right)},$$

где C_1 — емкость одиночной пластины (см. с. 62).

Частные случаи:

$$C = \frac{8\pi\varepsilon_a (a+b)\, d}{\pi\sqrt{\pi}\, d + a + b} \quad \text{при} \quad d/a \gg 1 \quad \text{и} \quad 1 \geqslant b/a \geqslant 0{,}5;$$

$$C = \frac{8\sqrt{\pi}\,\varepsilon_a a}{\ln(4a/b) + a/d\sqrt{\pi}} \quad \text{при} \quad d/a \gg 1 \quad \text{и} \quad 0{,}5 \geqslant b/a > 0.$$

в) Две одинаковые пластины произвольной формы, лежащие в параллельных плоскостях (конденсатор с обкладками произвольной формы). Если расстояние между пластинами d значительно меньше величины $\sqrt{S}$, где S — площадь пластины, то

$$C \approx \left(\frac{S}{d} + \frac{P}{2\pi} \ln \frac{\sqrt{S}}{d} \right) \varepsilon_a,$$

где P — периметр пластины.

7. Две сферы:

$$C = \frac{\pi \varepsilon_a D}{1 - D/2l} \quad \text{при} \quad \frac{D}{2l} \ll 1,$$

где D — диаметр сферы; l — расстояние между центрами. Относительная погрешность не более 0,24% при $D/2l \leqslant 0{,}2$.

8. Два круговых кольца, расположенных симметрично в параллельных плоскостях:

$$C = \frac{2\pi^2 \varepsilon_a D}{\ln \frac{8D}{d} - \frac{D}{\sqrt{D^2 + h^2}} \mathrm{K}(k)},$$

где D — диаметр кольца; d — диаметр провода; h — расстояние между плоскостями; К — полный эллиптический интеграл 1-го рода с модулем $k^2 = D^2/(D^2 + h^2)$.

Электроды сложной формы. Здесь приведены формулы для расчета емкости систем электродов конечных размеров, которые не обладают зеркальной симметрией относительно плоскости, проходящей между электродами; название «электроды сложной формы» является условным.

1. Сферический конденсатор.

а) Концентрические сферы:

$$C = \frac{2\pi \varepsilon_a dD}{D - d},$$

где D, d — диаметры внешней и внутренней сфер соответственно.

б) Эксцентрические сферы:

$$C = \frac{2\pi \varepsilon_a dD}{D - d} \left[1 - \frac{D}{d} \frac{16 l^4}{(D - d)(D^3 - d^3)} \right] \quad \text{при} \quad \frac{2l}{d} \ll 1,$$

где l — эксцентриситет.

в) Сферы, расположенные одна вне другой:

$$C = 2\pi \varepsilon_a \frac{dD}{D + d} \left[1 - \frac{1}{l} \frac{dD}{D + d} \right]^{-1} \quad \text{при} \quad \frac{D}{l} \ll 1,$$

где l — расстояние между центрами сфер.

При $D = d$

$$C = \pi \varepsilon_a D [1 - D/2l]^{-1}.$$

При $D \gg d$

$$C = 2\pi \varepsilon_a d [1 - d/2l]^{-1}.$$

Последней формулой можно пользоваться для вычисления емкости системы сфера — бесконечная плоскость ($l/2$ — расстояние от центра сферы до плоскости). Погрешность расчета уменьшается с ростом отношения $\varkappa = l/d$ и уже при $\varkappa = 1{,}55$ не превышает 1,9%. Для малых значений $\varkappa$ (1,15 ... 1,55) удовлетворительные (до 2%) результаты получают по формуле

$$C = 2\pi \varepsilon_a \frac{\varkappa_1}{\ln \varkappa_2} \ln \frac{\varkappa_1 + \ln \varkappa_2}{\varkappa_1 - \ln \varkappa_2},$$

где $\varkappa_1 = \sqrt{(l/d)^2 - 1}$; $\varkappa_2 = l/d + \varkappa_1$.

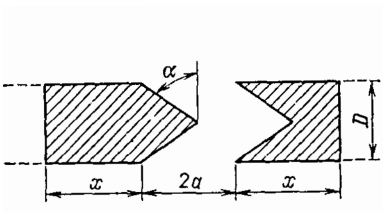


Рис. 3.17. Конические электроды

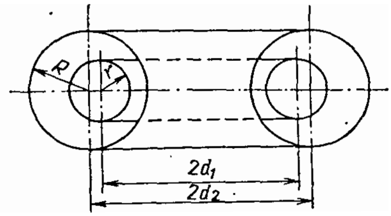


Рис. 3.18. Коаксиальные торы

2. Конус и обратный конус (на торце цилиндра) (рис. 3.17):

$$C = \pi\varepsilon_a \left[\frac{D^2(1+\operatorname{tg}^2\alpha)}{8a} - \frac{D\operatorname{tg}^2\alpha}{(D/6a)(1+\operatorname{tg}^2\alpha)+(8a/5D)} + \frac{x}{2} + \frac{D}{2\pi}\ln\frac{x+\sqrt{x^2-a^2}}{a}\right] \quad \text{при} \quad x \geqslant a.$$

3. Два конфокальных эллипсоида:

а) Вытянутые сфероиды ($a=b<c$):

$$C = 8\pi\varepsilon_a d\left[\ln\left(\frac{a_1+d}{a_1-d}\cdot\frac{a_2-d}{a_2+d}\right)\right]^{-1},$$

где $d=\sqrt{a_1^2-c_1^2}=\sqrt{a_2^2-c_2^2}$; a_1, c_1, a_2, c_2 — полуоси внутреннего и внешнего эллипсоидов соответственно.

б) Сжатые сфероиды ($a=b>c$):

$$C = 4\pi\varepsilon_a d\,[\arccos(c_1/a_1) - \arccos(c_2/a_2)]^{-1}.$$

4. Коаксиальные торы круглого сечения:

$$C = \frac{4\pi^2\varepsilon_a d}{\ln(R/r)}\left[1-\left(\frac{R}{d}\right)^2\left(1-\frac{r^2}{R^2}+2\frac{r}{R}\ln\frac{r}{R}\right)\right],$$

где R, r — радиусы поперечного сечения внешнего и внутреннего торов соответственно; $2d$ — средний диаметр тора.

Уточненная формула для коаксиальных электродов круглого сечения имеет вид

$$C = 2\pi^2\varepsilon_a d\left[\frac{1}{\ln\dfrac{R(\pi d+2r)}{r(\pi d+2R)}} - \frac{1}{\ln\dfrac{R(\pi d-2r)}{r(\pi d-2R)}}\right].$$

Если центры сечений смещены (рис. 3.18), то

$$C = 4\pi^2\varepsilon_a\sqrt{d_1^2-R^2}\left[\ln\frac{R(d_1+r)}{r(d_2+R)}\ln\frac{R(d_1-r)}{r(d_2-R)}\right]^{-1/2}.$$

5. Системы со сферой в качестве центрального электрода (расположение симметричное).

а) Сфера внутри куба:

$$C = 2\pi\varepsilon_a D\left\{1-\left[1{,}75+\frac{16{,}5}{(2a/D)^9-234{,}6}\right]^{D/2a}\right\}^{-1},$$

где D — диаметр сферы; a — сторона куба.

б) Сфера между двумя бесконечными плоскостями:

$$C = 2\pi\varepsilon_a D(1+\rho+\rho^2) \quad \text{при} \quad 0<D/h<0{,}7;$$

$$C = 4{,}7\,\varepsilon_a D^2/(h-D) \quad \text{при} \quad 0{,}8<D/h<1{,}0,$$

где D — диаметр сферы; h — расстояние между плоскостями; $\rho=0{,}69D/h$.

6. Системы с проводом в качестве центрального электрода.

а) Бесконечно длинный провод и охватывающее его коаксиальное кольцо круглого сечения:

$$C=\frac{2\pi^2 \varepsilon_a d}{\ln(D/r)},$$

где d — диаметр провода; D — диаметр кольца; r — радиус поперечного сечения кольца.

б) Провод, проходящий через круговой вырез плоскости (проводящая плоскость является вторым электродом; расположение симметричное):

$$C=\frac{2\pi\varepsilon_a l}{\ln\left[\frac{2lD}{d(D+l)}\right]} \quad \text{при} \quad d \ll D, \quad D \approx l;$$

$$C=\frac{2\pi\varepsilon_a l}{\ln(2D/d)} \quad \text{при} \quad D \ll l,$$

где l — длина провода; D — диаметр выреза; d — диаметр провода.

3.4. Емкостные связи в многоэлектродных системах

Сложное радиоэлектронное устройство или прибор может содержать различного рода источники электромагнитных колебаний высоких и низких частот синусоидальной и несинусоидальной формы. Такими источниками, в частности, могут быть электромагнитные наводки.

Необходимо отметить, что емкостные связи между отдельными элементами могут осуществляться не только при наличии непосредственной емкостной связи между ними, но и через промежуточные детали и узлы схемы. Строго говоря, выявление существования емкостных связей между отдельными элементами прибора представляет собой достаточно сложную задачу теории электромагнитного поля, сводящуюся к определению частичных взаимных и собственных емкостей многоэлектродной системы. В противном случае, например, при расчете емкости между какими-либо двумя элементами схемы как между уединенными телами, т. е. при пренебрежении наличием других элементов, можно допустить не только количественную ошибку, но и существенно неверный качественный результат, поскольку в общей системе некоторых связей вообще может не существовать.

При таком сложном подходе указанную задачу можно решить лишь приближенно при максимальном упрощении процедуры вычислений. В настоящей книге предлагается приближенный метод определения емкостных связей между элементами схемы, базирующийся на результатах этой главы. Этот метод, в частности, может быть использован при расчетах пленочных и печатных устройств, имеющих произвольное число диэлектрических слоев, между которыми располагаются проводники (теоретически нулевой толщины). При этом ширина проводников и расстояние между ними существенно меньше их длины.

Емкость системы проводников, лежащих на границе двух сред с диэлектрическими проницаемостями ε_{r1} и ε_{r2}, можно найти по формуле $C=(\varepsilon_{r1}+\varepsilon_{r2})\times\varepsilon_0 C_г/2$, где $C_г$ — геометрическая емкость.

Радиоэлектронные устройства представляют собой многоэлектродную систему, отдельные элементы которой находятся под различными потенциалами (за точку нулевого потенциала в реальных системах удобно принять потенциал корпуса или шасси прибора). Тогда, следуя обычным путем, для рассматриваемой системы можно записать уравнения, связывающие заряды с потенциалами проводников:

$$\|U\| = \|\alpha\|\cdot\|Q\|,$$

где $\|U\|$, $\|Q\|$, $\|\alpha\|$ — матрицы потенциалов, зарядов и потенциальных коэффициентов.

Взаимные и собственные потенциальные коэффициенты вычисляют по формулам § 3.1, т. е. $\alpha_{kk}=C_k^{-1}$; $\alpha_{ik}=(4\pi\varepsilon_a r_{ik})^{-1}$, где C_k — емкость k-го электрода как уединенного тела, r_{ik} — расстояние между центрами тяжести i-го и k-го тела. Для разноименно заряженных тел $r_{ik} \gg \max \Gamma$, где Γ — габаритные размеры тел. Если проводники заряжены одинаково, то это ограничение снимается.

С целью упрощения расчета можно исходить из следующей оценки емкости уединенного проводника (см. § 3.2): емкость уединенного проводника приближенно равна емкости эллипса, имеющего ту же поверхность и отношения осей, соответствующее соотношению габаритных размеров исходного электрода.

Пример 3.8. Определить емкость проводника, имеющего форму прямоугольной полоски размерами $2a\times 2b\,(a/b=10)$. Площадь полоски $2a\times 2b=S_п$. Площадь эллиптической пластины $S_э=\pi AB$ (A, B — полуоси эллипса). Из равенства $S_п=$ $=S_э$ имеем $B=2b(\pi)^{-1/2}=1{,}1284b$. Откуда $C_п \approx C_э=8\pi\dfrac{1{,}1384a\,\varepsilon_a}{2\ln 4A/B}=3{,}88\varepsilon_a a$. Точное значение емкости пластины, вычисленное из анализа ее электрического поля, составляет $3{,}41\varepsilon_a a$. Расхождение при этом не более 14%.

Вычислив указанным выше способом все α_{ik}, можно определить так называемые емкостные коэффициенты $\beta_{ik}=\operatorname{adj}\alpha_{ik}/\det\|\alpha\|$, откуда находят искомые взаимные $C_{ik}=-\beta_{ik}$ и собственные частичные емкости

$$C_{kk}=\sum_{i=1}^{N}\beta_{ik}$$

(N — число проводников в системе).

В практических расчетах (для уменьшения объема вычислений) обычно не определяют все C_{ik}, поскольку интерес представляют только некоторые паразитные связи. Кроме того, можно в разумных пределах сократить число элементов модели рассматриваемой системы, руководствуясь значениями потенциалов и расстояниями между элементами, а также другими физическими соображениями.

Пример 3.9. Два достаточно длинных провода (условно считаем их бесконечно длинными) проложены параллельно шасси прибора (рис. 3.19) на высоте $h=1$ см. Расстояние между проводами $a=1$ см. Радиусы сечения проводов $r=1$ см. Окружающая среда — воздух ($\varepsilon_0=8{,}85\cdot 10^{-14}$ Ф/см). Определить собственные и взаимные частичные емкости.

Потенциальные коэффициенты в этом случае

$$\alpha_{22}=\alpha_{11}=\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{2h}{r}=5{,}4\cdot 10^{-12}\ \text{см/Ф};$$

$$\alpha_{12}=\alpha_{21}=\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{b_{12}}{a}=1{,}45\cdot 10^{-12}\ \text{см/Ф},$$

где b_{12} — расстояние между первым проводником и зеркальным изображением второго; $b_{12}=\sqrt{a^2+(2h)^2}=\sqrt{5}$ см.

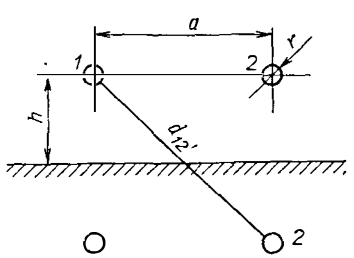


Рис. 3.19. Два провода над проводящей плоскостью

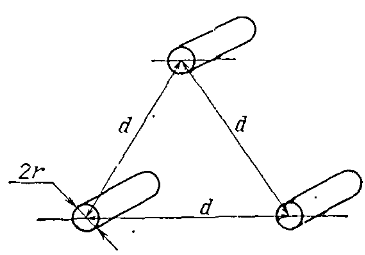


Рис. 3.20. Три провода

На основании этих данных определяют емкостные коэффициенты: $\beta_{km} = \operatorname{adj} \alpha_{km}/\det\|\alpha\|$:

$$\det\|\alpha\| = \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{vmatrix} = 27{,}06\cdot 10^{-24};$$

$$\operatorname{adj}\alpha_{11} = \alpha_{22} = 5{,}4\cdot 10^{-12}; \quad \operatorname{adj}\alpha_{12} = \operatorname{adj}\alpha_{21} = -\alpha_{12} = 1{,}45\cdot 10^{-12};$$

$$\operatorname{adj}\alpha_{22} = \alpha_{11} = 5{,}4\cdot 10^{-12}.$$

Тогда

$$\beta_{11} = \beta_{22} = 0{,}2\cdot 10^{-12}; \quad \beta_{12} = \beta_{21} = 0{,}05\cdot 10^{-12}.$$

И окончательно

$$C_{11} = C_{22} = \beta_{11} + \beta_{12} = \beta_{21} + \beta_{22} = 0{,}15\cdot 10^{-12}\ \text{Ф/см},$$

$$C_{12} = C_{21} = -\beta_{12} = -\beta_{21} = 0{,}05\cdot 10^{-12}\ \text{Ф/см}.$$

Ниже приведены формулы для расчета частичных емкостей на единицу длины.

1. Трехпроводная линия (рис. 3.20):

$$C_{12} = C_{23} = C_{13} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{3\ln\left(d\sqrt{3}/r\right)}.$$

2. Пластины, образующие систему из трех проводников (рис. 3.21):

$$C_{12} = C_{23} = 2\varepsilon_0 K_1/K_1'; \quad C_{13} = \varepsilon_0\left(K'/K - K_1/K_1'\right),$$

где K, K', K_1, K_1' — полные эллиптические интегралы 1-го рода с модулями:

$$k = \sqrt{\frac{d(b+d)}{(a+d)(a+b+d)}}; \quad k_1 = \frac{b}{b+2d}\sqrt{\frac{a(a+b+2d)}{(a+d)(a+b+d)}};$$

$$K' = \sqrt{1-K^2}; \quad K_1' = \sqrt{1-K_1^2}.$$

3. Система двух горизонтальных пластин и одной вертикальной (рис. 3.22)

$$C_{12} = C_{23} = 2\varepsilon_0 K_1/K_1'; \quad C_{23} = \varepsilon_0\left(K'/K - K_1/K_1'\right),$$

где

$$K = \frac{d}{a+d}; \quad K_1 = \frac{b}{a+d}\sqrt{\frac{d(a+2d)}{b^2+d^2}}; \quad K' = \sqrt{1-k^2}; \quad K_1' = \sqrt{1-k_1^2}.$$

4. Двухпроводная линия и проводящая плоскость (рис. 3.23):

$$C_{10} = C_{20} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left[(2h/a)\sqrt{1+(2h/a)^2}\right]}; \quad C_{12} = \pi\varepsilon_0 \ln\left(\frac{2h}{a}\,\frac{d}{\sqrt{4h^2+a^2}}\right).$$

5. Трехпроводная линия и проводящая плоскость (рис. 3.24).

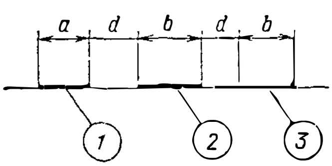


Рис. 3.21. Три пластины

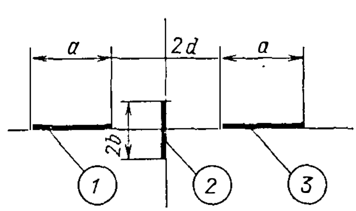


Рис. 3.22. Две пластины, расположенные симметрично и перпендикулярно третьей

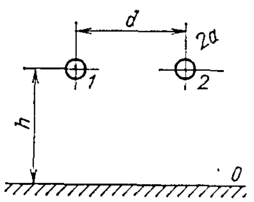


Рис. 3.23. Два провода над проводящей поверхностью

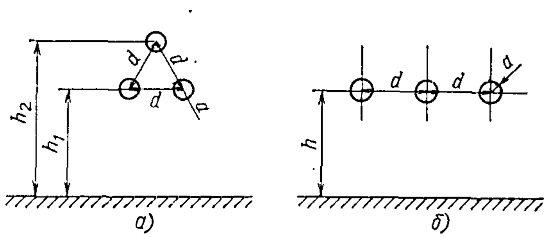


Рис. 3.24. Три провода над проводящей плоскостью, расположенные в вершинах равностороннего треугольника (*а*) и в одной плоскости (*б*)

а) Расположение проводов относительно плоскости согласно рис. 3.24,*а*:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln \dfrac{2d\sqrt[3]{h_1^2\, h_2}}{\sqrt[3]{\sqrt{(2h_1)^2+d^2}\,[(h_1+h_2)^2+(d/2)^2]}}};$$

б) Расположение проводов относительно плоскости согласно рис. 3.24,*б*:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln \dfrac{2hd}{a\sqrt[3]{\sqrt{h^2+d^2}\,(4h^2+d^2)}}}.$$

3.5. Межвитковая емкость обмоток

Важнейшим параметром моточных изделий является межвитковая (или, как ее обычно называют, собственная) емкость обмоток. Эта емкость складывается из емкости между внутренним слоем обмотки и магнитопроводом C_1, емкости между слоями обмоток C_2 и емкости между обмотками (если имеется несколько обмоток) C_3.

Помимо указанных составляющих полной собственной емкости обмоток, которые, по существу, и определяют ее величину, следует еще считаться с емкостью между внешним слоем обмотки и электромагнитным экраном (если последний имеется), а также с емкостью монтажа и подводящих проводов.

Назовем указанные емкости частными собственными емкостями. Ниже приводятся выражения для расчета частных и полных емкостей обмоток специального вида.

1. Воздушные однослойные обмотки:

$$C = \frac{\pi\varepsilon_0 a}{3}\left[\frac{(l/a)\,A - \mathrm{Arth}\,B}{(l/a)\,\mathrm{Arth}\,B - A} + \frac{3a}{2l}\left(1 - \frac{a}{2\sqrt{2l}}\right)\right],$$

где $2l$ — длина обмотки; a — радиус обмотки; $A = \sqrt{l^2/a^2 - 1}$; $B = \sqrt{1 - a^2/l^2}$.

2. Однослойная плоская катушка (спиральная):

$$C = \pi^2 \varepsilon_0 (a_1 + a_2)/2,$$

где a_1, a_2 — внутренний и внешний радиусы обмотки соответственно.

3. Многослойная плоская катушка.

а) Слои располагаются вдоль радиуса (рис. 3.25):

$$C = 4\pi\varepsilon_0\left(a_2^2 - a_1^2\right)/h;$$

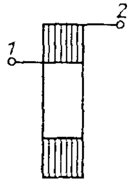


Рис. 3.25. Обмотка с радиальной намоткой слоев

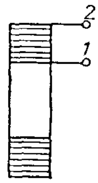


Рис. 3.26. Обмотка с аксиальными слоями проводов

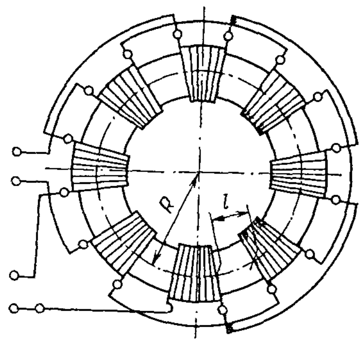


Рис. 3.27. Тороидальный трансформатор с секционированными обмотками

б) слои располагаются вдоль оси (рис. 3.26):

$$C = 4\pi\varepsilon_0 (a_1 + a_2) [\pi/8 + h/(a_2 - a_1)],$$

где a_1, a_2 — внутренний и внешний радиусы обмоток; h — высота обмотки.

4. Емкость между первым слоем обмотки и магнитопроводом

$$C = 8\varepsilon_a rnp (4a - \pi r)^{-1},$$

где p — периметр витка; a — расстояние между магнитопроводом и осью провода; n — число витков в слое; r — радиус поперечного сечения оголенного провода.

5. Емкость между слоями, приведенная к входу обмотки:

$$C = \frac{4\varepsilon_a rnp_{ср}}{(4a - \pi r)(m - 1)},$$

где $p_{ср}$ — периметр среднего витка обмотки; m — число слоев; $2a$ — расстояние между осями витков в соседних слоях.

6. Емкость между коаксиальными обмотками:

$$C = \frac{4\varepsilon_a p_{ср} r_{ср} n_{ср}}{4a_1 - \pi r_{ср}},$$

где $r_{ср}$ — средний радиус провода смежных обмоток; $n_{ср}$ — среднее число витков в слоях смежных обмоток; $p_{ср}$ — средний периметр канала между соседними обмотками.

При практических расчетах в большинстве случаев приходится преобразовывать эквивалентные схемы для упрощения их анализа и исследования. Отдельные межвитковые емкости приводятся к определенным точкам эквивалентной схемы. Принцип основан на том, что электрическая энергия, сосредоточенная в частных емкостях, равна электрической энергии, содержащейся в эквивалентной емкости.

Эквивалентная емкость в общем случае

$$C_э = \sum_{k=1}^{N} C_k \varphi_k(w),$$

где N — число областей, для которых известна частная емкость C_k; $\varphi(w)$ — некоторая функция числа витков.

Если проанализировать возможные случаи включения частных емкостей, то нетрудно прийти к выводу, что они ограничиваются следующими вариантами:

а) емкость подключена к части витков обмотки (например, емкость между внутренним слоем обмотки и магнитопроводом приводится к полному числу витков обмотки или, иначе говоря, к выводным концам обмотки);

б) емкость подключена к зажимам вторичной обмотки (например, полная собственная емкость вторичной обмотки);

в) емкость подключена между соседними обмотками.

Тогда эквивалентная емкость, приведенная к входным зажимам обмотки, имеющей w_1 витков, соответственно перечисленным вариантам равна:

$$\text{а)}\quad C_э = C_а\,(w_2/w_1)^2;$$

$$\text{б)}\quad C_э = C_б\left(\frac{w_1 - w_2}{w_1}\right)^2;$$

$$\text{в)}\quad C_э = C_в\,(w_2/w_1)^2,$$

где $C_а$, $C_б$, $C_в$ — приводимые емкости для случаев а), б), в) соответственно; w_2 — число витков, к которым подключены емкости $C_а$, $C_б$, $C_в$.

При практических расчетах необходимо придерживаться следующей последовательности в процессе приведения емкостей:

1) на схематический чертеж заданной конструкции нанести все частные емкости, которые имеют физический смысл;

2) составить электрическую схему обмоток, т. е. схему соединения соответствующих частных емкостей и индуктивностей;

3) путем последовательных упрощений с помощью формул приведения (а, б, в) преобразовать исходную схему в элементарную.

Собственная емкость тороидального трансформатора с секционированными обмотками (рис. 3.27)

$$C = \left[C_{21} + 2C_{22}\left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2 + \frac{C_3}{2}\left(\frac{w_1 - w_2}{w_1}\right)^2\right]\frac{1}{N},$$

где w_1, w_2 — число витков первичной и вторичной обмоток; C_{21}, C_{22} — межслоевые емкости первичной и вторичной обмоток; N — число секций; $C_3 = \varepsilon\varepsilon_0(q + g)p/2b$; b — расстояние от обмотки до магнитопровода; $2q$ и $2g$ — ширина секции (по средней линии магнитопровода) первичной и вторичной обмоток соответственно.

Полная приведенная к первичной обмотке емкость трансформатора (при концентрическом расположении без секционирования и специальных способов соединения обмоток)

$$C = 1{,}26\cdot 10^{-11}\, V_м^{1/3}\left[3{,}2\,(w_2/w_1)^2 + (1 - w_2/w_1)^2\, 1{,}26\, V_м^{1/3}\right],$$

где $V_м$ — объем магнитопровода, см^3; C в Ф.

Эта формула позволяет получить лишь ориентировочное значение емкости.

Практически во всех случаях следует стремиться к уменьшению собственных (иногда их называют «паразитными») емкостей обмоток. Это достигается с помощью различных видов намоток (в один слой, «пирамидой», с плотной укладкой витков друг к другу, во много слоев с малым числом витков в слое); специальных мер (секционирования, увеличения межобмоточных расстояний, перфорации и утолщения каркасов); применения диэлектриков с малым значением диэлектрической проницаемости; заземления выводов внутренних слоев обмоток (если заземление требуется); применения электростатических экранов.

Пример 3.10. Определить полную собственную емкость трансформатора, схематически изображенного на рис. 3.28. Один вывод первичной обмотки заземлен (соединен с магнитопроводом).

1. На схематический чертеж трансформатора наносим все емкости, которые имеют физический смысл. В частности, рассматриваемая конструкция имеет: а) емкость между первым слоем обмотки и магнитопроводом $C_{а1}$; б) межслоевые емкости обмоток $C_{б1}$, $C_{б2}$; в) емкость между обмотками C_{12}. Расчет емкостей выполняем по приведенным выше формулам.

2. Составляем электрическую схему обмоток трансформатора и частных емкостей (рис. 3.28,*б*).

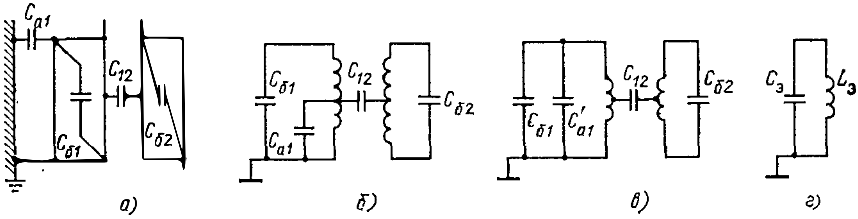


Рис. 3.28. Последовательность приведения частных емкостей к первичным виткам

3. Исходную электрическую схему путем последовательных преобразований приводим к схеме, представляющей собой параллельное соединение первичной индуктивности и эквивалентной собственной емкости (рис. 3.28,*в*). Операция приведения емкостей выглядит следующим образом:

а) для схемы рис. 3.28,*в*

$$C'_{a1} = C_{a1}/m^2 \quad (m \text{ — число слоев первичной обмотки});$$

б) $C_э = C'_{a1} + C_{б1} + C'_{12} + C'_{б2}$,

где

$$C'_{12} = \left(\frac{w_1 - w_2}{w_1}\right)^2 C_{12}; \quad C'_{б2} = C_{б2}\left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2;$$

w_1, w_2 — число витков первичной и вторичной обмоток соответственно.

3.6. Емкость в неоднородных средах

Рассмотрим некоторые частные случаи расположения проводников в разнородных диэлектриках, имеющих форму: плоских слоев, слоев с поперечным сечением в виде прямоугольников и др. Для двухслойных сред, когда проводники находятся вблизи границы, но не пересекают ее, влияние границы на величину емкости определяют с помощью коэффициента отражения (аналога формулы Сирла)

$$k = (\varepsilon_{a1} - \varepsilon_{a2})/(\varepsilon_{a1} + \varepsilon_{a2}), \tag{3.10}$$

где ε_{a1}, ε_{a2} — диэлектрическая проницаемость среды, где находятся и не находятся проводники соответственно.

Электроды конечных размеров:

1. Провод, параллельный границе раздела двух сред (рис. 3.29) [k здесь и далее из (3.10)]:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_{a1} l}{\ln\frac{2l}{a} - 1 + k\left[\operatorname{Arsh}\frac{l}{2h} + \frac{2h}{l} - \sqrt{1 + \left(\frac{2h}{l}\right)^2}\right]}.$$

При $2h/l \ll 1$

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_{a1} l}{\ln\frac{2l}{a} - 1 + k\left(\ln\frac{l}{h} - 1\right)}.$$

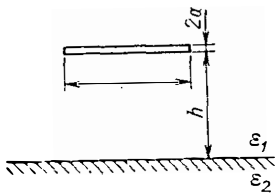


Рис. 3.29. Провод, параллельный границе раздела двух сред

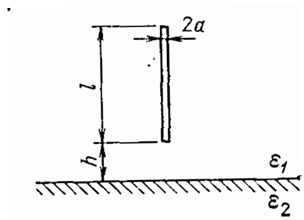


Рис. 3.30. Провод, перпендикулярный границе раздела двух сред

При $2h/l \gg 1$

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_{a1}\, l}{\ln\dfrac{2l}{a} - 1 + k\dfrac{l}{2h}}.$$

2. Провод, перпендикулярный границе раздела двух сред (рис. 3.30):

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_{a1}\, l}{\ln\dfrac{2l}{a} - 1 + k\left[\left(1 + \dfrac{h}{l}\right)\ln\dfrac{2(h+l)}{l+2h} + \dfrac{h}{l}\ln\dfrac{2h}{l+2h}\right]}.$$

При $2h/l \ll 1$

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_{a1}\, l}{\ln\dfrac{2l}{a} + k\left[\ln 2 + \dfrac{h}{l}\ln\dfrac{2h}{l}\right] - 1}.$$

3. Диск, параллельный границе раздела двух сред (рис. 3.31):
При $2h/a < 1$, $k = 1$

$$C = \frac{4\varepsilon_{a1}\, a}{1 - \dfrac{2}{\pi}\dfrac{h}{a}}.$$

При $-1 < k \leqslant 1$, $2h/a > 1$

$$C = \frac{8\varepsilon_{a1}\, a}{1 + \dfrac{ak}{\pi h}\left[1 - \dfrac{7}{12}\left(\dfrac{a}{2h}\right)^2 + \dfrac{33}{40}\left(\dfrac{a}{2h}\right)^4\right]}.$$

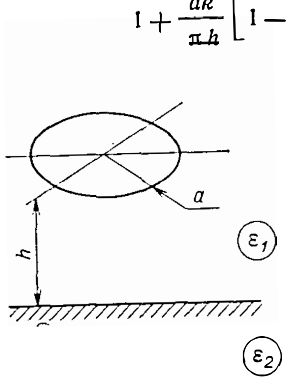


Рис. 3.31. Диск, параллельный границе раздела двух сред

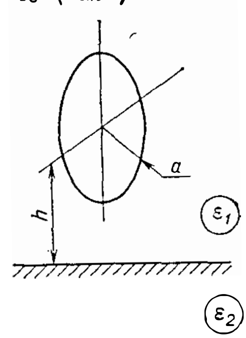


Рис. 3.32. Диск, перпендикулярный границе раздела двух сред

При $2h/a > 1$, $k = 1$

$$C = \frac{8\varepsilon_{a1} a}{1 + \dfrac{a}{\pi h}}.$$

При $h = 0$

$$C = 4(\varepsilon_{a1} + \varepsilon_{a2})\, a.$$

4. Диск, перпендикулярный границе раздела двух сред (рис. 3.32). При $h/a > 1$

$$C = \frac{8\varepsilon_{a1} a}{1 + ka/\pi h}.$$

При $h=0$ $C=4(\varepsilon_{a1}+\varepsilon_{a2})\,a$.

5. Пластина произвольной формы, лежащая на диэлектрическом слое:

$$C = \left(1 + \frac{\varepsilon_{a2}}{\varepsilon_{a1}}\right)\frac{C_0'}{2}\left[1 + \frac{\varepsilon_{a2}}{\varepsilon_{a2} - \varepsilon_{a1}}\cdot\frac{C_0'}{4\pi\varepsilon_{a1} h}\,|\ln(1 - k^2)|\right]^{-1} \quad \text{при} \quad 2h/l > 1,$$

где C'_0 — емкость пластины в однородной среде ($\varepsilon_a = \varepsilon_{a1}$); ε_{a1}, ε_{a2} — диэлектрическая проницаемость среды, в которой находится пластина, и слоя соответственно; h — толщина диэлектрического слоя; l — габаритный размер пластины.

6. Две одинаковые соединенные между собой пластины, расположенные симметрично на поверхностях плоского диэлектрического слоя (рис. 3.33):

$$C = \frac{\varepsilon_{a1} + \varepsilon_{a2}}{\varepsilon_{a1}}\, C_0' \left\{1 + \frac{\varepsilon_{a2}}{\varepsilon_{a1} + \varepsilon_{a2}}\left[2 + k\ln\frac{\varepsilon_{a2}}{\varepsilon_{a1}} + \frac{|\ln(1 - k^2)|}{k}\right]\frac{C_0'}{4\pi\varepsilon_{a1} h}\right\}^{-1}$$

$$\text{при} \quad 2h/l > 1,$$

где C'_0 — емкость одной из рассматриваемых пластин в однородной среде ($\varepsilon_a = \varepsilon_{a1}$); l — максимальный размер пластины.

Если пластины в виде дисков, то

$$C = 8(\varepsilon_{a1} + \varepsilon_{a2})\, a \left\{1 + \frac{2\varepsilon_{a2} a}{\pi(\varepsilon_{a1} + \varepsilon_{a2})\, h}\left[2 + k\ln\frac{\varepsilon_{a2}}{\varepsilon_{a1}} + \frac{|\ln(1 - k^2)|}{k}\right]\right\}^{-1},$$

где a — радиус диска.

7. Изолированная с одной стороны пластина:

$$C_{\text{ни}} \geqslant C_{\text{и}} \geqslant 2\pi R\varepsilon_a = 2\sqrt{\pi S}\,\varepsilon_a,$$

где $C_{\text{ни}}$ — емкость неизолированной пластины; $C_{\text{и}}$ — емкость изолированной с

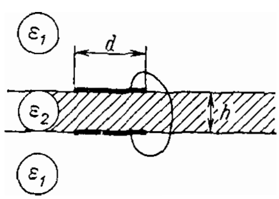


Рис. 3.33. Две пластины, соединенные между собой и лежащие симметрично на поверхностях диэлектрического слоя

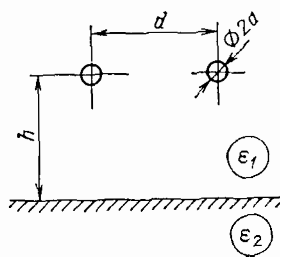


Рис. 3.34. Два провода. лежащие над границей между двумя диэлектрическими слоями

одной стороны (непроницаемой) пластины; S — односторонняя площадь пластины.

Для диска

$$C_{\text{н}} = 2\pi R \varepsilon_{\text{a}},$$

где R — радиус диска.

Два проводника в плоскопараллельных системах.

1. Двухпроводная линия над плоской границей двух сред (рис. 3.34):

$$C = \frac{\pi \varepsilon_{\text{a}1} l}{\ln \frac{d}{a} + \frac{k}{2} \ln\left(1 + \frac{d^2}{4h^2}\right)}.$$

2. Двухпроводная линия над диэлектрическим слоем (рис. 3.35):

$$C = \frac{\pi l}{\ln\left\{\frac{d}{a}\left(1 + \frac{d^2}{4h^2}\right)^{k_1/2}\left[1 + \frac{d^2}{4(b+h)^2}\right]^{k_2/2}\right\}} \quad \text{при} \quad \varepsilon_{\text{a}2}/\varepsilon_{\text{a}1} > 5,$$

где l — погонная длина линии;

$$k_1 = \frac{\varepsilon_{\text{a}1} - \varepsilon_{\text{a}2}}{\varepsilon_{\text{a}1} + \varepsilon_{\text{a}2}}; \qquad k_2 = \frac{4\varepsilon_{\text{a}2}(\varepsilon_{\text{a}2} - \varepsilon_{\text{a}1})}{(\varepsilon_{\text{a}1} + \varepsilon_{\text{a}2})^2}.$$

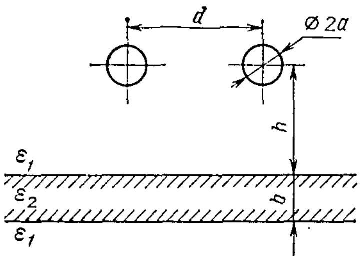


Рис. 3.35. Два провода, лежащие над диэлектрическим слоем

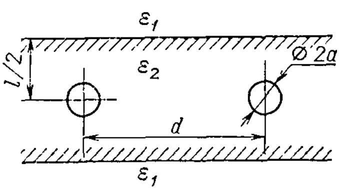


Рис. 3.36. Два провода, лежащие внутри диэлектрического слоя

Таблица 3.3

Значения относительной диэлектрической проницаемости

Вещество	Значение ε_r	Вещество	Значение ε_r
Винипласт	4	Вода:	
Полистирол	2,2	морская	—
Полиэтилен	2,3	водопроводная	—
Резина	2,6...3	дистиллированная	80
Слюда	2...8	Газы	1
Стекло	4...10	Дизельное топливо	2...2,2
Фарфор	4,4...6,8	Керосин	2
Фторопласт	1,9...2,2	Трансформаторное масло	10...13
Бензин	2	Спирт этиловый	25
		Глицерин	39

3. Двухпроводная линия в слое диэлектрика (рис. 3.36):

$$C = \frac{\pi\varepsilon_{a2}}{\ln\left[\frac{b}{\pi a}\left(\operatorname{ch}\frac{\pi d}{b}+1\right)\operatorname{th}\frac{\pi d}{2b}\right]} \quad \text{при} \quad \varepsilon_{a1} \ll \varepsilon_{a2};$$

$$C = \pi l\varepsilon_{a2}\frac{1}{\left(\ln\frac{b}{\pi a}\right)\left(\operatorname{th}\frac{\pi d}{b}\right)} \quad \text{при } \varepsilon_{a1} \gg \varepsilon_{a2}.$$

Расчеты по формулам, относящимся к расчету емкости конкретных систем, предполагают знание диэлектрической проницаемости среды. В табл. 3.3 приведены усредненные значения ε_r для различных веществ.

4. Расчет мощности потерь в электромагнитных элементах

4.1. Мощность потерь в магнитопроводах

Мощность потерь при синусоидальном воздействии. Потери в магнитопроводах складываются из отдельных составляющих: потерь на вихревые токи, гистерезис, магнитную вязкость (магнитное последействие). Обычно потери, вычисленные на основе их разделения, оказываются меньше измеренных экспериментально, поэтому к названным трем видам потерь добавляют еще так называемые неучтенные (дополнительные) потери. Приведенное разделение потерь лежит в основе определения потерь в области слабых полей, главным образом, в магнитодиэлектриках. При этом потери характеризуют безразмерным параметром — тангенсом полных потерь $\operatorname{tg}\delta$, равным сумме трех слагаемых:

$$\operatorname{tg}\delta = \operatorname{tg}\delta_{\text{г}} H + \operatorname{tg}\delta_{\text{в.т}} f + \operatorname{tg}\delta_{\text{н}} \tag{4.1}$$

или, обозначая соответствующие $\operatorname{tg}\delta_i$ через δ_i (при малых углах $\operatorname{tg}\delta\approx\delta$),

$$\operatorname{tg}\delta = \delta_{\text{г}} H + \delta_{\text{в.т}} f + \delta_{\text{н}}, \tag{4.2}$$

где f — частота, Гц; H — напряженность магнитного поля, А/м; $\delta_{\text{г}}$ — коэффициент потерь на гистерезис, измеренный в рэлеевской области и отнесенный к напряженности поля 80 А/м; $\delta_{\text{в.т}}$ — коэффициент потерь на вихревые токи, отнесенный к 1 Гц; $\delta_{\text{н}}$ — коэффициент начальных потерь, учитывающий потери на магнитную вязкость. Последнее слагаемое вычисляют как разность между общим тангенсом потерь и экспериментально найденными первыми двумя составляющими (4.2), т. е. оно и представляет собой неучтенные потери. Тангенс потерь связан с удельной мощностью потерь в единице объема ферромагнетика выражением

$$p' = \pi B_m^2 f \operatorname{tg}\delta/\mu_{\text{а}}, \tag{4.3}$$

где B_m — амплитуда магнитной индукции, Тл; $\mu_{\text{а}}$ — абсолютная магнитная проницаемость, Гн/м; при этом значение p' измеряется в Вт/м^3. Так как обычно размеры электромагнитных элементов РЭА невелики, удобнее вместо единицы длины — метра пользоваться дробной величиной — сантиметром, при этом размерность магнитной индукции будет В·с/см^2 (1 В·с/см^2 = 10^4 В·с/см^2 = 10^4 Тл); размерность магнитной проницаемости Гн/см (1 Гн/см = 10^2 Гн/м).

С понятием $\operatorname{tg}\delta$ связано представление о критической частоте $f_{\text{кр}}$. В некоторой области частот функция $\operatorname{tg}\delta(f)$ имеет скорость подъема бо́льшую, чем это следует из (4.1). Частоту, при которой $\operatorname{tg}\delta = 0{,}1$, называют критической $f_{\text{кр}}$. Ее считают верхней частотной границей использования магнитного материала. В табл. 4.1 приведены значения $\operatorname{tg}\delta$ и его составляющих, а также $f_{\text{кр}}$ для различных магнитодиэлектриков.

Таблица 4.1

Параметры, влияющие на мощность потерь в магнитодиэлектриках

Магнитодиэлектрик	$\delta_г \cdot 10^4$, м/А	$\delta_{в.т} \cdot 10^9$, 1/Гц	$\delta_н \cdot 10^3$	$f_{кр}$, МГц	Начальная относительная магнитная проницаемость
Альсиферы:					
ТЧ-90	1,10	1000	3	0,02	79...91
ТЧ-60	0,81	250	2	0,07	56...63
ТЧК-55	0,81	250	2	0,07	48...58
ВЧ-32	0,38	90	1,2	0,2	28...33
ВЧ-22	0,25	25	2	0,7	19...24
ВЧК-22	0,25	25	2	0,7	19...24
Карбонильное железо:					
МР-10	0,03...0,05	2...3,5	0,15...0,20	20	13...15
МР-20	0,015...0,025	2...3	0,05...0,10	20	12...14
Пресспермы:					
МП-60	0,19	100	1,5	—	60
МП-100	0,31	200	2	—	100
МП-140	0,625	450	2	—	140+10
МП-160	0,625	1000	2	—	160+10
МП-250	1	1000	3	—	230

В средних и сильных полях мощность потерь в магнитопроводах определяют по экспериментально снятым петлям гистерезиса (при фиксированных B_m, $H_{эф}$, f) либо с помощью специальных ваттметров (при частоте до нескольких килогерц), либо резонансными методами. На рис. 4.1 ... 4.6 приведены примеры зависимостей удельных потерь в различных магнитных материалах от индукции и частоты. Более полные данные о потерях в магнитных материалах представлены в табл. 4.2.

Известно, что если построить зависимость удельных потерь в функции частоты f и в функции магнитной индукции B_m в логарифмическом масштабе, то она окажется линейной. Это позволяет вычислить удельные потери, Вт/см^3, в магнитопроводе по формуле

$$p' = p_0 (f/f^*)^\sigma \left(B_m/B_m^*\right)^\beta = p_{01} f^\sigma B_m^\beta, \qquad (4.4)$$

где $f^* = 1000$ Гц; $B^*_m = 10^{-4}$ В·с/см^2 (1 Тл) — базовые значения частоты и индукции, p_0, σ, β — коэффициенты, полученные из обработки экспериментальных зависимостей $p'(f, B_m)$;

$$p_{01} = p_0 (f^*)^{-\sigma} \left(B_m^*\right)^{-\beta}. \qquad (4.5)$$

На основании статистической обработки большого количества данных составлена табл. 4.2 средних значений коэффициентов p_0, σ, β для различных магнитных материалов в диапазоне частот 1 ... 30 кГц.

Потери мощности в магнитопроводах являются одним из факторов, влияющих на расчет трансформаторов и дросселей, поэтому для облегчения необходимых математических преобразований желательно упростить (4.4). Известно, что потери в магнитопроводах, изготовленных из сталей или сплавов при повышенных частотах, в основном определяются потерями на вихревые токи. Удельная мощность потерь, Вт/см^3, от вихревых токов в этих магнитопроводах при постоянной магнитной проницаемости определяют по формуле

$$p' = B_m^2 \frac{\omega kd}{8\mu_а} \frac{\operatorname{sh} kd - \sin kd}{\operatorname{ch} kd - \cos kd},$$

где $\omega = 2\pi f$ — угловая частота; d — толщина листа или ленты, см; $k = \sqrt{\omega\mu_а\gamma/2}$; γ — удельная проводимость материала, 1/Ом·см. Учитывая значения синусов и

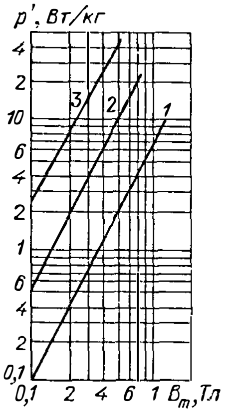


Рис. 4.1. Зависимость удельных потерь от индукции для стали марки 3424 при частотах 400 (1); 1000 (2); 300 (3) Гц для ленты толщиной 0,08 мм

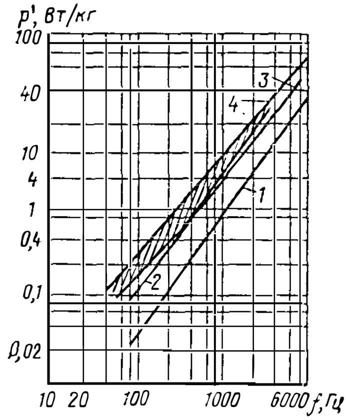


Рис. 4.3. Зависимость удельных потерь для сплавов (лента толщиной 0,05 мм) марок: 81НМА, 83НФ (1); 79НМ, 80НХС (2); 50НХС (3); 50НП, 68НМП, 30НКМП, 35НКХСП, 40НКМП (4) при индукции 0,5 Тл

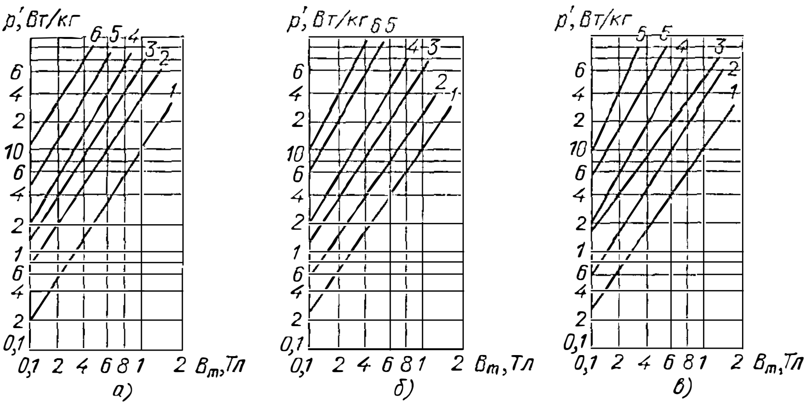


Рис. 4.2. Зависимость удельных потерь от индукции для ленты из стали 3441 толщиной 30 (а); 20 (б); 10 (в) мкм при частотах 400 (1); 1000 (2); 2000 (3); 3000 (4); 5000 (5); 10000 (6) Гц

косинусов при больших значениях аргумента ($kd>1$), для рассматриваемых высоких частот имеем

$$p' = \frac{\pi\sqrt{\pi}}{2}\sqrt{\frac{\gamma}{\mu_a}}\, d f^{3/2} B_m^2 = A f^{3/2} B_m^2. \qquad (4.6)$$

Коэффициент A представляет собой потери мощности в единице объема (см³) при $f=1$ Гц и индукции $B_m=1$ В·с/см².

Выражение (4.6) можно применять для расчета потерь мощности не только в стальных магнитопроводах, но и в магнитопроводах из других магнитных

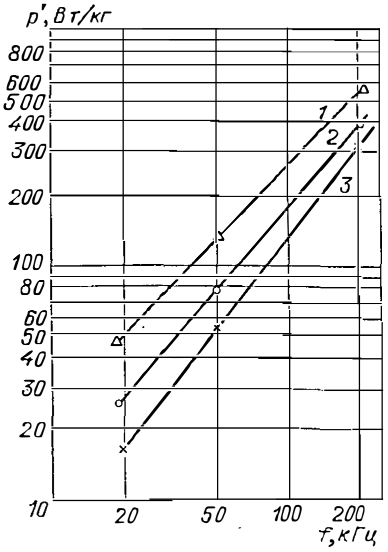


Рис. 4.4. Зависимость удельных потерь от частоты для образцов К16×10×4,5 феррита марки 2500 НМС1 при температурах:
—60°С (*1*); 25°С (*2*); 135°С (*3*) при индукции 0,2 Тл

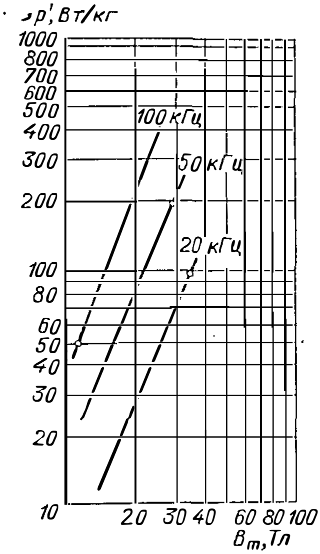


Рис. 4.5. Зависимость удельных потерь от индукции для образцов К28×16×10 феррита 1500 НМ3 (T=0 ... 25 °С)

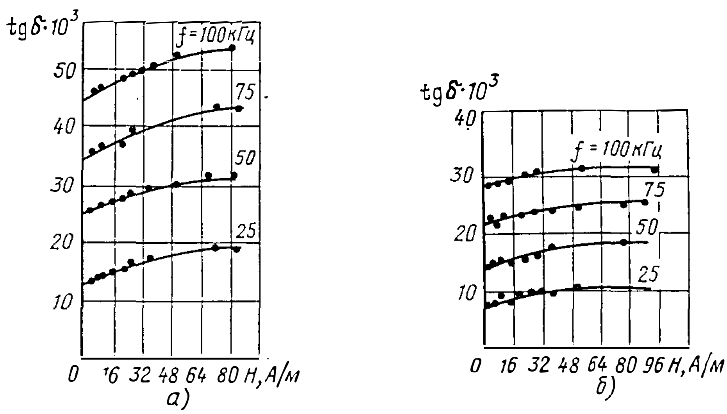


Рис. 4.6. Зависимость tg δ прессспермов от напряженности и частоты:
а — МП-250; *б* — МП-140

материалов, а также в областях с нелинейной зависимостью $B(H)$, если, приравняв (4.4) и (4.6), выразить коэффициент A через p_0, σ, β:

$$A = p_0 f^{\sigma - 3/2} B_m^{\beta - 2} (f^*)^{-\sigma} \left(B_m^*\right)^{-\beta}. \tag{4.7}$$

Значения коэффициента A для различных материалов при различных частотах и индукциях приведены в табл. 4.3.

Таблица 4.2

Коэффициенты, характеризующие удельные потери в магнитопроводах

Марка	Толщина ленты, мм	$p_0 \cdot 10^{-2}$, Вт/см³	p_0, Вт/кг	σ	β
Стали:					
3422 (Э350)	0,08	21,0	27,4	1,3	1,6
3423 (Э360)	0,08	19,0	24,8	1,3	1,8
3424 (Э360А)	0,08	16,6	21,7	1,2	1,6
3425 (Э360АА)	0,08	16,5	21,6	1,5	1,8
	0,05	15,4	20,1	1,4	1,6
3441	0,03	14,4	18,8	1,4	1,6
	0,01	20,4	26,6	1,1	1,6
Сплавы:					
79НМ	0,10	4,6	5,5	1,6	2,0
	0,05	3,2	3,8	1,5	1,8
	0,02	2,9	3,5	1,4	2,0
79НМА	0,02	2,1	2,5	1,4	2,1
80НХС	0,05	3,1	3,7	1,5	2,0
34НКМП	0,10	8,4	10,0	1,6	1,7
	0,05	5,7	6,8	1,4	1,6
	0,02	4,3	5,1	1,3	1,7
40НКМПЛ	0,10	11,3	13,5	1,6	2,1
	0,02	8,3	9,9	1,1	2,3
50Н	0,08	12,4	14,8	1,5	1,9
	0,02	13,3	14,7	1,2	1,9
50НХС	0,02	8,9	10,6	1,1	1,8
50НП	0,05	12,6	15,0	1,5	2,0
	0,02	6,3	7,5	1,3	1,4
	0,01	7,6	9,0	1,2	1,5
68НМ	0,05	5,9	7,0	1,6	1,7
47НК	0,02	6,3	7,8	1,2	2,0
	0,05	16,6	19,7	1,4	2,0
Ферриты:					
2000НМ-А	—	14,2	35,5	1,2	2,4
2000НМ-17	—	27,2	69,0	1,2	2,8
3000НМ-А	—	20,8	52,0	1,2	2,8
1500НМ3	—	9,3	23,2	1,2	2,2
2000НМ3	—	17,8	44,6	1,3	2,7
2500НМС2	—	5,3	11,5	1,2	1,7
2500НМС1	—	3,4	7,3	1,4	1,9

Формулы (4.6), (4.7) не учитывают мощность потерь, появившуюся дополнительно вследствие резки ленточного магнитопровода, осуществляемой для надевания обмотки на магнитопровод или образования в нем немагнитного зазора. Значения коэффициента резки $k_р$ приведены в табл. 4.4.

Мощность потерь при несинусоидальном периодическом воздействии. Электромагнитные элементы РЭА подвергаются несинусоидальным воздействиям, различным по форме и скважности (скважность $q = T_и/t_и$, где $T_и$ — период; $t_и$ — длительность импульса). При этом возможны два случая: а) воздействие, при котором вихревые токи в магнитопроводе не затухнут к моменту появления нового воздействия (такое воздействие будем называть несинусоидальным периодическим); б) воздействие, при котором вихревые токи практически затухнут к моменту появления последующего (такое воздействие будем называть импульсным). Такое разделение имеет смысл лишь для магнитопроводов, изготовленных из сталей или сплавов, так как потери в этих магнитопроводах при высоких частотах или кратковременных импульсах определяются, главным

Таблица 4.3

Значения коэффициентов A в функции частоты и индукции

Марка	Толщина ленты, мм	Индукция $B_m \cdot 10^{-4}$, $\frac{В \cdot с}{см^2}$	A, $\frac{А \cdot см}{В \cdot с^{1/2}}$
Для $f=1000$ Гц			
Стали:			
3422 (Э350)	0,08	0,8...1	663
3423 (Э360)	0,08		600
3424	0,08		525
3425	0,08		522
	0,05		486
3441	0,03		455
	0,01		643
Сплавы:			
79НМ	0,1	0,8...1	146
	0,05		101
	0,02		93
79НМА	0,02		66
80НХС	0,05		98
34НКМП	0,1		266
	0,05		181
	0,02		134
40НКМПЛ	0,1		359
	0,02		263
50Н	0,05		393
	0,02		390
50НХС	0,02		282
50НП	0,08		398
	0,02		199
	0,01		239
68НМ	0,05		186
47НК	0,1		523
	0,02		207
Для $f=10\,000$ Гц			
Сплавы:			
79НМ	0,1	0,1...0,5	209
	0,02		75
	0,05	0,1	158
		0,2	141
		0,3	131
		0,4	125
		0,5	120
79НМА	0,02	0,1	38
		0,2	41
		0,3	43
		0,4	44
		0,5	45
80НХС	0,05	0,1...0,5	100
34НКМП	0,05	0,1	325
		0,2	255
		0,3	221
		0,4	200
34НКМП	0,05	0,5	185
40НКМПЛ	0,1	0,1	300
		0,2	330
		0,3	347
		0,4	360
		0,5	371
50Н	0,02	0,1	300
		0,2	272
		0,3	257
		0,4	247
		0,5	239
Для $f=20\,000$ Гц			
Сплавы:			
79НМ	0,1	0,1...0,5	232
	0,05	0,1	160
		0,2	143
		0,3	133
		0,4	127
		0,5	122
	0,02	0,1...0,5	70
79НМА	0,02	0,1	32
		0,2	35
		0,3	37
		0,4	40
		0,5	41
80НХС	0,05	0,1...0,5	100
34НКМП	0,05	0,1	303
		0,2	238
		0,3	206
		0,4	187
		0,5	173
40НКМПЛ	0,1	0,1	311
		0,2	340
		0,3	360
		0,4	373
		0,5	384
50Н	0,02	0,1	250
		0,2	226
		0,3	214
		0,4	206
		0,5	200
50НХС	0,02	0,1	155
		0,2	131
		0,3	119
		0,4	110
		0,5	105
50НП	0,05	0,1...0,5	403
	0,02	0,1	440
		0,2	290

Окончание таблицы 4.3

Марка	Толщина ленты, мм	Индукция $B_m \cdot 10^{-4}$, $\frac{В \cdot с}{см^2}$	A, $\frac{А \cdot см}{В \cdot с^{1/2}}$	Марка	Толщина ленты, мм	Индукция $B_m \cdot 10^{-4}$, $\frac{В \cdot с}{см^2}$	A, $\frac{А \cdot см}{В \cdot с^{1/2}}$
		0,3	228			0,4	57
		0,4	192	2500НМС-1		0,1	112
		0,5	168			0,2	106
Ферриты:						0,3	102
1500НМ3		0,1	82			0,4	99
		0,2	98	2500НМС-2		0,1	128
		0,3	108			0,2	101
2500НМС		0,1	92			0,3	88
		0,2	72			0,4	80
		0,3	63				

образом, потерями на вихревые токи. В магнитопроводах из ферритов или магнитодиэлектриков такое разделение не имеет смысла (так как потери от вихревых токов в них менее существенны) и потери мощности могут быть найдены любым способом.

Расчет потерь при несинусоидальном периодическом воздействии производят на основе его разложения в гармонический ряд. Согласно этому методу мощность потерь вычисляют от каждой гармоники индукции

$$p_n' = p_{01}\, f_n^{\sigma}\, B_{mn}^{\beta}, \qquad (4.8)$$

а затем их складывают:

$$p' = \sum_{n=1}^{N} p_{01}\, f_n^{\sigma}\, B_{mn}^{\beta} = p_{01} f_1^{\sigma}\, B_{m1}^{\beta} \sum_{n=1}^{N} \left(\frac{f_n}{f_1}\right)^{\sigma} \left(\frac{B_{mn}}{B_{m1}}\right)^{\beta} = p_{\text{син}\,1}\, \gamma_{\text{н}}, \qquad (4.)$$

где $p_{\text{син}1}$ — потери, рассчитанные по первой гармонике синусоидальной индукции (4.4); $\gamma_{\text{н}}$ — коэффициент несинусоидальности, учитывающий увеличение потерь от других гармоник; N — число учтенных гармоник.

Рассмотрим применение метода на двух примерах.

Пример 4.1. На первичную обмотку трансформатора действует несинусоидальное напряжение одного знака треугольной формы, симметричной относительно оси ординат: $U_m = 10$ В, $wS = 10^{-2}$ м², $f = 1/T_{\text{п}} = 1$ кГц, $\chi = t_{\text{и}}/T_{\text{п}} = 0{,}8$, материал магнитопровода — сталь 3422 толщиной 0,08 мм. Найти удельную мощность потерь.

Таблица 4.4

Коэффициент $k_{\text{р}}$ увеличения потерь в магнитопроводе вследствие резки

Материалы	Значения $k_{\text{р}}$ при частоте, Гц			
	50	400	2000	10 000
Сталь толщиной 0,15 ... 0,35 мм	1,3	1,4	1,5	1,6
То же 0,05 мм	—	1,5	1,6	1,7
Сплавы 50Н, 33НКМС толщиной 0,05 ... 0,1 мм	—	1,7	1,8	1,9
Сплавы 79НМ, 80НХС толщиной 0,05 ... 0,1 мм	—	2,5	2,8	3

Так как форма напряжения симметрична относительно оси ординат, то в разложении присутствуют постоянная составляющая и четные гармоники:

$$u(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\,\omega\,t = \frac{U_m}{2}\chi + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2U_m}{\pi}\,\frac{\sin^2 n\frac{\pi}{2}\chi}{n}.$$

Переменная составляющая индукции

$$b(t) = \frac{1}{wS}\int u_{\sim}\,dt = \frac{2U_m}{w\,S\,\pi\omega}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\sin^2 n\frac{\pi}{2}\chi\sin\omega t =$$

$$= B_{m1}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin^2 n\frac{\pi}{2}\chi}{n^2\sin^2\frac{\pi}{2}\chi}\sin n\,\omega\,t,$$

где

$$B_{m1} = \frac{2U_m\sin^2\frac{\pi}{2}\chi}{wS\,\pi\,\omega} = \frac{U_m T_{\text{п}}}{\pi^2 w\,S}\sin^2\frac{\pi}{2}\chi =$$

$$= \frac{10\cdot10^{-3}}{10^{-2}}\sin^2\frac{\pi}{2}\,0{,}8 = 0{,}09 \text{ Тл}.$$

Коэффициент несинусоидальности

$$\gamma_{\text{н}} = \sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{1}{n^2}\left(\frac{\sin n\frac{\pi}{2}\chi}{\sin\frac{\pi}{2}\chi}\right)^2\right]^{\beta}\left(\frac{nf_1}{f_1}\right)^{\sigma} =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{\sin n\frac{\pi}{2}\chi}{\sin\frac{\pi}{2}\chi}\right)^{2\beta} n^{\sigma-2\beta} = 1{,}25,$$

где σ и β — показатели степени (4.4).

Удельная мощность потерь при заданном воздействии

$$p' = p_0\,(f/f^*)^{\sigma}\left(B_{m1}/B_m^*\right)^{\beta}\gamma_{\text{н}} = 21\cdot10^{-2}\cdot1^{1,3}\cdot(0{,}09)^{1,61}\cdot1{,}25 = 5{,}4\cdot10^{-3}\ \text{Вт/см}^3.$$

Пример 4.2. Форма напряжения прямоугольная, остальные данные те же. Определить удельную мощность потерь.

Напряжение $u(t)$ можно разложить в ряд:

$$u(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\,\omega\,t = U_m\chi + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2U_m}{\pi}\,\frac{\sin n\pi\chi}{n}\cos n\,\omega\,t.$$

Переменная составляющая

$$b(t) = \frac{1}{wS}\int u_{\sim}\,dt = \frac{2U_m}{wS\,\pi\omega}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin n\pi\chi}{n^2}\sin n\,\omega\,t =$$

$$= B_{m1}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin n\,\pi\chi}{\sin\pi\chi}\,\frac{1}{n^2}\sin n\,\omega\,t,$$

где

$$B_{m1} = \frac{U_m T_и}{w S \pi^2} \sin \pi\chi = \frac{10 \cdot 10^3}{10^{-2}} \sin 0{,}8\,\pi = 0{,}059 \text{ Тл}.$$

Вычисляем по формуле

$$p' = p_0 f_1^{\alpha} B_{m1}^{\beta} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sin n\,\pi\chi}{\sin \pi\chi} \frac{1}{n^2} \right)^{\beta} \left(\frac{f_n}{f_1} \right)^{\alpha} = p_0 f_1^{\alpha} B_{m1}^{\beta} \gamma_н,$$

где

$$\gamma_н = \sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{\sin n\,\pi\chi}{\sin \pi\chi} \right|^{\beta} n^{\alpha - 2\beta} = 3{,}2.$$

Удельная мощность потерь

$$p' = 21 \cdot 10^{-2} \cdot 1^{1,3} \cdot (0{,}059)^{1,6} \cdot 3{,}2 = 7{,}26 \cdot 10^{-3} \text{ Вт/см}^3.$$

На рис. 4.7—4.9 приведены зависимости $\gamma_н(t_п/T_п)$ для некоторых форм кривых напряжений, воздействующих на первичную обмотку трансформатора.

Если рассматриваемым ЭЭ является реактор или дроссель, то при добротностях, имеющих место на практике, $u_L \approx L di/dt$, т. е. если задан ток в обмотке, то определить напряжение на обмотке, а по нему и магнитную индукцию нетрудно.

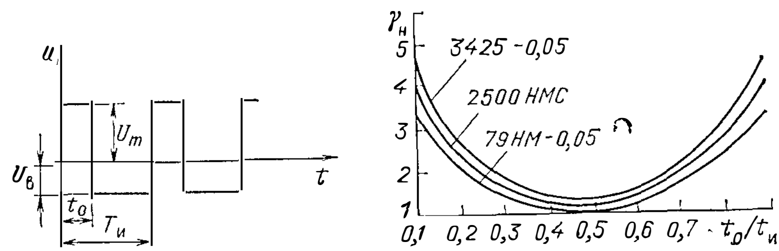


Рис. 4.7. Зависимость коэффициента несинусоидальности $\gamma_н$ от $t_0/T_и$ для напряжения прямоугольной формы;

$$B_{1m} = \frac{U_m + U_B}{\pi^2 f w S_м} \sin \pi \frac{t_0}{T_и}.$$

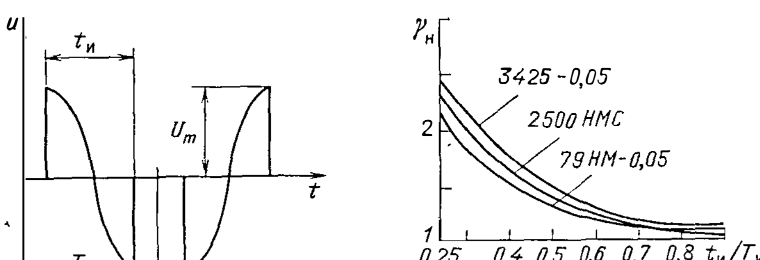


Рис. 4.8. Зависимость коэффициента синусоидальности $\gamma_н$ от $t_и/T_и$ для напряжения косинусоидальной формы:

$$B_{1m} = \frac{2U_m}{\pi^2 f S_м w} \left(\frac{t_и}{T_и} \right)^2 \frac{\cos \pi \dfrac{t_и}{2T_и}}{1 - (t_и/T_и)^2};\; f = 1/2\,T_и.$$

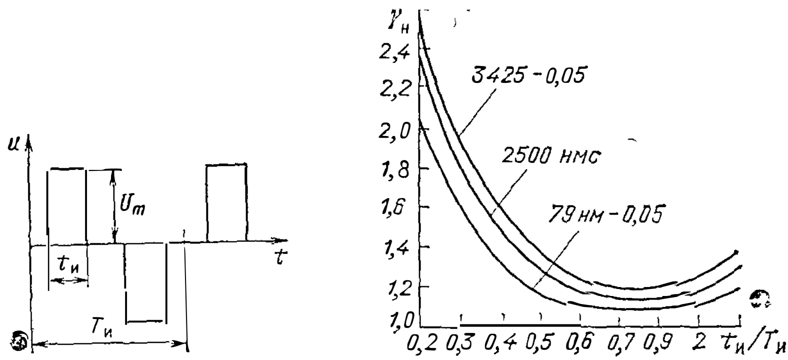


Рис. 4.9. Зависимость коэффициента несинусоидальности $\gamma_н$ от $t_и/T_и$ для импульсов прямоугольной формы:

$$B_{1m}=\frac{U_m \sin \pi\,(t_и/T_и)}{f w S_м}\,\frac{2}{\pi^2};\quad f=\frac{1}{T_и}.$$

Мощность потерь при импульсном воздействии. Расчет потерь мощности в магнитопроводах при импульсных воздействиях представляет весьма сложную математическую задачу. В магнитопроводах, изготовленных из сталей и сплавов при импульсах от 10 мкс (и более), мощность потерь определяется потерями на вихревые токи. Чтобы вычислить потери на вихревые токи, нужно решить задачу проникновения импульсного электромагнитного поля в плоский проводящий лист. Найдем мощность потерь в магнитопроводе от экспоненциального импульса напряжения

$$u=U_m\,e^{-\zeta t}. \tag{4.10}$$

Выбор такой формы напряжения аргументирован тем, что при интегрировании и дифференцировании экспоненциальной функции (как и синусоидальной), она сохраняет свою зависимость во времени. Магнитную среду будем считать линейной, намагничиваемой на установившемся частном гистерезисном цикле (гл. 5, § 5.10).

Запишем уравнения Максвелла для плоской электромагнитной волны, распространяющейся в листе (рис. 4.10):

$$-\partial H/\partial z=\gamma E;\quad \partial E/\partial z=-\mu_a\,\partial H/\partial t;$$

E — напряженность электрического поля; μ_a — абсолютная магнитная проницаемость на частном цикле намагничивания.

При экспоненциальной форме напряжения

$$E=E_m\,e^{-\zeta t};\quad H=H_m\,e^{-\zeta t}.$$

Подставив значения E и H в уравнения Максвелла и сократив на общий множитель $e^{-\zeta t}$, получим

$$-dH_m/dz=\gamma E_m;\quad dE_m/dz=\zeta\mu_a H_m.$$

Решая систему уравнений Максвелла при граничных условиях равенства B и H соответственно на обеих поверхностях листа, после усреднения индукции по сечению листа получаем выражения для индукции $\Delta B_{ср}$ и

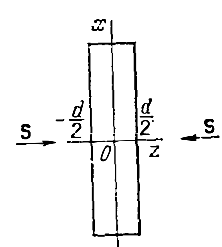


Рис. 4.10. Распространение электромагнитной волны в стальном листе (S — вектор Пойнтинга, d — толщина листа)

удельной мощности потерь на вихревые токи $p'_в$ в магнитопроводе, Вт/см³, при воздействии импульса напряжения (4.10):

$$\Delta B_{ср} \simeq U_m/\zeta w S_м ; \tag{4.11}$$

$$p'_в = \Delta B^2_{ср} \frac{\zeta \gamma d}{16 T_и} \left[d \left(1 + \mathrm{ctg}^2 \frac{kd}{2} \right) - \frac{2}{k} \mathrm{ctg} \frac{kd}{2} \right], \tag{4.12}$$

где d — толщина листа; $k = \sqrt{\zeta \mu_а \gamma}$.

Выражение для мощности потерь от действия импульсов другой формы можно получить на основе эквивалентирования импульсов различной формы.

На рис. 4.11 приведены кривые изменения магнитной индукции (напряженности магнитного поля) от времени на разных глубинах листа при воздействии прямоугольного напряжения. По оси абсцисс отложено относительное время $\tau = t/\theta_в$, где $\theta_в$ — постоянная времени установления вихревых токов: координату глубины листа определяют как $x = z/(d/2)$. Как видно из рисунка, для $t > 2\theta_в$ закон изменения напряженности магнитного поля на всех глубинах приближается к линейному, т. е.

$$\frac{\partial H(x, \tau)}{\partial \tau} \sim \frac{\partial H(z, t)}{\partial t} = \mathrm{const}.$$

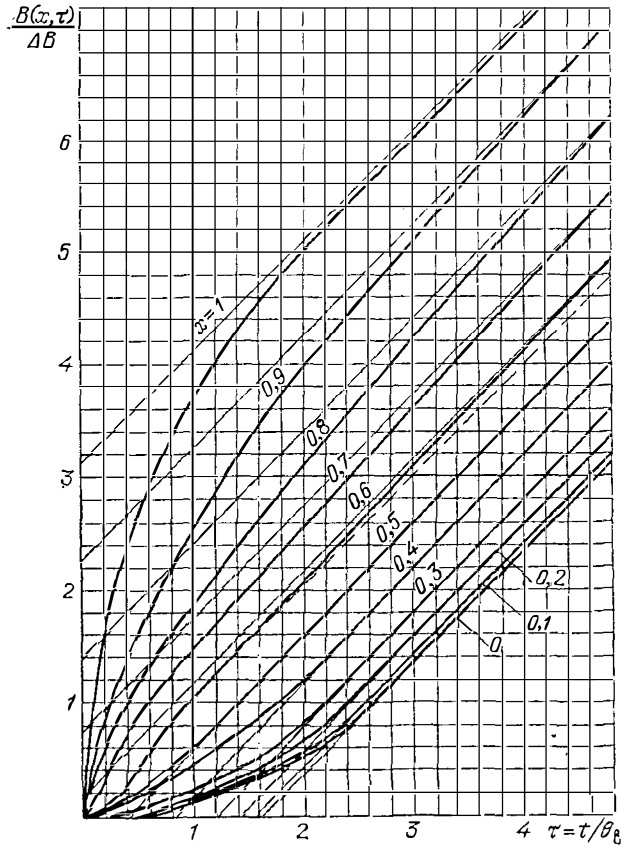


Рис. 4.11. Изменение во времени относительной величины индукции (напряженности поля) на разных глубинах листа при $\mu_а = \mathrm{const}$

Из рисунка также видно, что все кривые $H(x, \tau)$ асимптотически стремятся к прямым, имеющим тот же наклон, что и прямая $H_м(\tau)$, соответствующая зависимости намагничивающего тока от времени:

$$i_м(t) = \frac{H_м(t)\, l_м}{w} = \frac{l_м}{\mu_a w^2 S_м} \int\limits_0^t U_0\, dt = \frac{l_м}{\mu_a w^2 S_м} U_0 t;\ 0 \leqslant t \leqslant t_и.$$

Таким образом, для любого $u(t)$ при $t > 2\theta_в$

$$\frac{\partial H(z, t)}{\partial t} = \frac{1}{\mu_a} \frac{\partial B_{ср}}{\partial t} = \frac{u(t)}{\mu_a w S_м}.$$

Как будет показано ниже, в ЭЭ РЭА $t_0 \gg \theta_в$, поэтому потерями на вихревые токи за время $2\theta_в$ можно пренебречь в сравнении с потерями за остальное время, когда вихревые токи уже установились, т. е. можно считать последнее выражение справедливым за все рассматриваемое время.

Из уравнения Максвелла

$$\frac{\partial E}{\partial z} = -\mu_a \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{w S_м} u(t);\ E(z, t) = \int \frac{\partial E}{\partial z} \partial z = \frac{1}{w S_м} u(t)\, z + \text{const}.$$

При $z=0$ $E(0, t)=0$, следовательно, const=0.

Средняя за период удельная мощность потерь в единице объема

$$p' = \frac{1}{T_и} \int\limits_0^{T_и} \frac{1}{d/2} \int\limits_0^{d/2} \gamma [E(z, t)]^2\, dz dt = \frac{1}{T_и} \int\limits_0^{T_и} \frac{\gamma}{d/2} \int\limits_0^{d/2} [u(t)]^2 \frac{z^2}{w^2 S_м^2}\, dz dt \sim \int\limits_0^{T_и} [u(t)]^2 dt,$$

т. е. пропорциональна величине, равной $\int\limits_0^{T_и} [u(t)]^2 dt$.

Как известно,

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} [f(t)]^2 dt = \frac{1}{\pi} \int\limits_0^{\infty} |F(j\omega)|^2 d\omega.$$

Это теорема Рэлея (или равенство Парсеваля), устанавливающая связь между энергией непериодического сигнала и его спектром. Она показывает, что энергия (а следовательно, и средняя за период мощность) может быть вычислена интегрированием квадрата функции времени или квадрата амплитудного спектра. По виду функции $|F(j\omega)|$ можно судить о распределении энергии в спектре непериодического сигнала. При этом, если два импульса разной формы в основной полосе частот имеют одинаковые амплитудные спектры, то эти два импульса будут эквивалентны по выделяемой от их воздействия мощности. Можно показать, что импульсы эквивалентны, т. е. спектры двух импульсов совпадают в основной полосе частот, если сумма несовпадающих площадей этих импульсов минимальна.

Пример 4.3. Найти параметры прямоугольного импульса (U_0, t_0), эквивалентного по потерям треугольному импульсу с параметрами U_m, $t_и$ (оба импульса изображены в табл. 4.5).

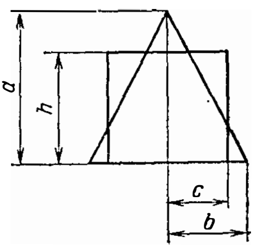
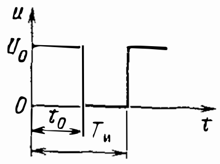
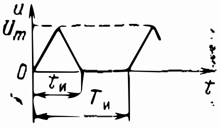
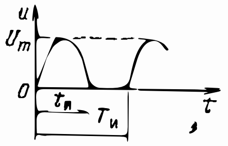
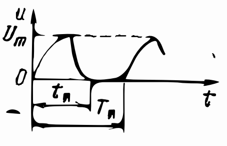
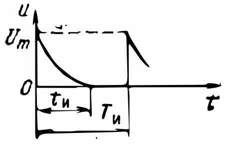
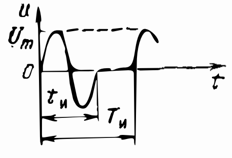


Рис. 4.12. Замена треугольного импульса эквивалентным ему по потерям прямоугольным

Таблица 4.5

Эквивалентирование реального импульса прямоугольным или экспоненциальным

Форма импульса	Коэффициенты перехода к эквивалентному импульсу			
	прямоугольному		экспоненциальному	
	$\xi_п = t_0/t_и$	$\lambda_п = U_0/U_m$	$\xi_{exp} = t_{exp}/t_и$	$\lambda_{exp} = U_{exp}/U_m$
	1	1	1,82	1,67
	0,707	0,707	1,28	1,18
	0,74	0,86	1,35	1,43
	0,84	0,81	1,56	1,35
	0,55	0,6	1	1
	0,54	1,41	0,98	2,35

Примечания: 1. Значения U_0, t_0 прямоугольного импульса соответствуют значениям U_m, $t_и$ реального импульса. 2. Длительность экспоненциального импульса $t_{exp} = 3\tau$; τ — постоянная времени экспоненты.

Обозначим $U_m = a$; $t_и/2 = b$; $U_0 = h$; $t_0/2 = c$ (рис. 4.12). Сумма несовпадающих площадей $\Delta S = S_р - S_п$, где $S_р$ — площадь реального импульса, $S_п$ — площадь прямоугольного импульса:

$$\Delta S = \frac{1}{2}\left[\frac{b}{a}(a-h)^2 + \frac{a}{b}(b-c)^2 + \frac{(ac-ab+bh)^2}{ab}\right].$$

Подставляя в последнее выражение $c=ab/2h$, получаем

$$\Delta S=\frac{ab}{2}\left(\frac{a}{h}\right)^2\left[2\left(\frac{h}{a}\right)^4-4\left(\frac{h}{a}\right)^3+4\left(\frac{h}{a}\right)^2-2\left(\frac{h}{a}\right)+\frac{1}{2}\right].$$

Для вычисления h, соответствующего минимуму суммы несовпадающих площадей, надо продифференцировать ΔS по h и приравнять производную нулю:

$$\frac{d}{dh}(\Delta S)=\frac{b}{2}\left(\frac{a}{h}\right)^3\left[4\left(\frac{h}{a}\right)^4-4\left(\frac{h}{a}\right)^3+2\left(\frac{h}{a}\right)-1\right]=0.$$

Положительный действительный корень этого уравнения $h/a=0{,}707$, откуда $c=ab/2h$.

В случае, если форма заменяемого импульса достаточно сложна, определение параметров прямоугольного импульса легче выполнить графически. Для этого находят площадь реального импульса. На график, изображающий реальный импульс, накладывают несколько прямоугольных импульсов с такой же площадью, но с разными длительностями и амплитудами. Графически определяют для каждого случая суммы несовпадающих площадей. Строят график (пример приведен на рис. 4.13) и из него находят длительность импульса, соответствующую минимуму суммы несовпадающих площадей. Затем вычисляют U_0:

$$U_0=\int\limits_0^{t_{\text{и}}} u\,dt/t_0.$$

Пример 4.4. Определить параметры прямоугольного импульса (U_0, t_0), эквивалентного по потерям экспоненциальному $u=U_m e^{-\zeta t}$.

Площадь реального импульса

$$S_{\text{р}}=\int\limits_0^{\infty} U_m\,e^{-\zeta t}\,dt=\frac{U_m}{\zeta}=U_m\tau,$$

где τ — постоянная времени экспоненты ($\tau=1/\zeta$). На рис. 4.13,*а* изображено шесть произвольных прямоугольных импульсов с площадью, равной $U_m\tau$, на-

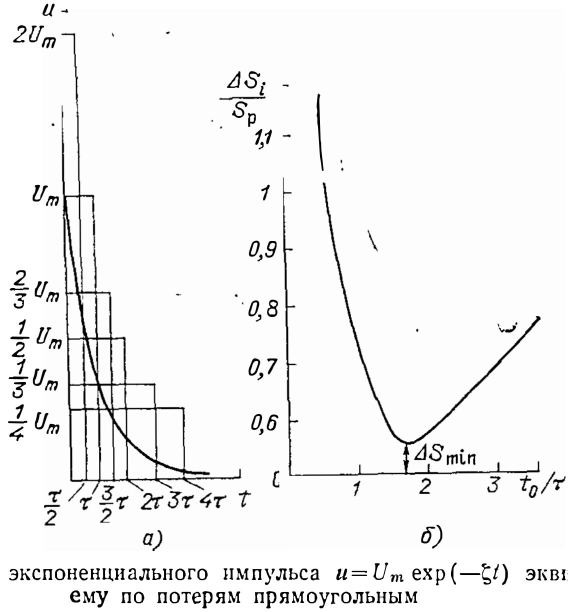


Рис. 4.13. Замена экспоненциального импульса $u=U_m\exp(-\zeta t)$ эквивалентным ему по потерям прямоугольным

пример таких, для которых U_0 имеет значения $2U_m$; U_m; $(2/3)U_m$; $(1/2)U_m$; $(1/3)U_m$; $(1/4)U_m$. Находим $\Delta S_i = S_р - S_{п\,i}$ и строим график зависимости $\Delta S_i/S_р$ в функции t_0/τ (рис. 4.13,*б*). Из графика видно, что минимум суммы несовпадающих площадей соответствует значению $t_0/\tau = 1{,}65$. Из равенства $U_m\tau = U_0 t_0$ находим $U_0/U_m = 0{,}6$. Считая, что длительность экспоненциального импульса $t_и \approx 3\tau$, получаем $t_0/t_и = 0{,}55$.

Для часто встречающихся на практике прямоугольных импульсов (с амплитудой U_0, длительностью t_0 и периодом повторения $T_и$) удельная мощность потерь в магнитопроводе без учета переходного процесса установления вихревых токов в листах магнитопровода

$$p_в' = \frac{(\Delta B_{ср})^2 d^2 \gamma}{12\, t_0 T_и}; \tag{4.13}$$

с учетом переходного процесса установления вихревых токов

$$p_в' = \frac{(\Delta B_{ср})^2 d^2 \gamma}{12\, t_0 T_и} \left(1 - \frac{\pi^2}{15} \frac{\theta_в}{t_0}\right), \tag{4.14}$$

где $\theta_в$ — наибольшее значение из постоянных времени установления вихревых токов,

$$\theta_в = \gamma \mu_а d^2 / 4\pi^2. \tag{4.15}$$

Пример 4.5. Рассчитать мощность потерь в магнитопроводе из стали толщиной $d = 0{,}08$ мм с магнитной проницаемостью $\mu_r = 1000$. Параметры магнитопровода и обмотки: $wS_м = 10^{-3}$ м^2 при воздействии прямоугольных импульсов с параметрами $U_0 = 10$ В; $t_0 = 4$ мкс, повторяющихся с периодом $T_и = 10$ мкс.

Постоянная времени установления вихревых токов

$$\theta_в = \frac{\gamma \mu_а d^2}{4\pi^2} = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 10^3 \cdot 4\pi \cdot 10^{-9} (8 \cdot 10^{-3})^2}{4\pi^2} = 4 \cdot 10^{-7}\ с,$$

где $\gamma = 2 \cdot 10^4$ 1/Ом·см — удельная проводимость стали; $\mu_а = \mu_r \mu_0$; $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-9}$ Гн/см.

Приращение магнитной индукции за время действия импульса

$$\Delta B_{ср} = \frac{1}{w S_М} \int_0^{t_0} u(t)\, dt = \frac{U_0 t_0}{w S_М} = \frac{10 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{10} = 4 \cdot 10^{-6}\ \frac{В \cdot с}{см^2}.$$

Так как $t_0/\theta_в = 4 \cdot 10^{-6}/4 \cdot 10^{-7} = 10$, то переходным процессом установления вихревых токов при определении мощности потерь можно пренебречь и согласно (4.13)

$$p_в' = \frac{(\Delta B_{ср})^2 d^2 \gamma}{12\, t_0 T_и} = \frac{(4 \cdot 10^{-6})^2 (8 \cdot 10^{-3})^2\, 2 \cdot 10^4}{12 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-5}} = 4{,}27 \cdot 10^{-2}\ \frac{Вт}{см^3}.$$

Заменим теперь действительный прямоугольный импульс эквивалентным ему по потерям экспоненциальным импульсом. Согласно табл. 4.4 $U_{m\,exp} = 1{,}67 U_0 = 16{,}7$ В; $t_{и\,exp} = 1{,}82 t_0 = 1{,}82 \cdot 4 \cdot 10^{-6} = 7{,}28 \cdot 10^{-6}$ с. Тогда по (4.11)

$$\Delta B_{ср} = \frac{U_{m\,exp}}{\zeta w S_М} = \frac{16{,}7}{0{,}4 \cdot 10^6 \cdot 10} = 4 \cdot 10^{-6}\ \frac{В \cdot с}{см^2},$$

где $\zeta = 1/\tau = 3/t_и = 3/7{,}28 \cdot 10^{-6} = 0{,}41 \cdot 10^6$ 1/с (τ — постоянная времени экспоненциальной функции, длительность экспоненты принята равной 3τ).

Из (4.12)

$$p_в' = (\Delta B_{ср})^2 \frac{\zeta \gamma d}{16\, T_и} \left[d \left(1 + \mathrm{ctg}^2 \frac{kd}{2}\right) - \frac{2}{k} \mathrm{ctg} \frac{kd}{2} \right] =$$

$$= (4 \cdot 10^{-6})^2 \frac{0{,}41 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 8 \cdot 10^{-3}}{16 \cdot 10^{-5}} \left\{ 8 \cdot 10^{-3} [1 + \mathrm{ctg}^2 (320 \cdot 4 \cdot 10^{-3})] - \right.$$

$$\left. - \frac{2}{320} \mathrm{ctg} (320 \cdot 4 \cdot 10^{-3}) \right\} = 6{,}56 \cdot 6{,}85 \cdot 10^{-3} = 4{,}48 \cdot 10^{-2}\ Вт/см^2.$$

Здесь

$$k=\sqrt{\zeta\mu_a\gamma}=\sqrt{0{,}41\cdot10^6\cdot4\pi\cdot10^{-6}\cdot2\cdot10^5}=320.$$

Погрешность вычисления $\frac{4{,}48-4{,}27}{4{,}27}\,100=4{,}9\%.$

Как видно из примера 4.5, приближенное совпадение результатов расчета подтверждает не только достоверность выведенных формул, но и правильность эквивалентирования импульсов по их амплитудным спектрам. Формула (4.12) имеет ограничения. Если $kd/2>1{,}57$, то значение $\operatorname{ctg} kd/2$ уменьшается и меняется знак. Для того чтобы $kd/2$ было больше 1,57, импульс должен быть очень коротким. В практических устройствах для передачи таких коротких импульсов стальные магнитопроводы не применяются. Кроме того, при таких импульсах их длительность становится соизмеримой с постоянной времени установления вихревых токов и на потери мощности начинает оказывать влияние магнитная вязкость.

Итак, удельная мощность потерь в магнитопроводах, изготовленных из сталей или сплавов, при воздействии на первичную обмотку трансформатора экспоненциального импульса напряжения можно определить по (4.12), при воздействии импульса напряжения прямоугольной формы — по (4.13), при воздействии импульсов другой формы — путем приведения реального импульса к прямоугольному (как наиболее распространенному) или экспоненциальному.

Проведенные выше рассуждения относились к случаю, когда на обмотку ЭЭ воздействует импульс напряжения, т. е. к трансформатору. В реакторе задан ток в обмотке. Можно показать, что замену одного импульса тока другим при определении мощности потерь в стальном магнитопроводе также производят при сравнении их амплитудных спектров, поэтому табл. 4.5 справедлива и для импульсов токов. Так как в линейной зоне кривой намагничивания $\Delta B_{\text{ср}}\sim\Delta H_{m\ \text{ср}}\sim I_m$, то расчет мощности потерь от вихревых токов в стальных магнитопроводах реакторов ведут по приведенным выше формулам.

Расчет мощности потерь в магнитопроводах из ферритов и магнитодиэлектриков приближенно можно выполнять по (4.3). При этом воздействующий импульс напряжения или тока надо заменить эквивалентным синусоидальным с частотой $f=1/2t_{\text{и}}$ при однополярных (и с $f=1/t_{\text{и}}$ при двуполярных импульсах). Вместо B_m в (4.3) при однополярных импульсах можно подставить значение $\Delta B_{\text{ср}}/2$ (см. рис. 5.18, 5.19), а величину магнитной проницаемости (при отсутствии экспериментальных данных по намагничиванию материала на частном цикле) можно приближенно определить по формуле $\mu_a\approx\Delta B_{\text{ср}}/H_m$. Значение $\delta_{\text{г}}$, которое входит в выражение для $\operatorname{tg}\delta$ [см. (4.1, 4.2)], определяют для $H=H_m/2$.

Мощность потерь вблизи зазора магнитопровода. В магнитопроводах реакторов, содержащих немагнитный зазор, при значительных токах в обмотках возникает существенная мощность потерь, особенно если зазор не закрыт обмоткой. Эти потери объясняются выпучиванием магнитного потока вблизи немагнитного зазора, нормального к поверхности листа или ленты (рис. 4.14), вызывающего в листе (или ленте) вихревые токи (рис. 4.15). Исследование выпучивания магнитного потока вблизи немагнитного зазора произведем при следующих, принятых для упрощения, предположениях:

1) по обмотке реактора с числом витков w протекает синусоидальный ток с амплитудой I_m и частотой f;

2) магнитная проницаемость материала постоянна;

3) глубина проникновения электромагнитного поля такова, что лист (или лента) является «прозрачным» (при более высоких частотах, когда это допущение не удовлетворяется, как правило, применяют ферриты или магнитодиэлектрики);

4) длина магнитопровода $l_{\text{м}}$ много больше ширины ленты b и ее толщины d (это допущение обычно удовлетворяется);

5) вихревой ток меняется вдоль координаты z (рис. 4.15);

6) зазор не закрыт обмоткой.

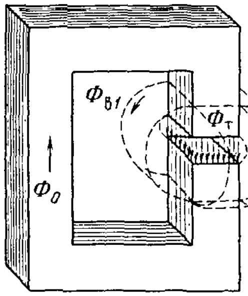


Рис. 4.14. Основной магнитный поток Φ_0 и его составляющие

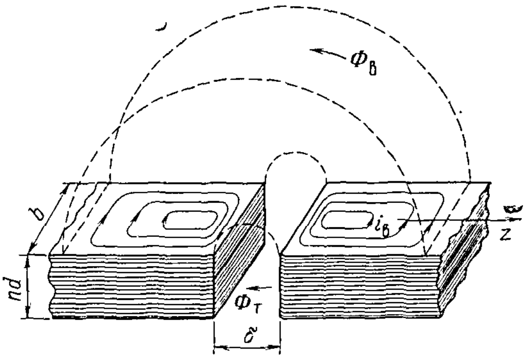


Рис. 4.15. Вихревые токи, возникающие в пластике вследствие потока выпучивания

Эти упрощения позволяют решить задачу как одномерную. В результате получена формула для расчета мощности потерь, Вт, вызванных потоком выпучивания (решение приведено в [8]):

$$P_{\text{в}} = \frac{1}{2\pi} \ln\left(2\sqrt{b/\delta} + 1\right) (f\, U_{\text{м}m}\, b\, \mu_0)^2 \gamma \delta F_{\text{в}}, \tag{4.16}$$

где $U_{\text{м}\,m}$ — амплитуда магнитного напряжения на зазоре (определяется из расчета магнитной цепи реактора при заданной магнитной проницаемости магнитопровода, на практике часто $U_{\text{м}\,m} = I_m w$); δ — длина немагнитного зазора; $F_{\text{в}}$ — функция геометрических размеров:

$$F_{\text{в}} = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{l}{b} + 1\right) \ln\left[\left(\frac{l}{b} + 1\right) \frac{b^2}{(\delta/2)^2}\right] + \\ + \left(\frac{1}{l/b + 1} - 1\right) + \frac{1}{2^2}\left[\left(\frac{1}{l/b + 1}\right)^2 - 1\right] + \ldots; \tag{4.17}$$

при одном зазоре $l = l_{\text{м}}/2$ ($l_{\text{м}}$ — длина средней линии магнитопровода).

Если немагнитный зазор закрыт обмоткой, мощность потерь вблизи немагнитного зазора уменьшается и ее вычисляют по формуле

$$P_{\text{в.з}} = k_G^2 P_{\text{в}}, \tag{4.18}$$

где

$$k_G = \frac{\ln(2c/\delta) + \pi a/4c - 3a^2/8c^2}{\ln(4c/\delta) + \ln 2}, \tag{4.19}$$

$a = (a_1 + a_2)/2$; c — размер обмотки намагничивания (рис. 4.16).

Пример 4.6. Рассчитать мощность потери вблизи зазора магнитопровода реактора, изготовленного из стали 3423 толщиной 0,08 мм. Исходные данные: $f = 5000$ Гц; число витков $w = 7$, ширина ленты $b = 2$ см; длина средней магнит-

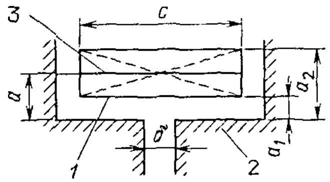


Рис. 4.16. Расположение обмотки, закрывающей зазор в магнитопроводе:

1 — намагничивающая обмотка; *2* — магнитопровод; *3* — эквивалентный токовый слой ной линии в магнитопроводе $l_м = 17{,}1$ см; длина зазора $\delta = 0{,}22$ см; значение магнитной индукции в магнитопроводе $B_m = 0{,}12 \cdot 10^{-4}$ В·с/см²; размеры окна магнитопровода: высота $h_{ок} = 5$ см; ширина $c_{ок} = 2$ см.

По (4.16) находим

$$P_в = \frac{1}{2\pi} \ln (2\sqrt{b/\delta} + 1) (j\, U_{мm}\, b\, \mu_0)^2 \gamma \delta F_в =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \ln (2\sqrt{2/0{,}22} + 1) (5000 \cdot 210 \cdot 2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-9})^2 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 0{,}22 \cdot 5 = 4{,}76 \text{ Вт},$$

где $U_{м\,m} = B_m \delta / \mu_0 = 1{,}2 \cdot 10^{-5} \cdot 0{,}22/4\pi \cdot 10^{-9} = 210$ А;

$$F_в = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{l}{b} + 1\right) \ln \left[\left(\frac{l}{b} + 1\right) \frac{b^2}{(\delta/2)^2}\right] + \left(\frac{1}{l/b + 1} - 1\right) + \frac{1}{2^2}\left[\left(\frac{1}{l/b + 1}\right)^2 - 1\right] + \ldots = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{8{,}6}{2} + 1\right) \ln \left[\left(\frac{8{,}6}{2} + 1\right) \frac{2^2}{0{,}11^2}\right] + \left(\frac{1}{8{,}6/2 + 1} - 1\right) + \frac{1}{2^2}\left[\left(\frac{1}{8{,}6/2 + 1}\right)^2 - 1\right] + \ldots = 5\,;$$

$$l = l_м/2 = 17{,}1/2 = 8{,}6 \text{ см}.$$

По (4.18)

$$P_{в.з} = k_G^2 P_в = 0{,}75^2 \cdot 4{,}76 = 2{,}67 \text{ Вт},$$

где

$$k_G = \frac{\ln \dfrac{2 h_{ок}}{\delta} + \dfrac{\pi c_{ок}/2}{4 h_{ок}} - \dfrac{3 (c_{ок}/2)^2}{8 h_{ок}}}{\ln \dfrac{4 h_{ок}}{\delta} + \ln 2} = \frac{\ln \dfrac{2 \cdot 5}{0{,}22} + \dfrac{\pi \cdot 1}{4 \cdot 5} - \dfrac{3 \cdot 1}{8 \cdot 5}}{\ln \dfrac{4 \cdot 5}{0{,}21} + \ln 2} = 0{,}75.$$

4.2. Мощность потерь в проводах обмоток

Сопротивление уединенного провода. При переменном токе повышенной частоты в проводах и обмотках выделяется значительно большая мощность, чем при постоянном токе. Разность между мощностью потерь на переменном и постоянном токе называют добавочными потерями. Учитывают их с помощью коэффициента добавочных потерь $k_д$, равного отношению мощности потерь при переменном токе к мощности потерь при постоянном токе:

$$k_д = P_{\sim}/P_{=} = I^2 R_{\sim}/I^2 R_{=} = R_{\sim}/R_{=}, \tag{4.20}$$

действующее значение переменного тока и значение постоянного тока в проводе считают одинаковыми.

В уединенном проводнике переменный ток вследствие поверхностного эффекта вытесняется в периферийные области сечения провода. В результате сечение, по которому протекает ток (эффективное сечение), уменьшается, сопротивление провода и потери в нем возрастают.

Как известно, явление поверхностного эффекта трактуется двояко: как неодинаковое проникновение электромагнитного поля в провод, пластину и т. п. и как вытеснение переменного тока на периферийные области провода вихревыми токами, индуктируемыми в проводе протекающим током. Обе трактовки приводят к правильному результату (хотя теоретически более верной является первая, поскольку электромагнитное поле первично, а ток в проводе вторичен).

Проникая в массивную проводящую пластину, переменное электромагнитное поле распределяется неравномерно по толщине пластины. Плотность тока на любом расстоянии z от поверхности пластины описывают выражением

$$J = J_e^r e^{-z/\lambda} \sin(\omega t - z/\lambda),$$

где $\omega = 2\pi f$, f — частота электромагнитной волны; $\lambda = \sqrt{2/\omega\mu_a\gamma}$; J_e — плотность тока у поверхности пластины. В практических расчетах используют понятие эквивалентной глубины проникновения электромагнитной волны (или, короче, глубины проникновения). Глубина проникновения равна такой толщине проводящей пластины, провода и т. д., на которой плотность тока считается неизменной, причем полный ток в пластине, проводе и т. п. также считается одинаковым. Для достаточно толстой пластины этот ток

$$I = \int_0^\infty J\,dz = \frac{\lambda J_e}{\sqrt{2}} e^{j(\omega t - \pi/4)},$$

а эквивалентная глубина проникновения

$$\lambda = \sqrt{2/\omega\mu_a\gamma}. \tag{4.21}$$

Сопротивление уединенного сплошного провода круглого сечения зависит от соотношения между наружным радиусом провода r_0 и глубиной проникновения электромагнитного поля (которая тем меньше, чем выше частота). При сравнительно низких частотах (при $r_0 < \lambda$) сопротивление единицы длины провода

$$R_\sim = R_= \left[1 + \frac{1}{48}\left(\frac{r_0}{\lambda}\right)^4\right],$$

где $R_= = 1/\pi r_0^2\gamma$ — сопротивление единицы длины провода при постоянном токе. Для высоких частот (при $r_0 > \lambda$)

$$R_\sim \simeq R_0\left(\frac{1}{4} + \frac{r_0}{2\lambda} + \frac{3}{32}\frac{\lambda}{r_0}\right).$$

Соответственно коэффициент добавочных потерь для уединенного провода круглого сечения при $r_0 < \lambda$

$$k_д = 1 + (1/48)(r_0/\lambda)^4, \tag{4.22}$$

при $r_0 > \lambda$

$$k_д = 1/4 + r_0/2\lambda + (3/32)(\lambda/r_0). \tag{4.23}$$

Для уменьшения коэффициента добавочных потерь, особенно на высоких частотах, сплошной провод разделяют на отдельные изолированные друг от друга элементарные проводники (жилки). Это придает проводу большую гибкость. Отдельные жилки скручивают по всей длине провода так, что они последовательно проходят через каждую точку сечения. В этом случае ток распределяется по отдельным элементарным проводникам равномерно. Изоляция отдельных проводников приводит к тому, что сечение провода радиуса r_0 не полностью заполнено медью, а составляет лишь часть общего сечения, характеризующуюся коэффициентом заполнения $k_м$ (обычно в многожильных проводах $k_м = 0{,}5$). При общем числе проводников в проводе N между радиусом жилки (r_s) и радиусом провода (r_0) существует соотношение

$$r_s = r_0\sqrt{k_м/N}.$$

Сопротивление многожильного провода обусловлено мощностью потерь в проводе. Собственный поверхностный эффект учитывается с помощью сопротивления

$$R_1 = \frac{1}{2\pi\gamma}\frac{k_м}{r_s^2} f_2\left(\frac{r_s}{\lambda}\right),$$

где при $r_s < \lambda$

$$f_2\left(\frac{r_s}{\lambda}\right) = \frac{1}{4}\left(\frac{r_s}{\lambda}\right)^4.$$

Потери, связанные с влиянием электромагнитного поля соседних элементарных проводников, учитываются с помощью сопротивления

$$R_2 = \frac{1}{\pi N \gamma r_s^2} f_1\left(\frac{r_s}{\lambda}\right),$$

где

$$f_1\left(\frac{r_s}{\lambda}\right) = 1 + \frac{1}{48}\left(\frac{r_s}{\lambda}\right)^4.$$

Тогда с учетом поверхностного эффекта сопротивление многожильного провода

$$R_{\sim} = R_1 + R_2 = \frac{1}{\pi r_0^2 \gamma k_{\text{м}}}\left[f_1\left(\frac{r_s}{\lambda}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{k_{\text{м}}^2}{2}\left(\frac{r_0}{r_s}\right)^2 f_2\left(\frac{r_s}{\lambda}\right)\right].$$

Так как сопротивление многожильного провода постоянному току

$$R_{=} = \frac{1}{\pi r_0^2 \gamma k_{\text{м}}},$$

то коэффициент добавочных потерь многожильного провода

$$k_{\text{д}} = f_1\left(\frac{r_s}{\lambda}\right) + \frac{k_{\text{м}}^2}{2}\left(\frac{r_0}{r_s}\right)^2 f_2\left(\frac{r_s}{\lambda}\right). \quad (4.24)$$

Пример 4.7. Определить коэффициент добавочных потерь уединенного медного провода диаметром 4 мм при частотах 1 и 40 кГц. Сравнить его в последнем случае с коэффициентом добавочных потерь многожильного провода того же диаметра.

Для $f = 1$ кГц

$$\lambda = \sqrt{2/\omega\mu_a \gamma} = \sqrt{2/2\pi\cdot 10^3\cdot 4\pi\cdot 10^{-9}\cdot 5{,}5\cdot 10^5} = 0{,}215 \text{ см},$$

где $\mu_a = \mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-9}$ Гн/см; γ — удельная проводимость меди; $\gamma = 5{,}5\cdot 10^5$ 1/Ом·см;

$$\frac{r_0}{\lambda} = \frac{0{,}20}{0{,}215} = 0{,}93;\ k_{\text{д}} = 1 + \frac{1}{48}\left(\frac{r_0}{\lambda}\right)^4 = 1 + \frac{1}{48}(0{,}93)^4 = 1{,}016.$$

Для одножильного провода при $f = 40$ кГц

$$\lambda = \sqrt{2/\omega\mu_a \gamma} = \sqrt{2/2\pi\cdot 40\cdot 10^3\cdot 4\pi\cdot 10^{-9}\cdot 5{,}5\cdot 10^5} = 0{,}034 \text{ см};$$

$$\frac{r_0}{\lambda} = \frac{0{,}2}{0{,}034} = 5{,}88;\ k_{\text{д}} = \frac{1}{4} + \frac{r_0}{2\lambda} + \frac{3}{32}\frac{\lambda}{r_0} =$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{0{,}2}{0{,}068} + \frac{3}{32}\frac{0{,}034}{0{,}2} \simeq 3{,}21.$$

Для многожильного провода с числом жилок $N = 400$ при $f = 40$ кГц, коэффициент заполнения $k_{\text{м}} = 0{,}5$. Радиус жилки

$$r_s = r_0\sqrt{\frac{k_{\text{м}}}{N}} = 0{,}2\sqrt{0{,}5/400} \simeq 7\cdot 10^{-3} \text{ см};$$

$$\frac{r_s}{\lambda} = \frac{7\cdot 10^{-3}}{34\cdot 10^{-3}} = 0{,}206, \text{ следовательно, } r_s < \lambda.$$

На основании вышеизложенного

$$f_1\left(\frac{r_s}{\lambda}\right)=1+\frac{1}{48}\left(\frac{r_s}{\lambda}\right)^4\simeq 1;$$

$$f_2\left(\frac{r_s}{\lambda}\right)=\frac{1}{4}\left(\frac{r_s}{\lambda}\right)^4=\frac{1}{4}\,(0,206)^4=0,45\cdot 10^{-3}.$$

В результате

$$k_{\text{д}}=f_1\left(\frac{r_s}{\lambda}\right)+\frac{k_{\text{м}}^2}{2}\left(\frac{r_0}{r_s}\right)^2 f_2\left(\frac{r_s}{\lambda}\right)=1+$$

$$+\frac{0,5^2}{2}\left(\frac{0,2}{7\cdot 10^{-3}}\right)^2\cdot 0,5\cdot 10^{-3}=1,046.$$

Мощность потерь в обмотках ЭЭ с магнитопроводом. В обмотке ЭЭ добавочные потери вызваны: собственным поверхностным эффектом в проводнике; влиянием соседних проводников обмотки (эффектом близости). Причем, если ЭЭ без магнитопровода (чаще это реактор), то магнитное поле обмотки имеет две составляющие: аксиальную H_y и радиальную H_x (рис. 4.17,*а*). Вытеснение тока происходит в двух направлениях: от осевой составляющей поля в радиальном направлении (вдоль оси x), от радиальной составляющей в направлении оси y. Если ЭЭ имеет магнитопровод, то радиальная составляющая поля значительно меньше аксиальной. В практических расчетах считают, что линии магнитного поля в обмотке, намотанной на магнитопроводе, имеют одно направление — вдоль оси y (рис. 4.17,*б*, 4.18), вытеснение тока происходит в радиальном направлении.

Для ЭЭ с магнитопроводом коэффициент добавочных потерь в обмотке, намотанной сплошным проводом прямоугольного сечения при синусоидальном токе,

$$k_{\text{д}}=\varphi(x)+\frac{m^2-1}{2}\,\psi(x), \tag{4.25}$$

где

$$\varphi(x)=x\,\frac{\operatorname{sh}2x+\sin 2x}{\operatorname{ch}2x-\cos 2x}; \tag{4.26}$$

$$\psi(x)=2x\,\frac{\operatorname{sh}x-\sin x}{\operatorname{ch}x+\cos x}; \tag{4.27}$$

$$x=a\sqrt{\omega\mu_{\text{а}}\gamma/2}, \tag{4.28}$$

где a — ширина проводника в радиальном направлении; m — число слоев обмотки (число проводников обмотки в радиальном направлении).

При $0\leqslant x\leqslant 1$, что часто имеет место на практике,

$$k_{\text{д}}\approx 1+(m^2/9)\,x^4. \tag{4.29}$$

При $x\geqslant 4$ гиперболические функции примерно равны и много больше тригонометрических, поэтому

$$k_{\text{д}}=x\left[1+\frac{2(m^2-1)}{3}\right]. \tag{4.30}$$

Для обмотки, намотанной круглым проводом (при $0\leqslant x\leqslant 1$),

$$k_{\text{д}}\approx 1+(m^2/15)\,x^4, \tag{4.31}$$

где $x=d_0\sqrt{\omega\mu_{\text{а}}\gamma/2}$; d_0 — диаметр неизолированного провода.

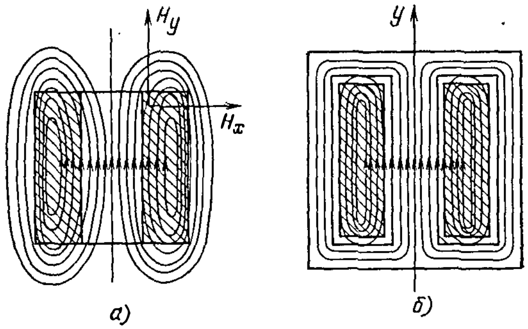


Рис. 4.17. Магнитное поле обмоток реактора:
а — без магнитопровода; *б* — на магнитопроводе

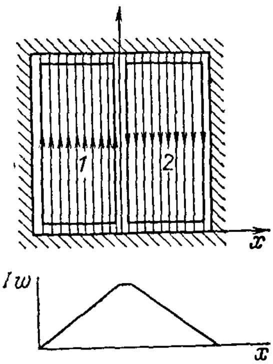


Рис. 4.18. Магнитное поле рассеяния двухобмоточного трансформатора:
1 — первичная обмотка; *2* — вторичная обмотка

При использовании прямоугольного многожильного провода (при $0 < x_s < 1$)

$$k_д = 1 + [(mn_р)^2/9]\,x_s^4\,, \tag{4.32}$$

где $x_s = d_s\sqrt{\omega\mu_a\gamma/2}$; $n_р$ — число жилок в радиальном направлении.

Если многожильный провод круглый, то $n_р \simeq \sqrt{N}$.

Если ток в обмотке представляет собой непрерывную периодическую несинусоидальную функцию, то, разложив ее в гармонический ряд Фурье, можно найти коэффициент добавочных потерь

$$k_д = \frac{\sum I_n k_{дn}}{I^2}\,;\quad n = 1, 2, 3, \ldots, \tag{4.33}$$

где I — действующее значение несинусоидального тока; I_n — действующее значение n-й гармоники тока; $k_{д\,n}$ — коэффициент добавочных потерь при частоте $n\omega$; $\omega = 2\pi/T_и$ — основная гармоника несинусоидального тока; $T_и$ — период несинусоидального тока. Коэффициент добавочных потерь при импульсном (прерывистом) токе рассмотрен ниже.

Мощность потерь в обмотках ЭЭ без магнитопровода. Расчет добавочных потерь в обмотках бе магнитопровода математически сложен. Из наиболее известных исследователей этого вопроса следует отметить Баттерворса, Зоммерфельда, Ламмеранера и Штафля. Удобные для пратического использования результаты получены Баттерворсом Основные из них приведены ниже.

Для однослойных цилиндрических реакторов с не слишком плотной намоткой одножильным круглым проводом

$$k_д = R_\sim/R_= = F + u\,(d_0/c)^2\,G, \tag{4.34}$$

где F и G — коэффициенты, приведенные в табл. 4.6; u — коэффициент, приведенный в табл. 4.7; d_0/c — отношение диаметра неизолированного провода к расстоянию между центрами соседних витков.

В табл. 4.7 обозначено: h — аксиальная длина реактора; D — наружный диаметр реактора (рис. 4.19 и 5.24), u_1 — коэффициент, учитывающий влияние радиальной составляющей поля, u_2 — коэффициент, учитывающий влияние осевой составляющей магнитного поля.

Таблица 4.6

Значения коэффициентов F и G

$x=d_0\sqrt{\omega\mu_a\gamma/2}$	F	G	$x=d_0\sqrt{\omega\mu_a\gamma/2}$	F	G
0,0...0,4	1,000	$x^4/64$	1,6	1,033	0,0863
0,5	1,000	0,00097	1,8	1,052	0,1265
0,6	1,001	0,00202	2,0	1,078	0,1724
0,7	1,001	0,00373	2,5	1,175	0,2949
0,8	1,002	0,00632	3,0	1,318	0,4049
0,9	1,003	0,01006	3,5	1,492	0,4987
1,0	1,005	0,01519	4,0	1,678	0,5842
1,2	1,011	0,03059	4,5	1,863	0,6690
1,4	1,020	0,05410	5,0	2,043	0,7550

Таблица 4.7

Значения коэффициентов u, u_1, u_2

h/D	u_1	u_2	$u=u_1+u_2$	h/D	u_1	u_2	$u=u_1+u_2$
0,0	3,29	0,00	3,29	2	1,11	5,47	6,58
0,2	3,13	0,50	3,63	4	0,51	7,23	7,74
0,4	2,83	1,23	4,06	6	0,31	8,07	8,38
0,6	2,51	1,99	4,50	8	0,21	8,52	8,73
0,8	2,22	2,71	4,93	10	0,17	8,73	8,90
1,0	1,94	3,85	5,29		0,00	9,87	9,87

Для однослойных реакторов с плотной намоткой круглым одножильным проводом

$$k_д = \varepsilon F + (\varepsilon_1 u_1 + \varepsilon_2 u_2)(d_0/c)^2 G, \qquad (4.35)$$

где ε, ε_1, ε_2 зависят от d_0/c и даны в табл. 4.8, остальные обозначения прежние.

В случае применения круглого многожильного провода

$$k_д = F + [K_1 + u(d_0/c)^2](d_s/d_0)^2 N^2 G, \qquad (4.36)$$

Таблица 4.8

Значения коэффициентов ε

$\frac{d_0}{c}$	$x=1$			$x=2$			$x=3$			$x=4$			$x=5$		
	ε	ε_1	ε_2	ε	ε_1	ε_2	ε	ε_1	ε_2	ε	ε_1	ε_2	ε	ε_1	ε_2
,0	1,01	1,02	0,96	1,09	1,34	0,67	1,31	2,29	0,49	1,43	3,61	0,43	1,50	4,91	0,41
,9	1,00	1,02	0,97	1,06	1,29	0,72	1,20	1,99	0,55	1,30	2,75	0,49	1,37	3,39	0,46
0,8	—	1,02	0,98	1,04	1,23	0,78	1,13	1,73	0,62	1,21	2,12	0,55	1,25	2,48	0,53
0,7	—	1,02	0,98	1,02	1,18	0,83	1,08	1,52	0,68	1,12	1,71	0,62	1,15	1,94	0,60
0,6	—	1,01	0,99	1,00	1,13	0,87	1,04	1,36	0,75	1,07	1,51	0,70	1,09	1,60	0,68
0,5	—	1,01	0,99	—	1,09	0,91	1,02	1,24	0,82	1,03	1,32	0,78	1,04	1,37	0,76
0,4	—	1,01	0,99	—	1,06	0,94	1,01	1,14	0,88	1,02	1,19	0,85	1,02	1,22	0,84
0,3	—	1,00	1,00	—	1,04	0,97	1,00	1,06	0,93	1,00	1,10	0,91	1,00	1,11	0,90
0,2	—	—	—	—	1,01	0,99	—	1,03	0,97	—	1,04	0,96	—	1,05	0,96
,1	—	—	—	—	1,00	1,00	—	1,01	0,99	—	1,01	0,99	—	1,01	0,99

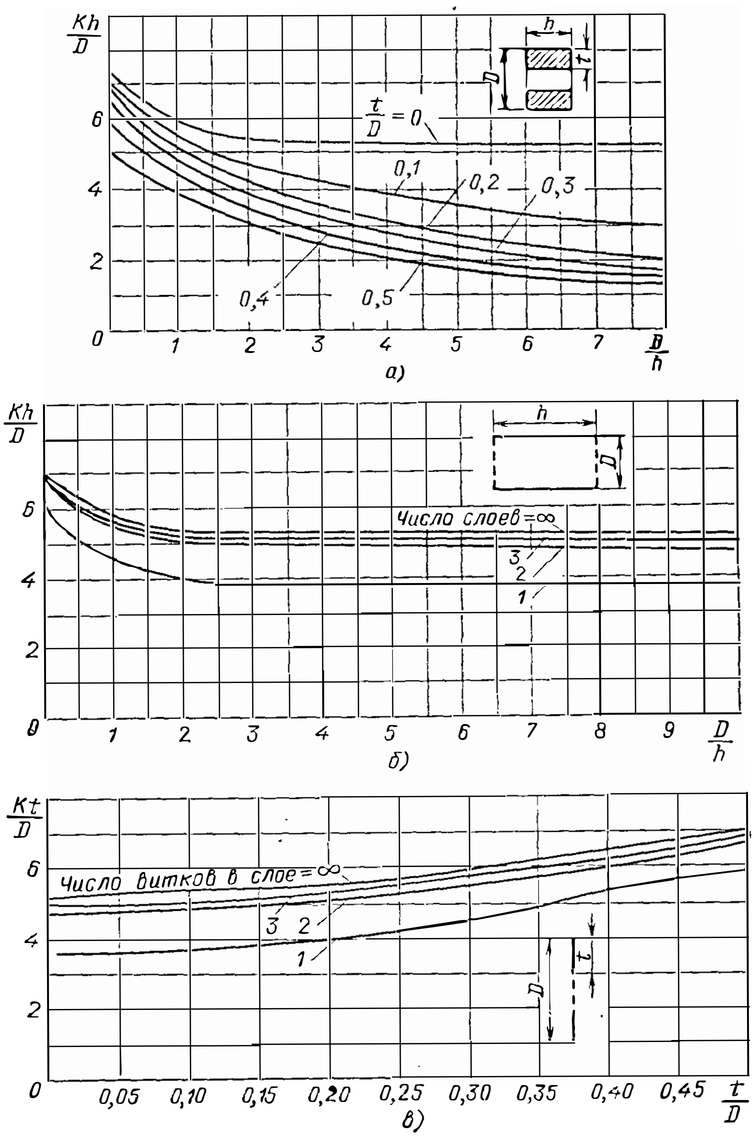


Рис. 4.19. Значения постоянной K для многослойных катушек:

а — катушки со многими слоями и с большим числом витков в слое (от многослойных соленоидов до дисковых катушек с большим числом витков в слое); *б* — соленоиды с большим числом витков и слоями; *в* — многовитковые дисковые (галетные) катушки с малым числом витков в слое

где d_0 — диаметр неизолированного провода; $d_в$ — диаметр одной жилки; N — число жилок; K_l — коэффициент, зависящий от N, приведен в табл. 4.9; F и G — коэффициенты, данные в табл. 4.5 для $x=(d_в/2)\sqrt{\omega\mu_0\gamma}$.

Коэффициент добавочных потерь многослойных реакторов, намотанных одножильным круглым проводом

$$k_Д = F + (1/4)(K\,hm/D)^2(d_0/c)^2 G, \qquad (4.37$$

Таблица 4.9

Значение коэффициента K_1

N	3	9	27	∞
K_1	1,55	1,84	1,92	2

где K — постоянная, зависящая от типа намотки, определяется по кривым рис. 4.19; h — аксиальная длина намотки (см. рис. 4.19,*а*); m — число слоев обмотки.

Для многожильного провода

$$k_д = F + [K_1 + (1/4)(K\,hm/D)^2 (d_0/c)^2](d_s/d_0)^2 N^2 G. \qquad (4.38)$$

Формулы (4.37) и (4.38) применимы ко всем многослойным реакторам от соленоидов (при $h/D \to \infty$) до дисковых катушек (при $D/h \to \infty$). В частном случае однослойного соленоида значение K таково, что (4.37) и (4.38) превращаются в (4.34) и (4.36).

Можно показать, что минимальной массой обладает катушка квадратного сечения, у которой сторона сечения составляет четверть наружного диаметра. Для такой катушки при достаточно плотной намотке $(d_0/c)^2 \simeq 1$; $(Kh/D)^2 = 9$; $m^2 = w$. Эти соотношения при $0 \leqslant x \leqslant 1$ $(x = d_0\sqrt{\omega\mu_a\gamma/2})$ позволяют упростить (4.36). В указанном диапазоне x, обычно имеющем место на практике, $F = 1$, $G = x^4/64$, поэтому

$$k_д = 1 + F_1 S_{пр}^2, \qquad (4.39)$$

где $F_1 = 9wf^2\mu_a^2\gamma^2/64$; f — частота, Гц; w — число витков; $S_{пр}$ — сечение неизолированного провода.

Рассмотрим теперь круглые многожильные провода. Для катушки тех же соотношений геометрических размеров при частотах $f < 22$ кГц $F = 1$; $G = x^4/64$, где $x = (d_s/2)\sqrt{\omega\mu_a\gamma}$; d_s — диаметр жилки (по ГОСТ 16186—74: $d_s = 0{,}051$ см при $f \leqslant 4$ кГц; $d_s = 0{,}031$ см при $f \leqslant 10$ кГц; $d_s = 0{,}023$ см при $f \leqslant 22$ кГц). Так как расстояние между соседними витками $c = h/\sqrt{w}$, то

$$\left(\frac{d_0}{c}\right)^2 = \frac{4S_{пр.из}}{\pi} \Big/ \left(\frac{h}{\sqrt{w}}\right)^2 = \frac{8S_{пр}\,w}{\pi h^2}; \quad \left(\frac{d_s}{d_0}\right)^2 =$$

$$= \frac{d_s^2\pi}{4S_{пр.из}} = \frac{d_s^2\pi}{8S_{пр}}; \quad N = \frac{S_{пр}}{S_s} = \frac{4S_{пр}}{d_s^2\pi},$$

где $S_{пр}$ — площадь сечения неизолированного круглого провода, S_s — площадь сечения жилки. Здесь учитывается тот факт, что в круглых многожильных проводах медь занимает примерно половину общего сечения провода. С учетом сказанного (4.38) имеет вид:

$$k_д = 1 + F_2 S_{пр} + F_3 S_{пр}^2, \qquad (4.40)$$

где

$$F_2 = \frac{d_s^2\pi f^2\mu_a^2\gamma^2}{64}; \quad F_3 = \frac{9w^2 d_s^2 f^2\mu_a^2\gamma}{64h^2}.$$

Пример 4.8. Сравнить коэффициент добавочных потерь, вычисленных для обмотки, намотанной одножильным проводом по формуле (4.37), (4.39) и для обмотки, намотанной многожильным проводом, по формулам (4.38), (4.40). Исходные данные: реактор без магнитопровода, квадратного сечения ($h = b$,

Таблица 4.10

Коэффициент добавочных потерь в одно- и многожильном проводах

Коэффициент добавочных потерь	Провод			
	одножильный круглый		многожильный	
Номер формулы	(4.37)	(4.39)	(4.38)	(4.40)
Значение $k_д$	1,27	1,6	1,02	1,02

рис. 4.19,*а*); $h=3{,}2$ см; $D_{ср}=9{,}6$ см. Частота $f=10^3$ Гц; ток в обмотке $I=10$ А; число витков $w=100$; число слоев $m=10$. Обмотка намотана одножильным круглым проводом сечения $S_{пр}=2{,}987\cdot10^{-2}$ см^2; диаметр провода $d_0=0{,}195$ см; диаметр изолированного провода $d'_0=0{,}204$ см, либо многожильным проводом ЛЭТЛО $(15\times0{,}51)$ сечением $S_{пр}=3{,}06\cdot10^{-2}$ см^2; число жил $N=15$; диаметр жилки $d_s=0{,}051$ см; диаметр изолированного провода $d'_0=0{,}32$ см.

Вычисленные значения $k_д$ приведены в табл. 4.10.

Сравнение показывает, что результаты вычислений $k_д$ по формам Баттеворса и приближенным формулам (4.39), (4.40) весьма близки.

Все рассуждения настоящего параграфа относились к синусоидальному току, при несинусоидальном токе коэффициент добавочных потерь в обмотке можно определить по (4.33).

Потери мощности в ленточном проводнике. Вместо круглого и прямоугольного проводов для обмоток ЭЭ часто используется проводник (медная лента), у которого толщина (*а*) много меньше ширины (*b*). Это позволяет сделать обмотки более компактными и технологичными.

Добавочные потери в обмотках из тонкой ленты на магнитопроводе в основном являются следствием неравномерного распределения тока по высоте обмотки, так как вихревые токи, вызванные поперечным (радиальным) полем рассеяния, концентрируются в торцах ленточного провода. Вихревые токи, вызываемые продольным (осевым) полем рассеяния, практически не влияют на добавочные потери (если толщина проводника много меньше глубины проникновения электромагнитной волны в проводник).

При таком рассмотрении в каждом проводнике обмотки вытеснение тока происходит одинаково (электромагнитное поле проникает в каждый проводник с двух сторон). Плотность тока в тонком ленточном проводе

$$J(y) = \frac{\alpha I \operatorname{ch} \alpha y}{2a \operatorname{sh} \alpha b/2}, \tag{4.41}$$

где $\alpha=j\omega\mu_a\gamma=k^2(1+j)^2$; $k=\sqrt{\pi f\mu_a\gamma}$; $\mu_a\approx\mu_0$; I — действующее значение тока в проводе; μ_0 — магнитная постоянная; j — мнимая единица.

Определим ту часть сечения ленточного проводника, по которой протекает основная доля тока (практически, как это принято в технических расчетах, 90% от общего тока). Поскольку ток вытесняется одновременно к нижней и верхней стороне сечения ленты (рис. 4.20), основная величина сечения будет равна $S_1=2a(b/2-y_0)$. Координату y_0 удобнее находить из условия, что по сечению $2ay_0$ протекает 10% всего тока:

$$2I(y_0) = 2a\int_0^{y_0} J(y)\,dy = I\alpha\int_0^{y_0}\frac{\operatorname{ch}\alpha y}{\operatorname{sh}\alpha b/2}\,dy = I\,\frac{\operatorname{sh}\alpha y_0}{\operatorname{sh}\alpha b/2}.$$

Или

$$|2I(y_0)| = I\sqrt{\frac{\operatorname{sh}^2 ky_0 + \sin^2 ky_0}{\operatorname{sh}^2 kb/2 + \sin^2 kb/2}} = IF(k, y_0, b/2), \tag{4.42}$$

причем по условию $|2I(y_0)|/I=F(k,\ y_0,\ b/2)=0{,}1$. Функция $F(k,\ y_0,\ b/2)$ может быть аппроксимирована следующими простыми выражениями:

$$F\left(k,\ y_0,\ \frac{b}{2}\right)=\begin{cases}\dfrac{y_0}{b/2}\sqrt{\dfrac{1+2\,(ky_0)^4/45}{1+2\,(kb/2)^4/45}}, & kb/2\leqslant 1{,}6;\\ \exp\left[-k\,(b/2-y_0)\right], & kb/2\geqslant 1{,}6.\end{cases} \qquad (4.43)$$

Учитывая, кроме того, то обстоятельство, что в практических случаях $kb/2 \geqslant 1{,}6$, можно пользоваться только второй формулой выражения, а это приводит к следующему простому результату:

$$y_0\approx \frac{kb/2+\ln 0{,}1}{k}=\frac{kb/2-2{,}3}{k}.$$

Тогда искомая степень увеличения сопротивления ленточного проводника, вызванная поверхностным эффектом, может быть определена как отношение действительного сечения ленты (ab) к сечению $S_0=2a(b/2-y_0)$, т. е.

$$k_д=\frac{b/2}{b/2-y_0}=\frac{b}{2}\left(\frac{b}{2}-\frac{kb/2-2{,}3}{k}\right)^{-1}=\frac{kb/2}{2{,}3}=0{,}215\,kb. \qquad (4.44)$$

Мощность потерь в обмотках при импульсных токах.

1. Обмотка на магнитопроводе. Так как пространственная картина распространения электромагнитного поля в обмотке при импульсном токе такая же, как и при синусоидальном, то воспользовавшись свойствами экспоненциальной функции (см. с. 97), можно определить коэффициент добавочных потерь в обмотке с магнитопроводом при токе $i=I_m e^{-\zeta t}$.

Для провода прямоугольного сечения

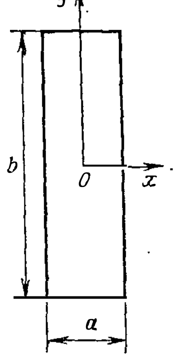
$$k_д=\varphi(x)+\frac{m^2-1}{3}\psi(x), \qquad (4.45)$$

где

$$x=a\sqrt{\mu_0\gamma\zeta}; \qquad (4.46)$$

$$\varphi(x)=x\frac{\operatorname{ch}x}{\operatorname{sh}x}; \qquad (4.47)$$

$$\psi(x)=2x\frac{\operatorname{ch}x-1}{\operatorname{sh}x}. \qquad (4.48)$$



При $0\leqslant x\leqslant 1$

$$k_д=1+\frac{m^2}{3}x^2-\frac{m^2}{36}x^4. \qquad (4.49)$$

Для цилиндрической обмотки из круглого провода при $0\leqslant x\leqslant 1$

$$k_д\approx 1+\frac{m^2}{5}x^2-\frac{m^2}{60}x^4;\quad x=d_0\sqrt{\mu_0\gamma\,\zeta}. \qquad (4.50)$$

Если импульс тока имеет другую форму, то он заменяется эквивалентным экспоненциальным в соответствии с табл. 4.5.

Рис. 4.20. Сечение ленточного проводника

2. Обмотка без магнитопровода. Уравнения, описывающие электромагнитное поле в обмотке, являются функциями трех аргументов (двух пространственных координат и времени t). Точное решение задачи расчета добавочных потерь становится еще более громоздким, чем при синусоидальном воздействии. Поэтому расчет потерь в обмотках без магнитопровода при импульсных токах ведут приближенно, заменяя импульсное воздействие эквивалентным по потерям синусоидальным.

Ранее указывалось, что приближенно импульсное воздействие можно заменить эквивалентным синусоидальным с частотой $f_{э1}=0{,}5t_и$. В [8] достаточно строго показано, что потери мощности в обмотке при импульсном токе прямоугольной формы такие же, как при синусоидальном с частотой $f_{э2}=0{,}4/t_и$. Поэтому для расчета коэффициента добавочных потерь в обмотке без магнитопровода можно воспользоваться формулами (4.34)—(4.40), если вместо частоты f в них подставить значение эквивалентной частоты $f_э$ ($f_{э1}$ или $f_{э2}$, последнее будет точнее). Если импульс тока имеет непрямоугольную форму, то его заменяют эквивалентным прямоугольным в соответствии с табл. 4.4.

Зная величину $k_д$, можно определить мощность потерь в обмотке при импульсном токе за время действия импульса:

$$P_{об.и}=I_и^2\,R_=\,k_д,$$

где $I_и=\sqrt{\dfrac{1}{t_и}\displaystyle\int_0^{t_и} i^2(t)\,dt}$, остальные обозначения прежние.

Мощность потерь в обмотке при импульсном токе за период повторения импульсов

$$P_{об}=I^2\,R_=\,k_д,$$

где $I=\sqrt{\dfrac{1}{T_п}\displaystyle\int_0^{t_и} i^2(t)\,dt}.$

Мощность потерь в обмотке из ленточного провода рассчитывают по формулам предыдущего параграфа при замене импульсного тока эквивалентной синусоидой с частотой $f_э$.

4.3. Потери в диэлектриках

Потери в диэлектриках (изоляции) можно разделить на три вида: диэлектрические, ионизационные и сквозной проводимости. Ионизационные потери обычно присутствуют в высоковольтных устройствах, которые не являются типичными для РЭА.

Переменное электрическое поле в диэлектрике служит причиной возникновения токов смещения. Вследствие периодического изменения поляризации и несовершенства (наличия проводимости) диэлектрической среды в последней выделяется тепло, на что затрачивается определенная доля энергии. При этом чем выше частота и напряженность электрического поля, тем сильнее растут потери. Диэлектрические потери и потери сквозной проводимости в элементарном объеме на переменном напряжении определяют по следующему общеизвестному выражению:

$$d\,P_д=2\pi f\,\varepsilon_а\,\mathrm{tg}\,\delta\,E^2\,dV_д,$$

где $\varepsilon_а$ — абсолютная диэлектрическая проницаемость изоляции; f — частота; $\mathrm{tg}\,\delta$ — тангенс угла диэлектрических потерь (табл. 4.11); E — напряженность электрического поля; $dV_д$ — элемент активного объема изоляции.

Вообще говоря, $\mathrm{tg}\,\delta$ и $\varepsilon_а$ зависят от температуры. Поэтому при необходимости учета температурного изменения этих величин производят тепловой расчет устройства и затем полученный результат уточняют по методу последовательных приближений.

Таблица 4.11

Значение тангенса угла диэлектрических потерь для различных материалов

Материал	$\operatorname{tg}\delta\cdot10^2$	
	$f=50$ Гц	$f=10^6$ Гц
Бакелит	5...12	—
Битумы	0,5	—
Бумага	2	—
Винипласт	0,1...0,5	—
Гетинакс	12...18	3...5
Карболит	5	—
Лавсан	0,2...0,6	—
Лакоткань:		
стеклянная	0,5...0,6	—
хлопчатобумажная	8...10	—
шелковая	3...8	—
Полиамидная смола	3,5	—
Оргстекло	2...6	—
Полистирол	0,02...0,03	0,01...0,08
Полиуретан	1,2...1,8	—
Полихлорвинил	1,0...10	—
Полиэтилен	0,03...0,06	0,02...0,03
Совол	0,02	—
Слюда	0,01	—
Стекло	0,6...1,0	—
Текстолит	6...19	5...7
Трансформаторное масло	0,02	—
Фарфор	1,7	—
Фторопласт	0,01...0,03	—
Шеллак	0,9	—
Эбонит	0,2...0,6	—
Электрокартон	0,2	—
Эмаль	2...5	—
Эпоксидный компаунд:		
заливочный	0,4...0,8	8
пропиточный	0,3	3

Полные потери в определенном объеме диэлектрика

$$P_{д} = 2\pi f \operatorname{tg}\delta\, \varepsilon_a \int_{V_{д}} E^2 dV_{д}. \qquad (4.51)$$

Учитывая, что $\varepsilon_a E^2 = dW_{д}$ ($dW_{д}$ — энергия электрического поля, сосредоточенная в объеме $dV_{д}$), получим

$$P_{д} = 2\pi f \operatorname{tg}\delta\, W_{д},$$

где $W_{д}$ — полная энергия электрического поля в объеме диэлектрика, которая может быть выражена через емкость системы, а именно:

$$P_{д} = 2\pi f \operatorname{tg}\delta\, CU^2. \qquad (4.52)$$

Здесь U — действующее значение напряжения, приложенного к рассматриваемому объему.

Следует отметить, что при неоднородном поле, которое наблюдается в обмотках, где электроды имеют малый радиус кривизны, возможно появление местных перегревов, приводящих к ускоренному старению изоляции.

Пример 4.9. На металлический стержень диаметром $2R_1 = d = 0{,}4$ см и длиной $l = 100$ см плотно одета диэлектрическая полихлорвиниловая ($\varepsilon_r = 4{,}7$;

$\operatorname{tg}\delta=0{,}1$) труба с наружным диаметром $2R_2=4$ см и длиной $l=100$ см (полученная система образует цилиндрический конденсатор). Найти потери в диэлектрике, если его теплопроводность $\lambda=0{,}44\cdot10^{-2}$ Вт/см·град, коэффициент теплоотдачи с поверхности системы $\alpha=1{,}2\cdot10^{-3}$ Вт/см²·град, напряжение между внешним и внутренним электродами $U=4\cdot10^3$ В частотой $f=20$ кГц.

Для вычисления потерь используем (4.52). Как известно, емкость цилиндрического конденсатора

$$C=2\pi\varepsilon_a\, l/\ln(R_2/R_1)=1{,}14\cdot10^{-10}\ \text{Ф},$$

потери в диэлектрике

$$P_д=2\pi f\operatorname{tg}\delta\, CU^2=23\ \text{Вт}.$$

Напряженность электрического поля цилиндрического конденсатора

$$E=\frac{U}{r\ln R_2/R_1}=\frac{4000}{r\ln 10}=\frac{1738}{r},$$

где r — расстояние от оси конденсатора до фиксированной точки в изоляции.

Определим потери по точной формуле (4.51):

$$P=2\pi f\operatorname{tg}\delta\varepsilon_a\int\limits_{R_1}^{R_2}E^2\, l\, 2\pi\rho\, d\rho=2\pi f\operatorname{tg}\delta\varepsilon_a\, l\, 2\pi\,(1738)^2\ln R_2/R_1=23{,}5\ \text{Вт}.$$

Оценим температуру перегрева данного конденсатора. Так как все потери сосредоточены у центрального стержня в силу резко неоднородного электрического поля, то источник тепла по отношению к тепловому сопротивлению допустимо считать внешним. Действительно, отношение потерь вблизи центрального стержня ($r=R_1$) к потерям у поверхности ($r=R_2$) равно

$$\frac{P_{r=R_1}}{P_{r=R_2}}=\left|\frac{E_{r=R_1}}{E_{r=R_2}}\right|^2=100.$$

Тепловое сопротивление цилиндрического диэлектрика

$$R_{T1}=\frac{1}{2\pi\lambda l}\ln\frac{R_2}{R_1}=0{,}83^\circ\ \text{С/Вт}.$$

Тепловое сопротивление на границе «окружающая среда — поверхность системы»

$$R_{T2}=\frac{1}{\alpha S_{п.о}}=\frac{1}{\alpha\, 2\pi R_2\, l}=0{,}66^\circ\ \text{С/Вт}.$$

Перегрев

$$\Delta T=P_д/(R_{T1}+R_{T2})\simeq16^\circ\ \text{С}.$$

Можно учесть изменение величин ε_r и $\operatorname{tg}\delta$ при увеличении температуры на 16° С. В этих условиях $\varepsilon'_r=5{,}2$, $\operatorname{tg}\delta=0{,}1$. Поэтому потери возрастут на 17% ($\varepsilon'_r/\varepsilon_r=1{,}7$), т. е. $P'_д\simeq27{,}5$ Вт. Тогда $\Delta T'=18{,}7^\circ$ С. Это малое увеличение перегрева не скажется на изменении ε_r и $\operatorname{tg}\delta$. Следовательно, перегрев $18{,}7^\circ$ С можно считать установившимся. Если к диэлектрику приложено постоянное напряжение U_0, то потери сквозной проводимости

$$P_д=E_0^2\, V_д/\rho,$$

где E_0 — напряженность постоянного электрического поля; $V_д$ — объем диэлектрика; ρ — удельное объемное сопротивление изоляции.

5. Расчет трансформаторов и реакторов

5.1. Эквивалентная схема трансформатора

Простейший трансформатор состоит из двух обмоток, намотанных на магнитопровод. Первичную подключают к источнику напряжения (в главе рассматривается трансформатор, работающий при заданном напряжении), а вторичную — к нагрузке (рис. 5.1). Согласно принципу Ленца включение обмоток трансформатора встречное. По схеме рис. 5.1 можно составить уравнения

$$u_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}; \qquad (5.1)$$

$$0 = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} + u_2. \qquad (5.2)$$

Представим их в виде

$$u_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - nM \frac{di_2}{dt} \frac{1}{n};$$

$$0 = n^2 R_2 \frac{i_2}{n} + n^2 L_2 \frac{di_2}{dt} \frac{1}{n} - nM \frac{di_1}{dt} + nu_2,$$

где $n = w_1/w_2$ — коэффициент трансформации; $i_2/n = i'_2$, $u_2 n = u'_2$, $R_2 n^2 = R'_2$, $L_2 n^2 = L'_2$ — параметры трансформатора, приведенные по виткам к первичной обмотке. Тогда

$$u_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - nM \frac{di'_2}{dt}; \qquad (5.3)$$

$$0 = R'_2 i'_2 + L_2 \frac{di'_2}{dt} - nM \frac{di_1}{dt} + u'_2. \qquad (5.4)$$

Если к правой части уравнения (5.3) прибавить слагаемое $nM \frac{di_1}{dt} - nM \frac{di_1}{dt}$

а к уравнению (5.4) слагаемое $nM \frac{di'_2}{dt} - nM \frac{di'_2}{dt}$ получим

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= R_1 i_1 + (L_1 - nM) \frac{di_1}{dt} + nM \frac{d}{dt} \left(i_1 - i'_2\right); \\ 0 &= R'_2 i'_2 + \left(L'_2 - nM\right) \frac{di'_2}{dt} + nM \frac{d}{dt} \left(i'_2 - i_1\right) + u'_2. \end{aligned}\right\} \qquad (5.5)$$

Уравнениям (5.5) соответствует эквивалентная схема, изображенная на рис. 5.2, называемая схемой замещения воздушного трансформатора (в схеме не учтены явления в магнитопроводе). Сопротивления R_1, R'_2 учитывают мощность потерь в проводах обмоток, их значения вычисляют с учетом поверхностного эффекта. Величину $L_1 - nM = L_{s1}$ называют индуктивностью рассеяния первич-

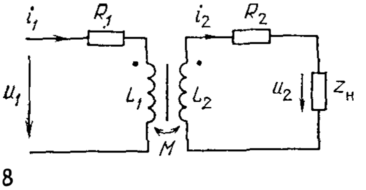


Рис. 5.1. Схема двухобмоточного трансформатора:

R_1, L_1 — активное сопротивление и индуктивность первичной обмотки: R_2, L_2 — то же вторичной обмотки; M — коэффициент взаимной индукции; $z_н$ — сопротивление нагрузки

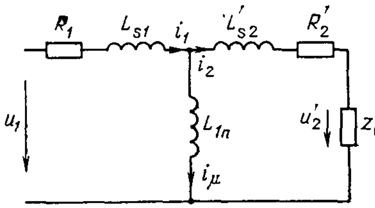


Рис. 5.2. Эквивалентная схема трансформатора без учета явлений в магнитопроводе: $i_\mu = i_1 - i'_2$ — ток намагничивания

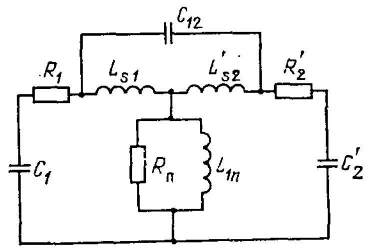


Рис. 5.3. Эквивалентная схема трансформатора с учетом емкостных связей

ной обмотки; $L'_2 - nM = L'_{s2}$ — индуктивностью рассеяния вторичной обмотки, приведенной по виткам к первичной обмотке; $nM = L_{1n} = L_1 - L_{s1}$ — индуктивностью намагничивания.

На электромагнитные процессы в трансформаторе значительное влияние оказывает его индуктивность рассеяния. Чтобы оценить это влияние, рассмотрим энергетические процессы в трансформаторе. Умножим (5.1) на i_1, а (5.2) на i_2, результаты сложим. Тогда

$$u_1 i_1 = R_1 i_1^2 + R_2 i_2^2 + u_2 i_2 + L_1 i_1 \frac{di_1}{dt} + L_2 i_2 \frac{di_2}{dt} - $$

$$- M i_1 \frac{di_2}{dt} - M i_2 \frac{di_1}{dt}$$

или

$$p_1 = R_1 i_1^2 + R_2 i_2^2 + p_2 + dW_M/dt, \tag{5.6}$$

где $W_м = L_1 i^2_1/2 + L_2 i^2_2/2 - M i_1 i_2$ — энергия магнитного поля, запасаемая в любой момент времени в обмотках трансформатора.

Трансформатор, в котором $R_1 = 0$, $R_2 = 0$, $L_{s1} = 0$, $L_{s2} = 0$, называют идеальным. Для него $L_1 = L_2 n^2$, $i_1 = i_2/n$, $M = \sqrt{L_1 L_2} = L_1/n$. Подставив эти значения в выражение для $W_м$, получим

$$W_M = L_1 \frac{i_1^2}{2} + \frac{L_1}{n^2} \frac{(i_1 n)^2}{2} - \frac{L_1}{n} i_1 \cdot i_1 n = 0,$$

Таким образом, в идеальном трансформаторе энергия магнитного поля в любой момент времени равна нулю. Равна нулю она и в каждой из обмоток:

$$W_{M1} = L_1 \frac{i_1^2}{2} - M \frac{i_1 i_2}{2} = 0; \quad W_{M2} = L_2 \frac{i_2^2}{2} - M \frac{i_1 i_2}{2} = 0.$$

Мгновенная мощность подводимая к первичной обмотке трансформатора, передается во вторичную ($p_1 = p_2$). В неидеальном трансформаторе мгновенная мощность (p_1) согласно (5.6) не только передается нагрузке (p_2), но также частично теряется в проводах первичной и вторичной обмоток ($R_1 i^2_1$ и $R_2 i^2_2$) и идет на изменение энергии магнитного поля $W_м$. В неидеальном трансформаторе ($L_{s1} \neq 0$, $L_{s2} \neq 0$, $W_м \neq 0$) энергия магнитного поля запасается в индуктивностях рассеяния, причем $W_{м1} = W_{Ls1}$, $W_{м2} = W_{Ls2}$. Тем самым получен весьма важный вывод: энергия магнитного поля в трансформаторе обусловлена только его индуктивностями рассеяния. Поэтому все процессы, связанные с выходом запасенной в трансформаторе энергии (в переходных режимах, при воздействии импульсных напряжений), вызваны индуктивностями рассеяния обмоток трансформатора.

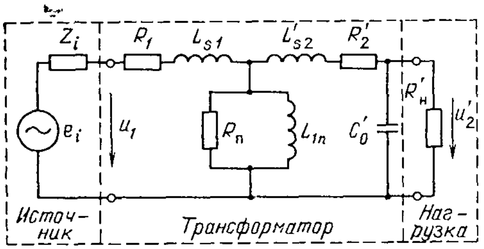


Рис. 5.4. Полная эквивалентная схема трансформатора с учетом параметров источника и нагрузки

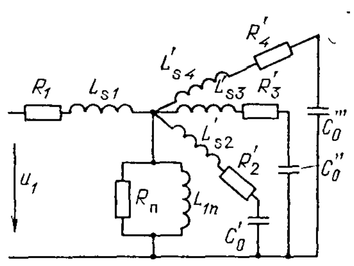


Рис. 5.5. Эквивалентная схема многообмоточного трансформатора

Кроме индуктивных связей в трансформаторе существуют еще емкостные: емкость первичной обмотки относительно магнитопровода C_1; емкость вторичной обмотки, приведенная к первичным виткам, C'_2; емкость между обмотками C_{12}. С учетом емкостных связей эквивалентиая схема трансформатора изображена на рис. 5.3. Там же добавлено сопротивление $R_п$, подключенное параллельно индуктивности L_{1n} и учитывающее вместе с L_{1n} явления в магнитопроводе: индуктивность L_{1n} учитывает намагничивание магнитопровода, сопротивление $R_п$ — потери мощности в магнитопроводе.

Параметры L_{1n} и $R_п$ влияют также и на КПД трансформатора. Если $\omega L_{1n}/z'_н \geqslant 5 \ldots 10$ (где $z'_н$ — приведенное к первичным виткам сопротивление нагрузки, $z'_н = z_н n^2$) и $R_п > \omega L_{1n}$, то влияние параметров L_{1n}, $R_п$ на КПД незначительно, т. е. можно считать, что $i_1 \approx i_2$, $i_\mu = 0$ (см. рис. 5.2). На КПД влияет также индуктивность рассеяния. Можно показать, что ее влияние незначительно, если $\omega_{Ls} = \omega(L_{s1} + L'_{s2}) \leqslant z'_н/3$. Таким образом выражения

$$\left.\begin{aligned} \omega L_{1n}/z'_н &\geqslant 5 \ldots 10, \\ \omega\left(L_{s1} + L'_{s2}\right) &\leqslant z'_н/3. \end{aligned}\right\} \tag{5.7}$$

являются ограничениями, на которые нужно проверять параметры трансформатора при его расчете.

Согласно материалу, изложенному в гл. 3, емкости обмоток C_1, C'_2, C_{12} можно привести к одной эквивалентной емкости C'_0, включенной параллельно нагрузке $z'_н$. С учетом параметров источника схему замещения можно представить в виде, изображенном на рис. 5.4. Если трансформатор содержит не одну, а несколько вторичных обмоток, его схема замещения изобразится согласно рис. 5.5.

5.2. Электромагнитные нагрузки трансформаторов РЭА

Исходными данными для расчета трансформатора являются: мощность трансформатора, напряжение и частота питающей сети, число обмоток и их коэффициент трансформации, температура окружающей среды, допустимый перегрев. В результате расчета должны быть определены геометрические размеры магнитопровода и магнитный материал, из которого он будет изготовлен, параметры обмоток (марки и сечения проводов), а также КПД трансформатора и ток холостого хода первичной обмотки.

Расчет трансформаторов по указанным исходным данным представляет собой весьма сложную математическую задачу, допускающую большое количество различных решений. Важно, чтобы трансформатор не только соответствовал исходным данным, но обладал бы при этом минимально возможными массой и габаритами. Приближенно мощность трансформатора можно оценить с помощью выражения

$$P = Kfk_{\text{м}}\, k_{\text{с}}\, B_m\, JS_{\text{ок}}\, S_{\text{м}},$$

где K — коэффициент пропорциональности; f — частота; $k_{\text{м}}$ — коэффициент заполнения окна магнитопровода активным материалом (медью); $k_{\text{с}}$ — коэффициент заполнения сечения магнитопровода магнитным материалом (сталью); B_m — максимальное значение магнитной индукции в магнитопроводе; J — плотность тока в обмотке; $S_{\text{ок}}$ — площадь окна магнитопровода; $S_{\text{м}}$ — сечение магнитопровода.

Из этого выражения следует, что для получения максимальной мощности при заданной конструкции необходимо, по возможности, иметь наибольшие значения коэффициентов заполнения, индукции и плотности тока. Таким образом, для улучшения массогабаритных показателей трансформатора нужно увеличивать его электромагнитные нагрузки — магнитную индукцию в магнитопроводе и плотность тока в обмотках. Однако с увеличением магнитной индукции увеличиваются потери мощности в магнитопроводе, а с увеличением плотности тока растут потери в обмотках. Обе эти причины могут вызвать перегрев трансформатора, превышающий допустимый. Известно, что с уменьшением геометрических размеров трансформатора его поверхность охлаждения уменьшается медленнее, чем объем и пропорциональное объему количество выделяемого в трансформаторе тепла. Поэтому для сохранения температуры обмотки неизменной при уменьшении мощности трансформатора (а следовательно, уменьшении его размеров) увеличивают до определенных пределов расчетные значения магнитной индукции и плотности тока.

Для правильного выбора значений магнитной индукции и плотности тока приведенных выше качественных соотношений недостаточно. Необходимы количественные соотношения. Существуют различные пути для определения электромагнитных нагрузок.

1. Аналитические методы, основанные на отыскании зависимостей $B_m(P)$ и $J(P)$. Точность таких методов невелика, так как при выводе зависимостей необходимо принимать ряд упрощающих допущений. По этой причине чисто аналитические методы на практике почти не используются.

2. Экспериментальные методы, основанные на результатах испытаний серий трансформаторов нормализованных рядов магнитопроводов. Полученные в результате этих испытаний данные обычно приводят в виде таблиц или графиков зависимостей $B_m(P)$ и $J(P)$ (табл. 5.1, 5.2).

Приведенные в табл. 5.1, 5.2 значения B_m и J можно использовать как рекомендуемые для трансформаторов не более чем с двумя вторичными обмотками (ΣP_2 — сумма мощностей вторичных обмоток) при напряжении не более 500 В. При большем числе обмоток и бóльших напряжениях значение индукции B_m уменьшается примерно на 10%, плотность тока уменьшается примерно на 5% (для $\Sigma P_2 \leqslant 100$ В·А) и на 10% (для $\Sigma P_2 > 100$ В·А). Плотность тока во вторичных обмотках обычно принимают на 15...30% больше плотности тока в первичной обмотке (указанной в табл. 5.2), если поверхность вторичной обмотки непосредственно соприкасается с окружающей средой (и поэтому лучше охлаждается).

Использование табл. 5.1, 5.2 удобно для расчета трансформаторов РЭА, хотя значения B_m и J приведены лишь для частот 50 и 400 Гц и магнитных материалов ограниченного сортамента. В настоящее время применяемые в РЭА трансформаторы работают на различных частотах вплоть до сверхзвукового диапазона, форма воздействующего на первичную обмотку напряжения весьма разнообразна, число используемых магнитных материалов достигает сотни. Это делает невозможным экспериментальное исследование такого количества различных типов трансформаторов. Для определения электромагнитных нагрузок B_m и J трансформаторов РЭА рекомендуется третий (комбинированный) способ — аналитическое исследование, дополненное экспериментальными данными. Связь между объемом магнитопровода и электромагнитными параметрами трансформатора устанавливают с помощью критериев подобия. Численные значения критериев вычисляют на основе экспериментальных данных —

Таблица 5.1

Зависимость магнитной индукции от мощности трансформатора

Конструкция магнитопровода	Марка стали, толщина, мм	Частота, Гц	Магнитная индукция B_m, Тл, при ΣP_2, В·А					
			5...15	15...50	50...150	150...300	300...1000	1000...2500
Броневая (пластинчатая)	Э42, $\Delta = 0{,}35$	50	1,1...1,3	1,3	1,35...1,3	1,35	1,2...1,35	—
Броневая (ленточная)	Э310, $\Delta = 0{,}35$	50	1,55	1,65	1,65	1,65	1,65	—
Стержневая (ленточная)	Э310, $\Delta = 0{,}35$	50	1,5...1,6	1,6	1,7	1,7	1,7	1,7
Броневая (пластинчатая)	Э44, $\Delta = 0{,}2$	400	1,1	1,2	1,2...1,15	1,15...1,0	1,0...0,8	0,8...0,65
Броневая (ленточная)	Э340, $\Delta = 0{,}15$	400	1,4	1,4	1,4	1,4	1,3	—
Стержневая (ленточная)	Э340, $\Delta = 0{,}15$	400	1,6	1,6	1,6...1,5	1,5...1,3	1,3...0,96	0,96...0,8

Таблица 5.2

Зависимость плотности тока от мощности трансформатора

Конструкция магнитопровода	Марка стали, толщина, мм	Частота, Гц	Плотность тока J, А/мм², при ΣP_2, В·А					
			5...15	15...50	50...150	150...300	300...1000	1000...2500
Броневая (пластинчатая)	Э42, $\Delta = 0{,}35$	50	3,9...3,0	3,0...2,4	2,4...2,0	2,0...1,7	1,7...1,4	—
Броневая (ленточная)	Э310, $\Delta = 0{,}35$	50	3,8...3,5	3,5...2,7	2,7...2,4	2,4...2,3	2,3...1,8	—
Стержневая (ленточная)	Э310, $\Delta = 0{,}35$	50	[illegible]7...5,2	5,2...3,8	3,8...3,0	3,0...2,4	2,4...1,7	1,7...1,4
Броневая (пластинчатая)	Э44, $\Delta = 0{,}2$	400	6,0	5,5...5,0	5,0...4,0	4,0...2,8	2,8...1,6	1,6...1,1
Броневая (ленточная)	Э340, $\Delta = 0{,}15$	400	7,8...9,4	9,4...6,5	6,5...4,0	4,0...2,7	2,7...1,5	—
Стержневая (ленточная)	Э340, $\Delta = 0{,}15$	400	11...9,6	9,6...5,6	5,6...3,5	3,5...2,8	2,8...1,8	1,8...1,4

параметров изготовленных уже трансформаторов одного класса (одной мощности), Выбор магнитной индукции (§ 5.3) производят на основе критериев подобия, аналитического исследования потерь мощности в магнитопроводе при различных форме, значении и частоте приложенного напряжения (см. гл. 4). Плотность тока, сечение и марку провода (§ 5.4) выбирают на основе аналитического исследования влияния поверхностного эффекта в проводах на мощность потерь в проводах обмотки (см. гл. 4).

Выбор оптимальных значений магнитной индукции и плотности тока наряду с оптимальным выбором магнитного материала магнитопровода (см. § 1.4) позволяет получить трансформатор с минимальными массой и габаритами, максимальными КПД и минимальным током холостого хода. Действительно, при оптимальных значениях B_m и J потери мощности в магнитопроводе и в обмотках минимальны, следовательно, КПД максимален. Оптимальный магнитный материал для трансформатора означает, что материал обладает максимальной магнитной проницаемостью и минимальными потерями мощности. Для эквивалентной схемы трансформатора (см. рис. 5.4) это означает, что L_{1n} максимально; $R_п$, учитывающее потери в магнитопроводе также максимально, следовательно, при заданном первичном напряжении ток i_μ минимален. Величина тока холостого хода (i_μ) влияет на коэффициент мощности трансформатора и потребление им реактивной мощности.

5.3. Электромагнитные и геометрические соотношения в трансформаторах. Оптимальное значение магнитной индукции в магнитопроводе

Трансформаторы одного класса, например малой и средней мощности (до 4 кВт) с естественным охлаждением, при невысоких напряжениях (до 1000 В) обладают общими признаками, определенными соотношениями, устанавливающими связь геометрических параметров (например, объема трансформатора) с электромагнитнымии тепловыми параметрами: мощностью, частотой воздействующего напряжения, перегревом. Эти соотношения получены с помощью теории подобия (теории размерностей), которая позволяет составить систему безразмерных критериальных зависимостей, характеризующих условия подобия процессов в трансформаторах.

Основные характеристики трансформатора следующие: $V_м$ — объем магнитопровода, см^3; P — мощность, Вт; f — частота, Гц; ΔT — температура перегрева, °С; B_m — амплитуда магнитной индукции, В·с/см^2; $\mu_а$ — абсолютная магнитная проницаемость магнитопровода, В·с/А·см; ρ — удельное электрическое сопротивление обмотки, Ом·см; A — коэффициент, учитывающий свойства материала магнитопровода (см. гл. 4), А·см/В·с$^{1/2}$; α — коэффициент теплоотдачи, Вт/см^2·°С. Всего основных параметров трансформатора девять (n), а число основных размерностей k пять (см. °С, В, А, с). В соответствии с π-теоремой теории размерностей число критериев подобия должно быть равно ($n—k$) четырем. Их значения можно определить по формулам [8]:

$$\Pi_1 = \frac{1}{A\mu_а\sqrt{f}}; \quad \Pi_2 = \frac{P\mu_а}{V_м B_m^2 f}; \quad \Pi_3 = \frac{\alpha\Delta T V_м^{2/3}}{P};$$

$$\Pi_4 = \frac{V_м^{2/3} k_м \mu_а f}{\rho}; \tag{5.8}$$

$k_м$ — коэффициент заполнения окна магнитопровода активным материалом.

Решить вопрос об оптимальности системы (трансформатора), пользуясь вариацией четырех критериев, достаточно сложно. Поэтому введены критериальные комплексы, которые, в свою очередь, также являются критериями подобия:

$$T_1 = 1/\Pi_3\sqrt{\Pi_1\Pi_4}; \quad T_2 = T_1/\Pi_2.$$

Таблица 5.3

Значение критериев подобия для трансформаторов

Данные трансформатора		$П_1 \cdot 10^9$	$П_2$	$П_3$	$П_4 \cdot 10^{-5}$	T_1	$T_2 \cdot 10^2$
ПЛ 12,5×16-25	$P=16$ Вт, $V_м=23$ см³	8	55	25	7,2	0,53	1,0
ПЛ 12,5×25-30	$P=39$ Вт, $V_м=39$ см³	8	67	14	11	0,76	1,12
ПЛ 20×40-50	$P=180$ Вт, $V_м=153$ см³	8	79	8	36	0,74	0,92
ОЛ 25×40-10	$P=6,1$ Вт, $V_м=6,9$ см³	8	67	30	32	0,66	1,0
ОЛ 80/128-40	РЭ440 Вт, $V_м$ 280 см³	8	88	5	54	0,96	1,1
ШЛ 16×16	$P=24$ Вт, $V_м=31$ см³	8	54	20	10	0,56	1,02
ШЛ 40×80	$P=1200$ Вт, $V_м=10^3$ см³	8	80	4,2	165	0,67	0,89

Используя выражения (5.8), находим

$$T_1=\sqrt{\frac{A}{k_м}\frac{P}{\Delta T f^{1/4} V_м}\frac{\rho^{1/2}}{\alpha}}\,;\quad T_2=\sqrt{\frac{A}{k_м}\frac{f^{3/4} B_m^2}{\mu_а \Delta T}\frac{\rho^{1/2}}{\alpha}}\,. \qquad (5.9)$$

В табл. 5.3 приведены значения критериев подобия для оптимальных (т. е. обладающих минимальной массой и наибольшим КПД) трансформаторов различной мощности при частоте 50 Гц, перегреве 50° С.

Из табл. 5.3 видно, что независимо от мощности и габаритов трансформатора разброс значений критериев подобия T_1 и T_2 невелик и позволяет выбрать средние значения. Это дает возможность утверждать, что при других частотах, перегревах и выбранных магнитных материалах значение критериев подобия T_1 и T_2 для трансформаторов РЭА (в пределах указанных выше ограничений по исходным данным), останутся примерно теми же. Тем более, что значения критериев нужны лишь для предварительного выбора объема магнитопровода, в процессе дальнейшего расчета трансформатора он уточняется. В соответствии с табл. 5.3 для трансформаторов РЭА критерии подобия $T_2 \approx 0{,}01$, $T_1 \approx 0{,}5 \ldots 0{,}9$. Для расчетов принято $T_1=0{,}7$. С учетом значений $\rho=1{,}7\cdot 10^{-6}$ Ом·см (для медного провода), $\alpha=1{,}2\cdot 10^{-3}$ Вт/см²·°С (для естественного охлаждения) получим

$$T_1 \approx 0{,}7 \simeq \sqrt{\frac{A}{k_м}\frac{1{,}1\,P}{\Delta T f^{1/4} V_м}}\,;\quad T_2 \simeq 0{,}1 \simeq \sqrt{\frac{A}{k_м}\frac{1{,}1\,f^{3/4} B_m^2}{\mu_а \Delta T}}\,. \qquad (5.10)$$

Выражения (5.10) позволяют по заданным исходным даниым определить основные расчетные величины: объем магнитопровода и амплитуду магнитной индукции. Так как в выражение для T_2 входит величина магнитной проницаемости, а при нелинейной вебер-амперной характеристике магнитного материала значение $\mu_а$ заранее неизвестно, то B_m определяют из других соображений. Объем магнитопровода трансформатора с учетом добавочных потерь в обмотке

$$V_м \simeq 1{,}5\sqrt{\frac{A k_д k_T}{k_м}\frac{P}{f^{1/4}\Delta T}}\,. \qquad (5.11)$$

По данным магнитопроводов, приведенным в ГОСТах, составлены приближенные соотношения между основными геометрическими параметрами магнитопроводов и обмоток для трансформаторов с минимальными массогабаритными показателями:

$$S_м S_{ок}/l_м l_{об} = 8{,}5\cdot 10^{-3}\, V_м^{2/3}; \tag{5.12}$$

$$S_м S_{ок} = 0{,}13\, V_м^{4/3}; \tag{5.13}$$

$$c_{ок} = 0{,}52\, V_м^{1/3}; \tag{5.14}$$

$$V_{об} \approx 2V_м; \quad V_{тр} = V_{об} + V_м \approx 3V_м \tag{5.15}$$

(в (5.15) принято, что $V_{об}/V_м = 2$, что справедливо для малых типоразмеров магнитопроводов. Если это не соблюдается, то $V_{об} = nV_м$);

$$S_{охл} \approx 13\, V_м^{2/3}, \tag{5.16}$$

где $S_м$; $S_{ок}$ — сечение магнитопровода и площадь его окна соответственно; $l_м$; $l_{об}$ — длина средней линии магнитопровода и среднего витка обмотки соответственно; $C_{ок}$ — ширина окна магнитопровода; $V_{об}$ — объем обмотки; $S_{охл}$ — поверхность охлаждения трансформатора (все размеры в см). Соотношения (5.12)—(5.16) справедливы для Ш, ШЛ, П, ПЛ магнитопроводов нормального исполнения. Критерий подобия T_1 (5.9) связывает мощность трансформатора с объемом его магнитопровода, а с учетом (5.15) — с объемом всего трансформатора. Чем меньше мощность потерь, тем меньше объем магнитопровода $V_м$. Определим значение магнитной индукции B_m, соответствующее минимуму мощности потерь. Потери в магнитопроводе $P_м$ и обмотках $P_{об}$ с учетом сказанного в гл. 4 мощно определить по формулам

$$P_м = Af^{3/2}\, B_m^2\, V_м; \quad P_{об} = 2\rho \frac{w_1 l_{об}}{S_{пр}} I^2 k_д k_T\,,$$

где I — действующее значение тока в первичной обмотке; w_1 — число витков первичной обмотки; $k_T = 1 + 0{,}004(T°_{окр} - 20° + \Delta T)$ — коэффициент увеличения сопротивления медного провода вследствие его нагрева. Для часто встречающихся на практике условий $T°_{окр} = 70°$, $\Delta T = 50°$ С, $k_T = 1{,}4$.

Выразим мощность потерь в обмотках через B_m. Согласно известному выражению

$$I = P/U; \quad U = \sqrt{2}\pi f S_м w_1 B_m,$$

откуда

$$P_{об} = 2\rho \frac{w_1 l_{об}}{w_1 w_1 S_{пр}} \frac{P^2}{2\pi^2 f^2 S_м^2 B_м^2} k_д k_T\,;$$

с учетом

$$w S_{пр} = 0{,}5\, k_м S_{ок}; \quad S_м = V_м / l_м, \quad k_м = 0{,}25,$$

а также принимая во внимание (5.12), найдем

$$P_{об} = \frac{2\rho}{\pi^2} \cdot \frac{l_{об}\, l_м}{k_м S_{ок} S_м V_м} \left(\frac{P}{fB_m}\right)^2 =$$

$$= \frac{2\cdot 1{,}7\cdot 10^{-6}\, k_д k_T}{\pi^2\cdot 0{,}25\cdot 8{,}5\cdot 10^{-3}\, V_м^{2/3} V_м} \left(\frac{P}{fB_m}\right)^2 =$$

$$= \frac{1{,}62\cdot 10^{-4}\, k_д k_т}{V_м^{5/3}} \left(\frac{P}{fB_m}\right)^2. \tag{5.17}$$

Значение индукции, при котором полные потери минимальны, находят из условия

$$\frac{\partial}{\partial B_m}(P_{об} + P_м) = 0.$$

Из этого выражеиия следует, что минимум потерь достигается при условии $P_{об}=P_м$, откуда величина индукции, Вс/см²,

$$B_m = 0,113 \frac{\sqrt{P}\,(k_д\, k_т)^{1/4}}{\sqrt[4]{A}\, f^{7/8}\, V_м^{2/3}}. \qquad (5.18)$$

Значение $k_д$ обычно не превышает 2...3, поэтому с учетом $k_д=2$ для часто встречающихся на практике условий ($\Delta T=70°$ С, $T°_{окр}=50°$ С, $k_T=1,4$) имеем

$$B_m = 0,156 \frac{\sqrt{P}}{\sqrt[4]{A}\, f^{7/8}\, V_м^{2/3}}. \qquad (5.19)$$

При этом значении индукции в магнитопроводе при прочих равных условиях трансформатор имеет минимальные объем и массу.

5.4. Плотность тока и выбор сечений проводов обмоток

Задача правильного выбора плотиости тока и сечения провода обмотки не менее важна, чем определение оптимального значения магнитной индукции в магнитопроводе, но еще более неопределенна. От правильного выбора сечений проводов зависят габариты и масса ЭЭ, а также расход дефицитного материала (большая часть ЭЭ РЭА имеют обмотки из медного провода). Рекомендации по выбору плотности тока существуют только для ЭЭ, работающих на частотах 50, 400 Гц (см. табл. 5.2), для более высоких частот такие рекомендации практически отсутствуют.

Можно показать, что при заданных мощности трансформатора и частоте приложенного напряжения значения магнитиой индукции B_m в магнитопроводе и плотности тока J в проводах обмотки жестко связаны. Действительно,

$$U = (2\pi f/\sqrt{2})\, B_m S_м w; \quad I = S_{пр} J \cdot\cdot$$

$$P = UI = (2\pi f/\sqrt{2})\, B_m S_м w S_{пр} J = \sqrt{2}\pi f S_м S_{ок} k_м B_m J,$$

откуда

$$J = P/\sqrt{2}\pi f S_м S_{ок} k_м B_m. \qquad (5.20)$$

Таким образом, при выбранном значении магнитиой индукции плотность тока является функцией геометрических размеров трансформатора.

Из предыдущего параграфа следует, что минимальными массой и габаритами будет обладать трансформатор, у которого значение магнитной индукции соответствует (5.18). Подставив (5.18) в (5.20), можно определить плотность тока. Выражение (5.20) не учитывает ни добавочные потери в обмотке, ни допустимый перегрев, поэтому его рассматривают лишь как оценочное. Ниже приводятся два способа определения плотности тока, приближенный и более точный.

Приближенный способ основан на том, что, как показано выше, минимальная мощность потерь в трансформаторе (а следовательно, максимальный КПД, минимальные масса и габариты) достигается при условии равенства мощности потерь в обмотках и в магнитопроводе:

$$P_{об} = P_м.$$

При найденном значеиии B_m мощность потерь в магнитопроводе может быть определена по формулам гл. 4. Мощиость потерь в обмотках, Вт,

$$P_{об} = 2V_м k_м J^2 \rho\, k_д k_T, \qquad (5.21)$$

где $V_{об}k_м=2V_м k_м$ — объем, занимаемый активным материалом обмоток, так как $V_{об}\simeq 2V_м$, ρ — удельное сопротивлеиие провода. Поскольку мощность потерь в магнитопроводе определена, температурные условия задаиы, то с учетом (5.21) в (5.22) известны все величины, кроме $J^2 k_д$, где $k_д \simeq 1{,}5 \ldots 2$ (см. 5.29, 5.33). Окончательное значение плотности тока и сечения провода выбирают после выполнения теплового расчета.

Теперь рассмотрим более точный выбор сечения провода. Мощность потерь в обмотке

$$P_{об} = I^2 \rho \left(l_{пр}/S_{пр}\right) k_д k_T = D_1 k_д / S_{пр}; \tag{5.22}$$

через D_1 обозначены известные при выбранном магнитопроводе и заданных температурных условиях величины; $D_1 = I^2 \rho l_{пр} k_T$; $l_{пр}$ — средняя длина провода обмотки. Коэффициент добавочных потерь обмотки ($k_д$) можно вычислить с помощью приведенных в гл. 4 формул. Для круглых проводов при $x \leqslant 1$ (что обычно имеет место на практике)

$$k_д \simeq 1 + (m^2/15)\, x^4; \tag{5.23}$$

$$x = d_0 \sqrt{\omega \mu_a \gamma / 2} = \sqrt{4 S_{пр} f \mu_0 \gamma} \tag{5.24}$$

(так как для медного провода $\mu_a \simeq \mu_0$, в дальнейшем вместо μ_a будем писать μ_0). В формулах обозначено: m — число слоев обмотки в радиальном направлении; d_0 — диаметр неизолированного провода; γ — удельная проводимость материала.

При выбранном магнитопроводе и найденном значении B_m число витков обмоток известно. Дальнейшие рассуждения будем проводить применительно к одной обмотке, например первичной. Число слоев обмотки

$$m = w/p = w d_{пр.из} / h_{ок}, \quad \text{так как} \quad p = h_{ок}/d_{пр.из},$$

где p — число проводников в слое; $h_{ок}$ — высота окна магнитопровода; $d_{пр.из}$ — диаметр провода с изоляцией;

$$m^2 = \frac{w^2 d^2_{пр.из}}{h^2_{ок}} = \frac{4 w^2 S_{пр.из}}{\pi h^2_{ок}} = \frac{4 w^2 S_{пр} k_{из}}{\pi h^2_{ок}}, \tag{5.25}$$

где $k_{из} = S_{пр.из}/S_{пр} \approx 1{,}1$ (точнее можно определить, используя ГОСТ 23286—78 на нормы толщин изоляции проводов).

Подставляя (5.24), (5.25) в (5.23), найдем

$$k_д = 1 + \left(\frac{70{,}4}{15\pi} \mu_0^2 \gamma^2\right) \left(\frac{wf}{h_{ок}}\right)^2 S^3_{пр} = 1 + D_2 S^3_{пр}. \tag{5.26}$$

С учетом (5.22) зависимость потерь в обмотке от сечения провода имеет вид

$$P_{об} = D_1 \left(1 + D_2 S^3_{пр}\right) / S_{пр}. \tag{5.27}$$

Взяв от (5.27) производную по сечению провода, найдем такое сечение, при котором потери в обмотке, при прочих равных условиях минимальны:

$$\frac{\partial P_{об}}{\partial S_{пр}} = D_1 \left(-\frac{1}{S^2_{пр}} + 2 D_2 S_{пр}\right) = 0,$$

$$S_{пр} = \sqrt[3]{\frac{1}{2D_2}} = \left(\frac{15\pi}{140{,}8 \mu_0^2 \gamma^2}\right)^{1/3} \left(\frac{h_{ок}}{wf}\right)^{2/3}. \tag{5.28}$$

Подставив (5.28) в (5.26), можно определить значение коэффициента добавочных потерь, которым должна обладать обмотка, если сечение провода выбирать исходя из минимума мощности потерь в обмотке:

$$k_д = 1 + D_2 S^3_{пр} = 1 + D_2 \left(1/\sqrt[3]{2D_2}\right)^3 = 1{,}5. \tag{5.29}$$

На рис. 5.6 построены кривые $P_{об}(S_{пр})$ при различных частотах и числах витков обмотки. Для примера взята обмотка, намотанная на магнитопровод ШЛ12×20; $h_{ок} = 3$ см; $I = 30/\sqrt{2}$. Как видно из рис. 5.6, минимум потерь мощ-

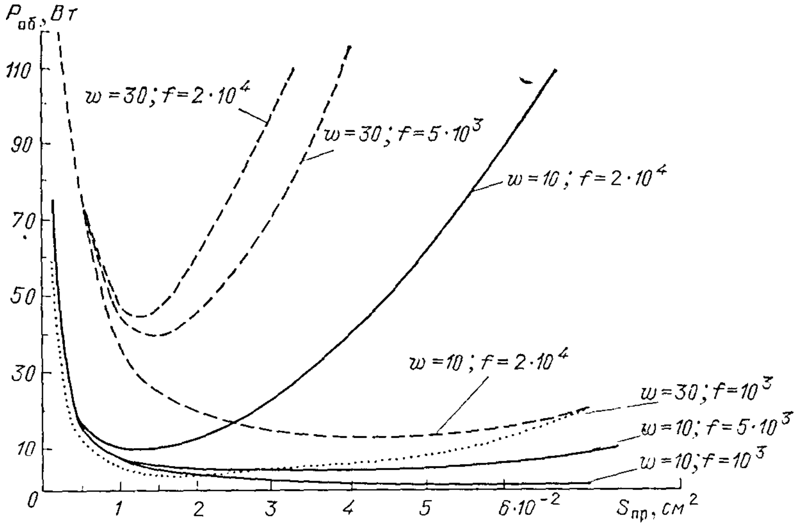


Рис. 5.6. Зависимость потерь мощности в обмотке от сечения одножильного провода при различной частоте переменного тока

ности в обмотке становится все более ярко выраженным при увеличении частоты и числа витков. Сечение провода рекомендуется выбирать равным или меньше оптимального значения (при котором $P_{об}$ минимально). Анализируя графики рис. 5.6, можно было бы предположить, что в тех случаях, когда кривые имеют неявно выраженный минимум, для уменьшения расхода меди, можно взять сечение провода значительно меньшее, чем получаемое по (5.28). Однако, как показали выполненные расчеты, существенное уменьшение сечения провода по сравнению с оптимальным приводит к недопустимому перегреву обмоток (увеличивается сопротивление провода постоянному току: $R_{=}\sim 1/S_{пр}$).

Пример 5.1. Рассчитать сечение провода обмотки, намотанной одножильным проводом на магнитопровод ШЛ16×25, число витков обмотки $w=36$; $I=10$ А; $f=1000$ Гц; высота окна магнитопровода $h_{ок}=4$ см; допустимый перегрев $\Delta T=55°$ С при температуре окружающей среды $T°_{окр}=65°$ С и естественном охлаждении.

Согласно (5.28)

$$S_{пр}=\left(\frac{15\pi}{140{,}8\,\mu_0^2\,\gamma^2}\right)^{1/3}\left(\frac{h_{ок}}{wf}\right)^{2/3}=$$

$$=\left[\frac{15\pi}{140{,}8\,(4\pi\cdot10^{-9})^2\cdot(5{,}8\cdot10^5)^2}\right]^{1/3}\left(\frac{4}{36\cdot1000}\right)^{2/3}=4{,}27\cdot10^{-2}\ \text{см}^2.$$

По таблицам для одножильных круглых обмоточных проводов выбираем провод марки ПЭЛ, имеющий сечение $S_{пр}=4{,}012\cdot10^{-2}$ см², диаметр неизолированного провода $d_{пр}=2{,}26$ мм, диаметр изолированного провода $d_{пр.из}=2{,}36$ мм. Коэффициент добавочных потерь вычисляем по (5.26):

$$k_д=1+\frac{70{,}4}{15\pi}(4\pi\cdot10^{-9})^2\,(5{,}8\cdot10^5)^2\left(\frac{36\cdot1000}{4}\right)^2(4{,}012\cdot10^{-2})^3=1{,}41,$$

что близко к полученному из (5.29). Тепловой расчет обмотки дал максимальных перегрев $\Delta T=54°$ С.

При высоких частотах для уменьшения потерь в обмотке используют многожильный провод. Для него, согласно изложенному в гл. 4,

$$k_{д} = 1 + ((m n_{р})^2/15)\, x^4, \tag{5.30}$$

где $n_{р}$ — число жилок многожильного провода в радиальном направлении (с целью упрощения для круглого многожильного провода принимают $n_{р}=\sqrt{N}$, где N — число жилок многожильного провода):

$$N = S_{пр}/S_{ж} = 4S_{пр}/\pi\, d_s^2,$$

где d_s, $S_{ж}$ — диаметр и сечение одной жилки соответственно. По ГОСТ 16186—74 многожильные провода изготавливают из жилок трех типов: $d_s=0{,}51$ мм ($f<4$ кГц); $d_s=0{,}31$ мм ($f<10$ кГц); $d_s=0{,}23$ мм ($f<22$ кГц). Это позволяет определить зависимость $P_{об}$ многожильного провода от его сечения (рис. 5.7).

Из (5.25)

$$m^2 = 4w^2\, S_{пр.из}/\pi\, h_{ок}^2 = 8w^2\, S_{пр}/\pi\, h_{ок}^2;$$

здесь учтено, что для многожильного провода с учетом промежутков между жилками $S_{пр.из} \simeq 2S_{пр}$.

Подставляя значения m, $n_{р}$, а также $x=d_s\sqrt{\omega\mu_0\gamma/2}$ в (5.30), находим

$$k_{д} = 1 + \left(\frac{32}{15}\, \mu_0^2\, \gamma^2\right)\left(\frac{w f d_s}{h_{ок}}\right)^2 S_{пр}^2 = 1 + D_3\, S_{пр}^2. \tag{5.31}$$

Подставляя (5.31) в (5.22), получаем

$$P_{об} = D_1\,(1 + D_3\, S^2_{пр}/S_{пр}),$$

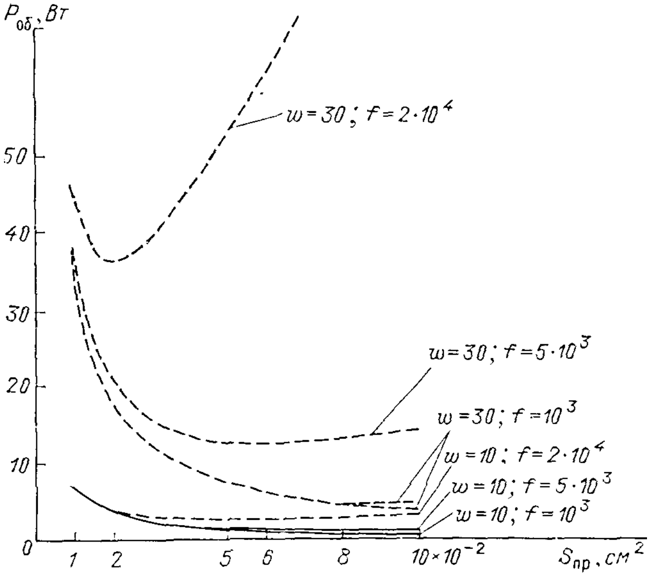


Рис. 5.7. Зависимость потерь мощности в обмотке от сечения многожильного провода при различной частоте переменного тока

откуда можно определить сечение многожильного провода, при котором потери в обмотке будут минимальными:

$$\partial P_{об}/\partial S_{пр} = D_1\left(-1/S_{пр}^2 + D_3\right) = 0,$$

$$S_{пр} = \sqrt{\frac{1}{D_3}} = \left(\frac{15}{32\mu_0^2\gamma^2}\right)^{1/2}\frac{h_{ок}}{wfd_s}. \qquad (5.32)$$

При выборе сечения провода по минимуму потерь в обмотке

$$k_д = 1 + D_3 S_{пр}^2 = 1 + D_3\left(1/\sqrt{D_3}\right)^2 = 2. \qquad (5.33)$$

Пример 5.2. Выбрать оптимальное сечение провода обмотки при следующих исходных данных: $f=10^4$ Гц (форма тока синусоидальная); $\Delta T=50°\,C$; магнитопровод ШЛ25×25, $h_{ок}=6{,}25$ см; число витков $w=40{,}5$. Выбираем многожильный провод с диаметром жилки $d_s=0{,}23$ мм.

Согласно (5.32)

$$S_{пр} = \left(\frac{15}{32\mu_0^2\gamma^2}\right)^{1/2}\frac{h_{ок}}{wfd_s} =$$

$$= \left(\frac{15}{32\,(4\pi\cdot 10^{-9})^2\,(5{,}8\cdot 10^5)^2}\right)^{1/2}\frac{6{,}25}{40{,}5\cdot 10^4\cdot 0{,}023} = 6{,}3\cdot 10^{-2}\ \text{см}^2.$$

По таблице для многожильных круглых проводов (ГОСТ 16186—74) выбираем провод ЛЭТЛО (144×0,23) сечением $S_{пр}=5{,}98\cdot 10^{-2}$ см², $N=144$, $d_s=0{,}023$ см, $d_{пр.из}=0{,}47$ см. Коэффициент добавочных потерь по (5.31)

$$k_д = 1 + \left(\frac{32}{15}\mu_0^2\gamma^2\right)\left(\frac{wfd_s}{h_{ок}}\right)S_{пр}^2 =$$

$$= 1 + \frac{32}{15}\,(4\pi\cdot 10^{-9})^2\,(5{,}8\cdot 10^5)^2\left(\frac{40{,}5\cdot 10^4\cdot 0{,}023}{6{,}25}\right)^2(5{,}98\cdot 10^{-2})^2 = 2{,}3.$$

Выполненный тепловой расчет подтвердил правильность выбранного сечения провода.

5.5. Расчет трансформаторов при синусоидальном напряжении повышенной частоты

1. Выбор материала магнитопровода производят в соответствии с требованиями, указанными в § 1.3. При этом учитывают: коэффициент удельной передаваемой мощности, технологию изготовления, дефицитность и стоимость материала.

Коэффициенты удельной передаваемой мощности вычисляют по (1.9), оценочное значение магнитной индукции, которое нужно подставить в (1.9), — по формуле (1.14), которая после подстановки в нее значений $k_д$ (§ 5.4) и $k_T = 1 + 0{,}004(T°_{окр} - 20° + \Delta T)$ имеет вид:

$$B_m = \left[\frac{371\,(\alpha\Delta T)^2\,(k_д k_T)^{0,25}}{(k_р\, p_{01}\, f^{\sigma})^{1,75}}\sqrt{\frac{f}{P}}\right]^{(1,75\beta - 0,5)^{-1}}. \qquad (5.34)$$

2. Объем магнитопровода $V_м$ определяют по (5.11). Так как до расчета обмотки $k_д$ неизвестно, в (5.11) подставляют $k_д=1{,}5 \ldots 2$. Значение $k_м = 0{,}25 \ldots 0{,}3$. Следует заметить, что существует частота $f=f_{гр}$, при превышении которой объем трансформатора перестает уменьшаться с увеличением частоты. Значение $f_{гр}$ определено в § 5.16. При $f<f_{гр}$ в (5.11) подставляют значение f, при $f>f_{гр}$ — значение $f_{гр}$.

3. По найденному объему магнитопровода по ГОСТам или ТУ подбирают магнитопровод того или иного типа и выписывают его основные размеры. При

этом учитывают достоинства и недостатки различных типов магнитопроводов и конкретные условия.

4. Электромагнитные параметры трансформатора вычисляют по следующим формулам. Ток первичной обмотки $I_1=P/U_1$, ток вторичной обмотки $I_2=P/U_2$, коэффициент трансформации $n=U_1/U_2$. Формулы достаточно точные, так как КПД рассматриваемых трансформаторов ($P<4$ кВт) весьма высок.

5. Оптимальное значение магнитной индукции рассчитывают по (5.18), (5.19). Можно также воспользоваться табл. 5.1.

6. Число витков:

$$w_1=U_1/4{,}44\,f\,S_{\text{м}}\,B_m\,;\ w_2=w_1/n.$$

7. Мощность потерь в магнитопроводе, с учетом коэффициента резки (см. табл. 4.4),

$$P_{\text{м}}=p_{01}\,f^{\sigma}\,B_m^{\beta}\,V_{\text{м}}\,k_{\text{р}}. \tag{5.35}$$

8. Выбор проводов является наиболее неопределенной задачей. В соответствии со сказанным в § 5.4 сечение провода можно выбирать либо исходя из расчетного значения плотности тока (при котором $P_{\text{об}}=P_{\text{м}}$), т. е. из (5.21), либо исходя из минимума потерь в обмотке, т. е. из (5.28), (5.32), либо исходя из ожидаемого заполнения окна магнитопровода ($k_{\text{м}}=0{,}2 \ldots 0{,}3$):

$$S_{\text{пр}1}\,w_1+S_{\text{пр}2}\,w_2=k_{\text{м}}\,S_{\text{ок}}.$$

Считая в первом приближении $S_{\text{пр}2}=S_{\text{пр}1}n$; $w_2=w_1/n$, находим

$$S_{\text{пр}1}=k_{\text{м}}\,S_{\text{ок}}/2\,w_1. \tag{5.36}$$

По соответствующим ГОСТам выбирают одножильный, многожильный, ленточный провод или провод другого типа. Вычисляют коэффициент добавочных потерь, и если есть необходимость, уточняют сечения проводов с учетом рекомендаций § 5.4.

9. Мощность потерь в обмотках $P_{\text{об}}=P_{\text{об}1}+P_{\text{об}2}$. Потери в каждой обмотке $P_{\text{об}}=I^2R_{=}k_{\text{д}}k_T$, где $R_{=}$ — сопротивление обмотки на постоянном токе. Значение $k_{\text{д}}$ определяют по формулам § 4.2.

10. Суммарные потери $\Delta P=P_{\text{м}}+P_{\text{об}}$, КПД $\eta=(P-\Delta P)/P$, ток холостого хода $I_{\text{х.х}}=P_{\text{м}}/U_1$.

11. Проверка соотношений (5.7). Индуктивность рассеяния определяют по формулам § 2.7. Индуктивность L_{1n} вычисляют по формуле

$$L_{1n}=\frac{w_1^2\,\mu_{\text{э}}\,S_{\text{м}}}{l_{\text{м}}},\ \text{где}\ \mu_{\text{э}}=\frac{\mu_{\text{а}}}{1+\mu_r\,\delta/l_{\text{м}}}$$

— эквивалентная магнитная проницаемость магнитопровода с учетом технологического зазора. Длина зазора в каждом стержне примерно равна $3\cdot 10^{-3}$ см. Магнитную проницаемость $\mu_{\text{а}}$ материала магнитопровода определяют по кривой $B(H)$ для $B=B_m$.

12. Тепловой расчет (см. гл. 9), проверка на максимальный перегрев.

Пример 5.3. Рассчитать согласующий двухобмоточный трансформатор при следующих исходных данных: мощность трансформатора $P=1000$ Вт; входное напряжение синусоидальное $U_1=100$ В; частота $f=1000$ Гц; коэффициент трансформации $n=1$; допустимый перегрев $\Delta T=50°$ С; температура окружающей среды $T°_{\text{окр}}=70°$ С.

1. Выбор магнитного материала. Пользуясь данными, приведенными в § 1.3 по характеристикам магнитных материалов, формулами (1.9), (1.14) и исходными данными трансформатора, составим таблицу для трех (предположительно имеющихся в наличии) магнитных материалов.

Как видно из табл. 5.4, наибольшим показателем передаваемой мощности обладает феррит 2500НМС-1. Выберем в качестве материала магнитопровода широко используемую при таких частотах (1000 Гц) сталь 3425 (тем более, что объем магнитопровода, как показывает дальнейший расчет, достаточно большой и реализовать его на имеющихся кольцах из феррита затруднительно). В выражение для Π_P [(см. 1.9)] подставляют оценочное значение маг-

Таблица 5.4

Материал	Толщина, мм	p_0, Вт/см³	σ	β	B_m, В·с/см²	$П_p$
Феррит 2500НМС-1	—	0,034	1,4	1,9	$0,3\cdot10^{-4}$	24,6
Сплав 50Н	0,08	0,124	1,5	1,9	$0,58\cdot10^{-4}$	9,8
Сталь 3425	0,08	0,165	1,5	1,8	$0,53\cdot10^{-4}$	5,3

нитной индукции, которое, с учетом $k_д=1{,}5$ и $k_T=1{,}4$ (для заданных температурных условий), для стали 3425 равно

$$B_m=\left[\frac{371\,(\alpha\Delta T)^2\,(k_д\,k_T)^{0,25}}{(k_p\,p_{01}\,f^{\sigma})^{1,75}}\sqrt{\frac{f}{P}}\right]^{(1,75\,\beta-0,5)^{-1}}=$$

$$=\left[\frac{371\,(1{,}2\cdot10^{-3}\cdot50)^2\,(1{,}5\cdot1{,}4)^{0,25}}{(1{,}4\cdot82{,}7\cdot1000^{1,5})^{1,75}}\sqrt{\frac{1000}{1000}}\right]^{(1,75\cdot1,8-0,5)^{-1}}=$$

$$=0{,}53\cdot10^{-4}\,\frac{\text{В}\cdot\text{с}}{\text{см}^2},$$

где $p_{01}=p_0(f^*)^{-\delta}(B^*_m)^{-\beta}=0{,}165\cdot10^{-3\cdot1,5}\cdot10^{-4(-1,8)}=82{,}7$; $k_T=1+0{,}004\times\times(T^\circ_{окр}-20^\circ\,\text{C}+\Delta T)=1+0{,}004(70-20+50)=1{,}4$; $k_д=1{,}5$; $П_p=(1/\sqrt{p_{01}})\times\times B^1{}_m{}^{-\beta/2}f^{1-\sigma/2}=(1/\sqrt{0{,}165})\,(0{,}53\cdot10^{-4})^{1-1,8/2}\times1000^{1-1,5/2}=5.3$.

2. Объем магнитопровода

$$V_м=1{,}5\sqrt{\frac{A\,k_д\,k_T\,k_p}{k_м}\,\frac{P}{f^{1/4}\,\Delta T}}=$$

$$=1{,}5\sqrt{\frac{594\cdot1{,}5\cdot1{,}4\cdot1{,}5}{0{,}25}\cdot\frac{1000}{1000^{1/4}\cdot50}}=462\text{ см}^2,$$

где $A=p_0f_1{}^{\sigma-3/2}B_m{}^{\beta-2}=82{,}7\cdot1000^{1,5-1,5}(0{,}53\cdot10^{-4})^{1,8-2}=594$ А·см/В·с$^{1/2}$; $k_м=0{,}25$.

По таблицам нормализованных магнитопроводов выберем магнитопровод ПЛ25×120 с параметрами: объем $V_м=458$ см³, площадь поперечного сечения магнитопровода $S_м=12{,}5$ см², размеры сечения магнитопровода $a=2{,}5$ см; $b=5$ см; высота и ширина окна $h_{ок}=12$ см; $c_{ок}=4$ см; площадь окна магнитопровода $S_{ок}=48$ см².

3. Уточненные значения магнитной индукции (5.18):

$$B_m=0{,}113\sqrt[4]{\frac{k_д\,k_T}{A\,k_p}}\;\frac{\sqrt{P}}{f^{7/8}\,V_м^{2/3}}=$$

$$=0{,}113\sqrt[4]{\frac{1{,}5\cdot1{,}4}{594\cdot1{,}5}}\;\frac{\sqrt{1000}}{1000^{7/8}\cdot458^{2/3}}=0{,}3\cdot10^{-4}\text{ В}\cdot\text{с/см}^2\ (0{,}3\text{ Тл}).$$

4. Токи в обмотках и число витков:

$$I_1=P/U_1=1000/100=10\text{ А};\quad I_2=n\,I_1=1\cdot10=10\text{ А};$$

$$w_1=w_2=U_1/4{,}44\,f\,S_м\,B_m=100/4{,}44\cdot1000\cdot12{,}5\cdot0{,}3\cdot10^{-4}=60.$$

5. Мощность потерь в магнитопроводе

$$P_м=P_{01}\,f^{\sigma}\,B_m^{\beta}\,k_p\,V_м=82{,}7\cdot1000^{1,5}\,(0{,}3\cdot10^{-4})^{1,8}\cdot1{,}5\cdot458=13{,}0\text{ Вт}.$$

6. Выбор проводов. Так как параметры обмоток одинаковы, то мотают их одинаковым проводом:

$$S_{пр} = k_м S_{ок}/2 w_1 = 0{,}25 \cdot 48/2 \cdot 60 = 0{,}1 \text{ см}^2.$$

Выбираем провод ЛЭТЛО (60×0,51) с параметрами: сечение $S_{пр}=0{,}098$ см², наружный диаметр $d_{пр}=0{,}55$ см, диаметр одной жилки $d_s=0{,}051$ см, число жил $N=48$. При заданной сравнительно невысокой частоте ($f=1000$ Гц) можно было бы выбрать одножильный провод. Однако при заданных жестких требованиях по перегреву ($\Delta T=50°$ С), нужно обеспечить возможно меньшую мощность потерь в обмотках, а следовательно, возможно меньший $k_д$.

7. Уточнение коэффициента добавочных потерь по (4.32):

$$k_д = 1 + \frac{(mn_р)^2}{15} x_s^4 = 1 + \frac{(1{,}43 \cdot 7)^2}{15} \cdot 0{,}24^4 = 1{,}0,$$

где $m = \dfrac{w_1/2}{h_{ок}/d_{пр}} = \dfrac{60/2}{12/0{,}55} = 1{,}43$; $n_р = \sqrt{48} \approx 7$; $x_s = d_s \sqrt{\pi f \gamma \mu_0} =$ $=0{,}051 \sqrt{\pi \cdot 1000 \cdot 5{,}8 \cdot 10^5 \cdot 4\pi \cdot 10^{-9}} = 0{,}24$.

8. Мощность потерь в обмотках

$$P_{об} = 2 I^2 R_= k_д k_T = 2 \cdot 10^2 \cdot 1{,}9 \cdot 10^{-2} \cdot 1{,}0 \cdot 1{,}4 = 5{,}3 \text{ Вт}.$$

где $R_= = \dfrac{l_{ср} w}{\gamma S_{пр}} = \dfrac{18{,}2 \cdot 60}{5{,}8 \cdot 10_5 \cdot 0{,}098} = 1{,}9 \cdot 10^{-2}$ Ом; $l_{ср} = (a + 2md_{пр} + b) \cdot 2 =$ $=(2{,}5 + 2 \cdot 1{,}43 \cdot 0{,}55 + 5)2 = 18{,}2$ см.

Мощность потерь в обмотках ($P_{об}=5{,}3$ Вт) оказалась существенно меньше мощности потерь в магнитопроводе ($P_м=13$ Вт). Это означает, что расчет трансформатора выполнен «с запасом». Уточнение расчета выполняют в зависимости от конкретных требований: если существует дефицит с многожильным проводом, можно выбрать одножильный; если нужен трансформатор минимальной массы и габаритов, расчет следует повторить, выбрав провод того же типа, но меньшего сечения (это позволит, с одной стороны, сократить расход меди, с другой — при том же значении $k_м$ уменьшить окно магнитопровода, а следовательно, уменьшить и типоразмер магнитопровода). Предположим, что поставлена задача спроектировать трансформатор возможно меньшей массы. После второго варианта расчета выбран магнитопровод ПЛ25×100 объемом $V_м=405$ см³; индукция в магнитопроводе $B_m=0{,}33 \cdot 10^{-4}$ В·с/см²; $w_1=w_2=54$; мощность потерь в магнитопроводе $P_м=13{,}7$ Вт; провод обмотки ЛЭТЛО (20××0,51); сечение провода $S_{пр}=0{,}041$ см²; $m=1$; мощность потерь в обмотках $P_{об}=11{,}5$ Вт. Суммарная мощность потерь $\Delta P = P_м + P_{об} = 13{,}7 + 11{,}5 = 25{,}2$ Вт; КПД $\eta = 97{,}5\%$ масса трансформатора примерно 4 кг.

9. Тепловой расчет, выполненный по методике, изложенной в гл. 9, дал максимальный перегрев $\Delta T = 47{,}7°$ (меньше допустимого).

5.6. Особенности расчета трансформаторов при несинусоидальном периодическом напряжении

В основу рассмотрения особенностей расчета трансформаторов при несинусоидальном напряжении положено разложение первичного напряжения $u_1(t)$ в ряд Фурье:

$$u_1(t) = A_0 + \sum_{N=1}^{M} C_N \sin(N \omega t + \psi_{uN}),$$

где A_0 — постоянная составляющая функции $u_1(t)$; N — порядковый номер гармоники; C_N — амплитуда N-й гармоники, ψ_{uN} — ее начальная фаза; M — число учитываемых гармоник, определяется заданной точностью разложения; $\omega = 2\pi/T_1$ — основная частота $u_1(t)$, T_1 — ее период.

1. При несинусоидальном напряжении формулы для оценки магнитного материала те же, что и при синусоидальном (1.9), (5.34), лишь вместо мощности P следует подставлять $P_{\rm I}$ — мощность трансформатора, соответствующую первой гармонике напряжения: $P_{\rm I}=U_{\rm I}^2/R'_{\rm н}$, $U_{\rm I}=C_I/\sqrt{2}$ — действующее значение напряжения первой гармоники, $R'_{\rm н}=R_{\rm н}n^2$ — сопротивление нагрузки, приведенное по виткам к первичной обмотке (для упрощения, считаем, что сопротивление нагрузки активное), n — коэффициент трансформации.

2. Мощность потерь в магнитопроводе при несинусоидальном напряжении равна сумме мощностей на отдельных гармониках (P_{MN}):

$$P_{\rm м}=\sum_{N=1}^{M}P_{MN}=\sum_{N=1}^{M}p_{01}k_{\rm p}f_N^{\sigma}B_{mN}^{\beta}V_{\rm м},$$

где $f_N=f_{\rm I}N=N/T_{\rm I}$ — частота N-й гармоники; B_{mN}, В·с/см² — амплитуда магнитной индукции на этой частоте, остальные обозначения прежние; $B_{mN}=C_N/w_1S_{\rm м}\omega N$ (w_1 — число витков первичной обмотки, $S_{\rm м}$ — сечение магнитопровода).

Используя последние выражения, получаем

$$P_{\rm м}=p_{01}k_{\rm p}f_{\rm I}^{\sigma}B_{{\rm I}m}^{\beta}V_{\rm м}\sum_{N=1}^{M}\left(\frac{C_N}{C_{\rm I}}\right)^{\beta}N^{\sigma-\beta}=p_{01}k_{\rm p}f_{\rm I}^{\sigma}B_{{\rm I}m}^{\beta}\gamma_B V_{\rm м},\qquad(5.37)$$

где $f_{\rm I}$ — основная частота: $B_{{\rm I}m}=C_{\rm I}/w_1S_{\rm м}\omega$;

$$\gamma_B=\sum_{N=1}^{M}\left(\frac{C_N}{C_{\rm I}}\right)^{\beta}N^{\sigma-\beta}\qquad(5.38)$$

— коэффициент увеличения мощности потерь в магнитопроводе при несинусоидальном напряжении по сравнению с синусоидальным (при одинаковой частоте $\omega=2\pi f_{\rm I}$).

3. Мощность потерь в любой из обмоток трансформатора при несинусоидальном напряжении равна сумме мощностей на отдельных гармониках ($P_{{\rm об}N}$):

$$P_{\rm об}=\sum_{N=1}^{M}P_{{\rm об}N}=\sum_{N=1}^{M}\frac{1}{2}I_{Nm}^2R_{=}k_{{\rm д}N}k_T,\qquad(5.39)$$

где I_{Nm} — амплитуда N-й гармоники тока (при активной нагрузке $I_{Nm}\approx\approx C_N/R'_{\rm н}$); $k_{{\rm д}N}$ — коэффициент добавочных потерь на частоте f_N.

В § 5.4 показано, что в качестве оценочного значения для выбора сечений проводов обмотки при синусоидальном токе произвольной частоты коэффициент добавочных потерь может быть принят равным $k_{\rm д}=1{,}5\ldots2$, поэтому

$$P_{\rm об}=\frac{1}{2}I_{{\rm I}m}^2R_{=}k_T\sum_{N=1}^{M}\left(\frac{C_N}{C_{\rm I}}\right)^2k_{\rm д}=\frac{1}{2}I_{{\rm I}m}^2R_{=}k_Tk_{\rm д}\gamma_{\rm I};\qquad(5.40)$$

$$\gamma_{\rm I}=\sum_{N=1}^{M}\left(\frac{C_N}{C_{\rm I}}\right)^2\qquad(5.41)$$

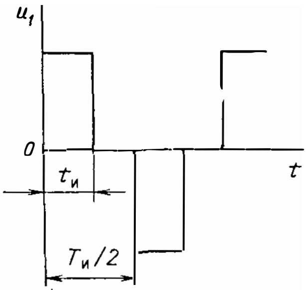
— оценочное значение увеличения мощности потерь в обмотке при несинусоидальном токе по сравнению с синусоидальным (при одинаковой частоте $\omega==2\pi f_{\rm I}$).

4. Объем магнитопровода $V_{\rm м}$, см³, при несинусоидальном напряжении

$$V_{\rm м}=1{,}5\sqrt{\frac{A\,k_{\rm д}k_Tk_{\rm p}\gamma_B\gamma_{\rm I}}{k_{\rm M}}\,\frac{P}{f_{\rm I}^{1/4}\Delta T}}.\qquad(5.42)$$

В (5.42) коэффициент A вычисляют на основной частоте $f_{\rm I}$ (см. табл. 4.3).

Рис. 5.8. Напряжение $u_1(t)$ к примеру 5.4



5. Дальнейший расчет ведут аналогично сказанному в § 5.5. Некоторые особенности: число витков первичной обмотки выбирают исходя из значения амплитуды первой гармоники индукции

$$B_{m\mathrm{I}} = 0{,}113 \sqrt{\frac{\gamma_\mathrm{I}\, k_д\, k_T}{\gamma_B A\, k_р}}\ \frac{\sqrt{P_\mathrm{I}}}{f_\mathrm{I}^{7/8}\, V_м^{2/3}}, \qquad (5.43)$$

где $P_\mathrm{I} \approx C^2{}_\mathrm{I}/R'_н$ — мощность трансформатора на первой гармонике, тогда

$$w_1 = C_\mathrm{I} = C_\mathrm{I}/2\pi f S_м B_{m\mathrm{I}}\,;\ \ w_2 = w_1/n. \qquad (5.44)$$

6. Действующие значения токов обмоток: первичной $I_1 = P/U_1$, $I_2 = I_1 n$, где U_1 — действующее значение приложенного к первичной обмотке напряжения.

7. Выбор проводов и размещение их в окне магнитопровода производят так же, как в § 5.5, мощности потерь в обмотках вычисляют по (5.39).

8. Тепловой расчет выполняют согласно изложенному в гл. 9.

9. Так как расчет трансформатора требует большой вычислительной работы, его целесообразно выполнять с помощью ЭВМ.

Пример 5.4. Рассчитать двухобмоточный трансформатор при тех же исходных данных, что и в примере 5.3. Функция $u_1(t)$ изображена на рис. 5.8, сопротивление нагрузки $R_н = 4{,}9$ Ом (нагрузка активная). В качестве материала магнитопровода использована сталь 3424—0,08.

Расчет, выполненный по методике, изложенной в § 5.5, с учетом особенностей при несинусоидальном напряжении позволяет определить: действующее значение приложенного напряжения $U_1 = 70$ В; мощность трансформатора на первой гармонике $P_\mathrm{I} = 825{,}5$ Вт; коэффициенты $\gamma_B = 1{,}15$; $\gamma_\mathrm{I} = 1{,}15$; объем магнитопровода, вычисленный по (5.42), $V_м = 573{,}4$ см^3, в дальнейшем он уточнялся и окончательно принят магнитопровод ПЛ25×100 объемом $V_м = 405$ см^3; значение амплитуды первой гармоники магнитной индукции $B_{m\mathrm{I}} = 0{,}31 \cdot 10^{-4}$ В·с/см^2; число витков $w_1 = w_2 = 36$; выбран провод ЛЭТЛО (40×0,51) сечением $S_{пр} = 0{,}08$ см^2; мощность потерь в магнитопроводе $P_м = 17{,}8$ Вт; мощность потерь в обмотках $P_{об} = P_{об1} + P_{об2} = 8{,}5$ Вт; рассчитанный максимальный перегрев $\Delta T = 48°$ С; масса трансформатора примерно 4 кг.

5.7. Расчет трансформаторов при импульсном напряжении

Расчет должен содержать решение двух задач; собственно расчет трансформатора и принятие необходимых мер для того, чтобы передача напряжения происходила с минимальными искажениями. Вторая задача будет рассмотрена далее. Здесь изложен ход расчета импульсного трансформатора, обеспечивающего при заданных температурных условиях минимальные массу и габариты. Последовательность расчета и отдельные его этапы аналогичны рассмотренным в § 5.5. Значения критериев подобия T_1, T_2 при импульсном напряжении находят так же, как и при синусоидальном по (5.9), считая за эквивалентную частоту $f = 1/2\, t_и$, где $t_и$ — длительность импульса одной полярности; $f = 1/t_и$ — для симметричных импульсов разной полярности. Объем магнитопровода $V_м$ определяют из (5.11). Чтобы учесть процессы охлаждения трансформатора во время паузы между импульсами, выражение (5.11) умножают на коэффициент $[1 + 3\exp(1 - q)]/4$. При этом

$$V_м = 1{,}5 \sqrt{\frac{A\, k_д\, k_T}{k_м}}\ \frac{P}{f^{1/4} \Delta T}\ \frac{1 + 3e^{1-q}}{4}, \qquad (5.45)$$

где $q = t_и/T_и$ — скважность импульсов; $T_и$ — период повторения импульсов; P — мощность во время действия импульса; остальные обозначения прежние.

Найдем теперь оптимальное значение магнитной индукции, соответствующее минимальной мощности потерь в трансформаторе (когда $P_м = P_{об}$), а следовательно минимальным габаритам и максимальному КПД при прямоугольной форме импульсного напряжения (с параметрами U_0, t_0), а затем учтем особенности, возникающие при напряжении другой формы.

Мощность потери в обмотках

$$P_{об} = 2\rho \frac{w_1 l_{об}}{S_{пр}} I_1^2 k_д k_T ,$$

где $I_1 = P/U_0$ — ток первичной обмотки.

Приращение индукции за время действия прямоугольного импульса напряжения $\Delta B_{ср} = U_0 t_0 / w_1 S_м$, откуда $I_1 = P t_0 / w_1 S_м \Delta B_{ср}$.

С учетом $w_1 S_{пр} = 0{,}5 k_м S_{ок}$; $S_м = V_м / l_м$; $S_м S_{ок} / l_м l_{об} = 8{,}5 \cdot 10^{-3} V_м^{2/3}$ получим

$$P_{об} = 2\rho \frac{w_1 l_{об}}{S_{пр}} \left(\frac{P_и t_0}{w_1 S_м \Delta B_{ср}} \right)^2 k_д k_T =$$

$$= 2\rho \frac{l_{об}}{w_1 S_{пр} S_м^2} \left(\frac{P_и t_0}{\Delta B_{ср}} \right)^2 k_д k_T = \frac{4\rho l_{об} l_м}{k_м S_{ок} S_м V_м} \times$$

$$\times \left(\frac{P_и t_0}{w_1 \Delta B_{ср}} \right)^2 k_д k_T = \frac{4\rho k_д k_T}{k_м \cdot 8{,}5 \cdot 10^{-3} V_м^{5/3}} \left(\frac{P_и t_0}{\Delta B_{ср}} \right)^2 ; \quad (5.46)$$

$$P_{об} \simeq \frac{9 \cdot 10^{-3}}{V_м^{5/3}} \left(\frac{P_и t_0}{\Delta B_{ср}} \right)^2 . \quad (5.47)$$

Выражение (5.47) получено из (5.46) после подстановки наиболее типичных значений: $k_м = 0{,}25$; $k_д = 2$; $k_T = 1{,}4$; $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-6}$ Ом·см (для медных проводов). Так как $P_{об} = P_м$, а среднюю за период $T_и$ мощность потерь в магнитопроводе из ленточной стали находят по (4.13)

$$P_{м.ср} = \frac{(\Delta B_{ср})^2 d^2 \gamma}{12 t_0 T_и} V_м ,$$

или за время действия импульса

$$P_м = \frac{(\Delta B_{ср})^2 d^2 \gamma}{12 t_0^2} V_м , \quad (5.48)$$

то из сравнения (5.47) и (5.48) получаем

$$\Delta B_{ср} = \frac{0{,}68 t_0 \sqrt{P_и}}{d^{1/2} \gamma^{1/4} V_м^{2/3}} . \quad (5.49)$$

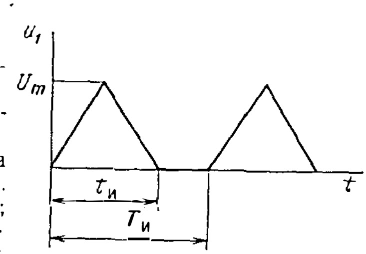
Если импульс напряжения не прямоугольный, то расчет лучше выполнять в численной форме, имея в виду, что

$$\Delta B_{ср} = \frac{\int_0^{t_и} u dt}{w_1 S_м} ;$$

при вычислении потерь в магнитопроводе и в обмотке действительный импульс заменяют эквивалентным прямоугольным или экспоненциальным, параметры которого определяют с помощью табл. 4.4.

Пример 5.5. Рассчитать двухобмоточный трансформатор, на первичную обмотку которого действует импульсное напряжение треугольной формы (рис. 5.9). Длительность импульса $t_и = 100$ мкс; $T_и = 800$ мкс; $U_{1m} = 60$ В; $U_{2m} = 8$ В; мощ-

Рис. 5.9. Напряжение $u_1(t)$ к примеру 5.5



ность в импульсе $P_и$ 200 Вт; температурные условия $T_{окр}=70°$ C; $\Delta T=50°$ C.

1. В качестве материала магнитопровода выберем сталь марки 3424 толщиной 0,08 мм. Для нее $p'_0=16{,}6\cdot 10^{-2}$ Вт/см³; $\sigma=1{,}2$; $\beta=1{,}6$; $A_и = p_0 f_и^{(\sigma-3/2)} \times B_m^{\beta-2} (f^*)^{-\sigma} (B^*_m)^{-\beta} = 16{,}6\cdot 10^{-2}\cdot 5000^{1,2-1,5}\cdot (10^{-5})^{-0,4}\cdot 10^{(4\cdot 1,6-3\cdot 1,2)} = 486$ А·см/В·с$^{1/2}$; $f_и=\dfrac{1}{2\,t_и}=\dfrac{1}{100\cdot 10^{-6}}=0{,}5\cdot 10^4$ Гц; ориентировочно принято $B_m=0{,}1\cdot 10^{-4}$ В·с/см² $=0{,}1$ Тл. С учетом коэффициента резки $A_и=486\cdot 1{,}6=777$ А·см/В·с$^{1/2}$.

2. Определим из (5.45) оценочное значение объема магнитопровода трансформатора:

$$V_м = 1{,}5\sqrt{\frac{A_и k_д k_T}{k_м}}\;\frac{P_и}{f_и^{1/4}\,\Delta T}\;\frac{1+3\,e^{1-q}}{4} =$$

$$= 1{,}5\sqrt{\frac{777\cdot 2\cdot 1{,}4}{0{,}25}}\;\frac{200}{(5000)^{1/4}\cdot 50}\;\frac{1+3\,e^{1-8}}{4} = 32{,}1\ \text{см}^2,$$

где $q=T_и/t_и=0{,}8\cdot 10^{-3}/10^{-4}=8$.

3. Выберем магнитопровод ШЛ16×16. Данные магнитопровода: $V_м=30{,}8$ см³; $S_м=2{,}6$ см²; $l_м=13{,}6$ см; $S_{ок}=6{,}4$ см² ($h_{ок}=4$ см, $c_{ок}=1{,}6$ см); $a_м=\sqrt{S_м}=\sqrt{2{,}6}\approx 1{,}6$ см.

4. Действующие за время действия импульса напряжения и токи: $U_1=U_{1m}/\sqrt{3}=60/\sqrt{3}=34{,}6$ В; $U_2\approx 4{,}6$ В; $I_1=P_и/U_1=200/34{,}6=5{,}8$ А; $I_2\approx 43{,}5$ А. Коэффициент трансформации $n=U_{1m}/U_{2m}=60/8=7{,}5$.

5. Заменяя импульс заданной формы прямоугольным, найдем приращение магнитной индукции за время действия импульса

$$\Delta B_{ср} = \frac{0{,}68\,t_0\sqrt{P_и}}{d^{1/2}\,\gamma^{1/4}\,V_м^{2/3}} = \frac{0{,}68\cdot 70{,}7\cdot 10^{-6}\sqrt{200}}{\sqrt{8\cdot 10^{-3}}\,\sqrt[4]{2\cdot 10^4}\cdot (30{,}8)^{2/3}} =$$

$$= 0{,}65\cdot 10^{-4}\ \text{В·с/см}^2,$$

где $t_0=0{,}707 t_и=70{,}7\cdot 10^{-6}$ с (см. табл. 4.5); $d=8\cdot 10^{-3}$ см; $\gamma=2\cdot 10^4$ 1/(Ом·см).

6. Число витков

$$w_1 = \frac{\int_0^{t_и} u\,dt}{\Delta B_{ср}\,S_м} = \frac{60\cdot 100\cdot 10^{-6}}{2\cdot 0{,}65\cdot 10^{-4}\cdot 2{,}6} = 17{,}7\ ;$$

$$w_2 = w_1/n = 17{,}7/7{,}5 = 2{,}4.$$

7. Мощность потерь в магнитопроводе (с учетом коэффициента резки $k_р=1{,}6$)

$$P_м = \frac{(\Delta B_{ср})^2\,d^2\,\gamma\,k_р\,V_м}{12\,t_0^2} = \frac{(0{,}65\cdot 10^{-4})\,(8\cdot 10^{-3})^2\cdot 2\cdot 10^4\cdot 1{,}6\cdot 30{,}8}{12\cdot (70{,}7\cdot 10^{-6})^2} = 4{,}41\ \textbf{Вт.}$$

8. Вычислим из (5.21) плотность тока в проводах, считая $P_{об}=P_м$:

$$J=\left(\frac{P_{об}}{2\,V_м\,\rho\,k_м\,k_д\,k_T}\right)^{1/2}=$$

$$=\left(\frac{4{,}41}{2\cdot 30{,}8\cdot 1{,}7\cdot 10^{-6}\cdot 0{,}25\cdot 2\cdot 1{,}4}\right)^{1/2}=2{,}46\cdot 10^2\ \text{А/см}^2=2{,}46\ \text{А/мм}^2.$$

Здесь $\rho=1{,}7\cdot 10^{-6}$ Ом·см; $k_м=0{,}25$; $k_д=2$ (принято) $k_T=1{,}4$.

9. Выбор проводов. Найдем сечения проводов:

$$S_{пр1}=I_1/J=5{,}8/2{,}46=2{,}35\ \text{мм}^2,\quad S_{пр2}=I_2/J=43{,}5/2{,}46=17{,}7\ \text{мм}^2.$$

При таких сечениях проводов коэффициент добавочных потерь больше расчетного ($k_д>2$). Уменьшим сечение проводов: для первичной обмотки выберем провод ЛЭТЛО-1,6 (20×0,315) с наружным диаметром $d'_0=4{,}4$ мм, для вторичной обмотки выберем провод ЛЭТЛО-6 (78×0,315) с наружным диаметром $d_0=4{,}4$ мм (при этом плотность тока в проводе первичной обмотки $J_1=I_1/S_{пр1}=5{,}8/1{,}6=3{,}6$ А/мм^2; в проводе вторичной обмотки $J_2=I_2/S_{пр2}=43{,}5/6=7{,}25$ А/мм^2).

10. Определим коэффициент добавочных потерь согласно изложенному на с. 114. Для этого треугольный импульс тока (считаем, что передача напряжения происходит без искажения, т. е. форма напряжения на выводах вторичной обмотки такая же, как приложенного напряжения; при активной нагрузке такую же форму будет иметь и ток в нагрузке) заменим эквивалентным ему по потерям экспоненциальным. С помощью коэффициентов, приведенных в табл. 4.5 найдем длительность импульса экспоненциального тока $t_{и.э}=t_0/\xi=70{,}7\cdot 10^{-6}/0{,}55=1{,}28\cdot 10^{-4}$ с; $1/\alpha=t_{и.э}/3=1{,}28\cdot 10^{-4}/3=0{,}43\cdot 10^{-4}$ с; $\alpha=1/0{,}43\cdot 10^{-4}=2{,}32\cdot 10^4$ 1/с.

Значение $k_д$ вычислим по (4.50):

$$k_д\approx 1+\frac{(mn_р)^2}{5}x^2-\frac{(mn_р)^2}{60}x^4.$$

Для первичной обмотки $m_1=w_1/(h_{ок}/d_{пр1})=17{,}7/(4/0{,}24)\approx 1$. Число параллельных проводников в радиальном направлении при замене круглого многожильного провода эквивалентным по сечению квадратным $n_{1р}=\sqrt{20}\approx 4{,}5$; $x_1=d_{s1}\sqrt{\mu_а\gamma\alpha}=0{,}0315\sqrt{4\pi\cdot 10^{-9}\cdot 5{,}8\cdot 10^5\cdot 2{,}32\cdot 10^4}=0{,}41$;

$$k_{д1}=1+\frac{(1{,}0\cdot 4{,}5)^2}{5}(0{,}41)^2-\frac{(1{,}0\cdot 4{,}5)^2}{60}(0{,}41)^4=1{,}58.$$

Для вторичной обмотки $m_2=w_2/(h_{ок}/d_{пр2})=2{,}4/(4/0{,}44)=0{,}26$; $n_{2р}=\sqrt{78}=8{,}8$; $x_2=x_1=0{,}41$;

$$k_{д2}=1+\frac{(0{,}26\cdot 8{,}8)^2}{5}(0{,}41)^2-\frac{(0{,}26\cdot 8{,}8)^2}{60}(0{,}41)^4=1{,}88.$$

11. Мощность потерь в обмотках

$$P_{об1}=R_{=1}\,k_{д1}\,k_T\,I_1^2=1{,}15\cdot 10^{-2}\cdot 1{,}58\cdot 1{,}4\,(5{,}8)^2=0{,}85\ \text{Вт}.$$

$$R_{=1}=\frac{w_1\,l_{об1}}{\gamma\,S_{пр1}}=\frac{17{,}7\cdot 6}{5{,}8\cdot 10^5\cdot 1{,}6\cdot 10^{-2}}=1{,}15\cdot 10^{-2}\ \text{Ом};$$

$$P_{об2}=R_{=2}\,k_{д2}\,k_T\,I_2^2=0{,}72\cdot 10^{-3}\cdot 1{,}88\cdot 1{,}4\,(43{,}5)^2=3{,}58\ \text{Вт},$$

$$R_{=2}=\frac{w_2\,l_{об2}}{\gamma\,S_{пр2}}=\frac{2{,}4\cdot 9{,}55}{5{,}8\cdot 10^5\cdot 6\cdot 10^{-2}}=0{,}72\cdot 10^{-3}\ \text{Ом}.$$

12. Общие потери, средние за время действия импульса напряжения.

$$\Delta P=P_м+P_{об}=4{,}41+(0{,}85+3{,}58)=8{,}84\ \text{Вт}.$$

5.8. Анализ искажений передаваемого во вторичную обмотку напряжения несинусоидальной формы

Эквивалентная схема трансформатора при различных частотах. Рассмотрим особенности работы трансформатора в общем случае, а именно в достаточно широком диапазоне частот питающего напряжения. При этом, естественно, работа трансформатора на фиксированной частоте может рассматриваться как частный случай общей задачи. С целью облегчения решения разобьем условно весь рабочий частотный диапазон на три интервала: низких, средних и высоких частот. Такой подход вытекает из факта возможности упрощения полной эквивалентной схемы трансформатора (см. рис. 5.4) в зависимости от конкретного значения частоты и, следовательно, упрощения ее математического описания и расчета.

При низкой частоте можно пренебречь падением напряжения на индуктивности рассеяния $L_s = L_{s1} + L'_{s2}$ и считать, что собственная емкость C'_0 трансформатора не шунтирует сопротивление нагрузки $R'_н$. Тогда эквивалентная схема трансформатора преобразуется к виду, представленному на рис. 5.10,*а*.

При увеличении частоты шунтирующее действие параллельной цепочки, составленной из $L_{1п}$ и $R_п$, уменьшается, и ее влиянием можно пренебречь, что позволяет произвести дальнейшее упрощение эквивалентной схемы (рис. 5.10,*б*). Действительно, если увеличение индуктивной составляющей сопротивления рассматриваемой цепочки, обусловленной $L_{1п}$, с повышением частоты не вызывает сомнений, то увеличение сопротивления потерь $R_п$ не столь очевидно. Полные потери в магнитопроводе $P_м$ можно вычислить по формуле $P_м = Af^{3/2}B^2_m$, где индукцию B_m при синусоидально изменяющемся поле определяют по общеизвестному выражению $B_m = U_1/4{,}44\ S_м w_1$. Или, поскольку для выбранного трансформатора $S_м$ и w_1 не изменяются, можно записать $B_m = A_1 U_1/f$. Тогда, учитывая, что $R_п = U^2_1/P_м$, получаем $R_п = A_2\sqrt{f}$. Это выражение подтверждает высказанную ранее мысль об увеличении $R_п$ с повышением частоты (или уменьшении $P_м$) при заданной конструкции трансформатора.

При дальнейшем возрастании частоты становится невозможным пренебречь влиянием падения напряжения на L_s, а также шунтирующим действием C'_0 и эквивалентная схема трансформатора принимает вид, изображенный на рис. 5.10,*в*.

Нетрудно видеть, что наиболее простой, с точки зрения анализа, является эквивалентная схема трансформатора, соответствующая среднему частотному диапазону.

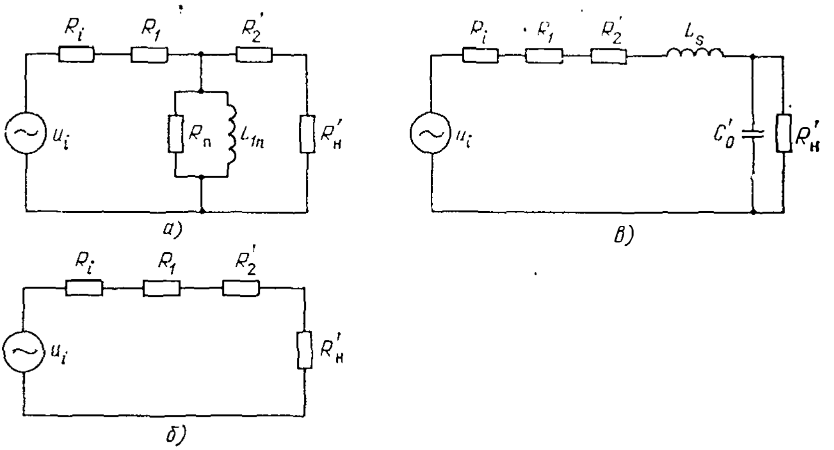


Рис. 5.10. Схемы замещения трансформатора для различных диапазонов частот: *а* — нижних; *б* — средних; *в* — высоких

Определение границ частотных диапазонов упрощенных схем. Следует отметить, что любая из упрощенных эквивалентных схем (рис. 5.10), характеризующая режим работы трансформатора, не однозначно определяется конкретным значением частоты, а является функцией его параметров, которые в свою очередь зависят от геометрии (конструкции) трансформатора и электромагнитных свойств использованных материалов. Поэтому два трансформатора, рассчитанные на одинаковые мощности и напряжения, могут передавать приложенное напряжение с различными искажениями в одном и том же диапазоне частот в зависимости от конкретного способа их исполнения.

Для дальнейшего анализа удобно использовать коэффициент передачи К, являющийся отношением приведенного напряжения на нагрузке к напряжению на входе трансформатора. Приведем выражения, определяющие К для каждой из упрощенных эквивалентных схем (или, иначе говоря, для условных частотных интервалов). Для низкочастотного (НЧ) диапазона

$$\text{К (НЧ)} = \frac{z_2 z_3 R'_{\text{н}}}{z_1 z_2 z_4 + z_1 z_3 z_4 + z_2 z_3 z_4 + z_1 z_2 z_3}, \tag{5.50}$$

где $z_1 = z'_2 + R'_{\text{н}}$; $z_2 = R_{\text{п}}$; $z_3 = j\omega L_{1n}$; $z_4 = R_1$ (R_1 включает и R_i).

Учитывая очевидные соотношения между параметрами трансформатора, а именно $R'_2 \ll R'_{\text{н}} \ll R_{\text{п}}$; $R_1 \ll R'_{\text{н}} \ll R_{\text{п}}$, выражение (5.50) можно упростить:

$$\text{К (НЧ)} \simeq \frac{j\omega L_{1n}}{R_1 + j\omega L_{1n}} = \frac{\omega L_{1n}(\omega L_{1n} + jR_1)}{R_1^2 + \omega^2 L_{1n}^2} = \frac{\omega L_{1n}}{\sqrt{R_1^2 + \omega^2 L_{1n}^2}} e^{j\varphi}.$$

Поскольку $R_1 \ll \omega L_{1n}$,

$$\text{К (НЧ)} \simeq e^{j\varphi}, \tag{5.51}$$

где $\varphi = \operatorname{arctg} R_1/\omega L_{1n} \simeq R_1/\omega L_{1n} \ll 1$.

Из (5.50) и (5.51) видно, что К является величиной комплексной, модуль которой характеризует изменение выходного напряжения в зависимости от частоты, а аргумент — фазовый сдвиг выходного напряжения по отношению к напряжению на входе трансформатора в функции частоты.

Таким образом, в НЧ-диапазоне у трансформатора практически отсутствуют фазовые ($\varphi \simeq 0$) и амплитудные $|\text{К(НЧ)}| \simeq 1$ искажения выходного напряжения. При этом величина выходного напряжения определяется коэффициентом трансформации $n = w_1/w_2$, т. е. $u_2 = u_1/n$.

Для диапазона средних частот (СЧ)

$$\text{К (СЧ)} = \frac{R'_{\text{н}}}{R_1 + R'_2 + R'_{\text{н}}} \simeq 1\,;\ \varphi \simeq 0.$$

Этот диапазон частот по своим передающим свойствам подобен диапазону НЧ.

И, наконец, для диапазона высоких частот (ВЧ)

$$\text{К (ВЧ)} = \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2 + z_1 z_3 + z_2 z_3}, \tag{5.52}$$

где $z_1 = R_1 + R'_2 + j\omega L_s$; $z_2 = -j/\omega C'_0$, $z_3 = R'_{\text{н}}$.

Выражение (5.52) можно упростить, приняв во внимание соотношение $z_1 \simeq j\omega L_s$. Тогда

$$\text{К (ВЧ)} = \frac{R'_{\text{н}}(1 - j\omega C'_0 R'_{\text{н}})}{R'_{\text{н}} + j\omega\left[(R'_{\text{н}})^2 C'_0(\omega^2 C'_0 L_s - 1) + L_s\right]},$$

или

$$\text{К (ВЧ)} = \frac{R_{\text{н}}(1 - j\omega C'_0 R'_{\text{н}})}{R'_{\text{н}} + j\omega\left[(R'_{\text{н}})^2 C'_0(\omega^2/\omega_0^2 - 1) + L_s\right]},$$

где $\omega_0 = 1/\sqrt{L_s C'_0}$ — резонансная частота контура, образованного L_s и C'_0 (последовательный резонанс).

При условиях $R'_н \ll 1/\omega C'_0$, $R'_н \gg \omega L_s$ и $\omega \ll \omega_0$,

$$К(ВЧ) = \left[1 + \frac{\omega^2 L_s^2}{(R'_н)^2}\right]^{-1/2} e^{j\varphi}. \qquad (5.53)$$

где $\varphi = \operatorname{arctg}(-\omega L_s/R'_н)$.

Из приведенных формул видно, что амплитуда выходного напряжения во всем диапазоне частот меньше, чем вычисленная по коэффициенту трансформации (за исключением случая резонанса между L_s и C'_0), а фаза выходного напряжения при $\omega < \omega_0$ имеет отрицательное значение, а при $\omega > \omega_0$ — положительное.

С принципиальной точки зрения трансформатор всегда может быть спроектирован так, чтобы его работа описывалась одной из наиболее простых эквивалентных схем (рис. 5.10,*а* или *б*). Однако во многих случаях такое решение не всегда оказывается оптимальным, например, с точки зрения его теплового режима, габаритов, массы, надежностных или других показателей, что является весьма немаловажным при проектировании.

В то же время представляет практический интерес, либо по измеренным параметрам готового трансформатора, либо по расчетным данным, заранее знать, в каком режиме последний будет работать. Для этого, очевидно, необходимо знать значения частот, разделяющих указанные ранее частотные интервалы.

В НЧ-диапазоне (рис. 5.10,*а*) сопротивление потерь в магнитопроводе не должно шунтировать реактивное сопротивление, обусловленное индуктивностью намагничивания L_{1n}, и в то же время сопротивление потерь не должно шунтировать цепь, составленную из R'_2 и $R'_н$ (или $R'_н$, учитывая, что $R'_н \gg R'_2$). Из этих двух условий вытекает следующее неравенство: $R'_н \ll \omega L_{1n} < R_п$. Учитывая, что $R_п = U_1^2/P_м$ и $R'_н = U_1^2/P$, а также с достаточной для практики точностью $\omega L_{1n} \geqslant 5R'_н$, будем иметь

$$L_{1n} < U_1^2/\omega P_м = 0{,}16 U_1^2/f P_м; \quad L_{1n} \geqslant 0{,}8 U_1^2/Pf$$

(P — выходная мощность трансформатора).

Тогда частоту, ограничивающую НЧ-диапазон, можно найти из неравенства

$$0{,}16 U_1^2/P_м L_{1n} > f \geqslant 0{,}8 U_1^2/P L_{1n}. \qquad (5.54)$$

Для установления верхней граничной частоты СЧ-диапазона (или соответственно нижней границы ВЧ-диапазона) необходимо исходить из условия $\omega L_s \ll R'_н$, т. е. пренебречь влиянием индуктивности рассеяния на коэффициент передачи. Если ограничиться погрешностью в вычислении u_2, не превышающей два процента (вполне приемлемой для практических расчетов), то это приведет к соотношению $5\omega L_s \leqslant R'_н$. Откуда $L_s \leqslant 3{,}2 \cdot 10^{-2} U_1^2/Pf$.

Принимая во внимание, что $R'_н = U_1^2/P$, получаем

$$f \leqslant \begin{cases} 3{,}2 \cdot 10^{-2}\, U_1^2/P L_s\,; & (5.55) \\ 3{,}2 \cdot 10^{-2}\, P/U_1^2 C'_0\,. & (5.56) \end{cases}$$

При приведенных выражениях можно установить, в частности, что $L_{1n}/L_s \geqslant 25\,(P/P_м \geqslant 25K^2)$.

Из сказанного также следует важный вывод, заключающийся в том, что при передаче гармонического напряжения с помощью трансформатора при отсутствии частотных искажений сигнала в заданном диапазоне частот необходимо на его параметры наложить следующие ограничения:

$$L_s \leqslant 3{,}2 \cdot 10^{-2} U_1^2 (P f_в)^{-1}; \quad L_{1n} \geqslant 0{,}8 U_1^2 (P f_н)^{-1}; \quad P/P_м \geqslant 25, \qquad (5.57)$$

где $f_н$, $f_в$ — нижняя и верхняя границы частотного диапазона.

Пример 5.6. Пусть трансформатор, выполненный на магнитопроводе ПЛ12,5×16-50 из сплава 50Н, имеет следующие данные: $L_{1n} = 0{,}8$ Гн; $U_1 = 100$ В; $P = 200$ Вт; $L_s = 2 \cdot 10^{-4}$ Гн. Найти диапазон частот, в котором не будет частотных искажений вторичного напряжения.

Нижняя граница частоты $f_н \geqslant 0{,}8U^2_1(PL_{1п})^{-1}=50$ Гц.

Верхняя граница частоты $f_в \leqslant 3{,}2\cdot10^{-2}U^2_1(PL_s)^{-1}=8000$ Гц.

Искажения при передаче несинусоидального напряжения произвольной формы. В преобразовательных устройствах часто возникает необходимость трансформировать в нагрузку несинусоидальное периодическое напряжение заданной формы. Следует сразу же отметить, что поставленная задача, строго говоря, неразрешима, т. е. без искажений невозможно передать периодический несинусоидальный сигнал через трансформатор. Это легко можно показать следующим образом. Если на входе трансформатора действует некоторое периодическое (но не гармоническое) напряжение $u_1(t)$, то его можно представить рядом Фурье

$$u_1(t)=\sum_{n=1}^{\infty} A_n \begin{pmatrix}\sin n\omega t\\ \cos n\omega t\end{pmatrix}.$$

Поскольку предполагается, что трансформатор является линейной системой, то напряжение на выходе $u_2(t)$ может быть представлено как суперпозиция действия отдельных составляющих $u_1(t)$. Тогда

$$u_2(t)=\sum_{n=1}^{\infty} B_n \begin{pmatrix}\sin n\omega t\\ \cos n\omega t\end{pmatrix}.$$

Сигналы u_1 и u_2 подобны только в том случае, если коэффициенты A_n и B_n пропорциональны друг другу, т. е. $B_n=КA_n$, где $К=\mathrm{const}$. Иначе говоря: решение задачи возможно при условии независимости от частоты коэффициента передачи трансформатора. Из соображений, приведенных на с. 140, следует, что коэффициент передачи является частотно-зависимой величиной. Поэтому принято говорить лишь о передаче рассматриваемого типа сигнала с минимально возможными искажениями.

Анализируя выражение для коэффициента передачи трансформатора, можно установить, что в принятых ранее условных диапазонах частот, названных диапазонами низких и средних частот, величина К практически остается постоянной. Границы указанных диапазонов частот устанавливают неравенства

$$0{,}8\,R'_н/L_1\leqslant f\leqslant\begin{cases}3{,}2\cdot10^{-2}\,R'_н/L_s;\\ 3{,}2\cdot10^{-2}/R'_нC_0.\end{cases}\qquad(5.58)$$

Верхняя граница частотного диапазона определяется, естественно, меньшим значением частоты, полученным из выражения правой части неравенства (5.58).

Поскольку реально используемые формы напряжения, разложенные в ряд Фурье, имеют убывающие с возрастанием n величины амплитуд высших гармоник, то целесообразно спроектировать трансформатор так, чтобы частотный диапазон (5.58) был возможно шире и в него уложилось бы наибольшее число гармоник с бо́льшими значениями амплитуд, которые в основном и определяют форму кривой напряжения на выходе трансформатора. Коэффициент частотных искажений, представляющий собой отношение действующего значения первой гармоники к действующему значению всей кривой напряжения:

$$К_и=U_1\left(\sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} U_к^2}\right)^{-1}.\qquad(5.59)$$

Зная коэффициент передачи трансформатора (для диапазона (5.58) он равен единице), нетрудно определить $К_и$ для входного и выходного напряжения:

$$К_{и.вх}=U_{1вх}\Bigg/\sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} U_{i\,вх}^2};$$

$$К_{и.вых}=U_{1вых}\Bigg/\sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} U_{i\,вых}^2}.$$

Поскольку постоянная составляющая через трансформатор не передается, то она не учитывается в выражениях, определяющих $K_{и.вых}$ и $K_{и.вх}$.

Для вычисления эффективных значений несинусоидальных периодических сигналов можно пользоваться следующим приемом. Практически всякую кривую можно представить как совокупность отрезков синусоид и прямых общего положения (табл. 5.5). Тогда

$$A_{эф} = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} A_{эф\,k}}\ ,$$

где $A_{эф\,k}$ берутся из табл. 5.5.

Пример 5.7. Найти эффективное значение для кривой, представленной на рис. 5.11 и описываемой уравнениями

$$y = \begin{cases} A_m\, t/T_1, & 0 \leqslant t \leqslant T_1\ ; \\ A_m\, t/T_2, & T_1 \leqslant t \leqslant T_2. \end{cases}$$

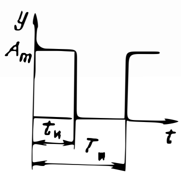
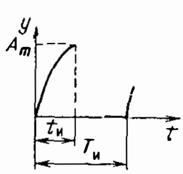
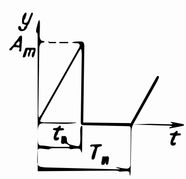
При этом $T_и = T_1 + T_2$. Второе выражение для y (на интервалах $T_1 \leqslant t \leqslant T_2$) определяет форму кривой на этом участке с переносом начала координат из точки T_1 в точку 0. Это сделано для простоты вычислений, поскольку выражения

$$y = A_m t/T_2 \text{ и } y = (A_m/T_2)(T_1 + T_2 - t) \text{ при } T_1 \leqslant t \leqslant T_2$$

дают одно и тоже эффективное значение. Можно показать, что для определе-

Таблица 5.5

Соотношения между эффективными и амплитудными значениями некоторых (наиболее употребительных) импульсных функций

Форма кривой	Аналитическое выражение	Эффективное значение за период $T_и$	Эффективное значение за время действия импульса
	$y = A_m,\ 0 \leqslant t \leqslant t_и$	$A_m \sqrt{t_и/T_и}$	A_m
	$y = A_m \sin \dfrac{\pi t}{2t_и},\ 0 \leqslant t \leqslant t_и$	$A_m \sqrt{t_и/2T_и}$	$\dfrac{A_m}{\sqrt{2}}$
	$y = A_m t/t_и,\ 0 \leqslant t \leqslant t_и$	$A_m \sqrt{t_и/3T_и}$	$\dfrac{A_m}{\sqrt{3}}$

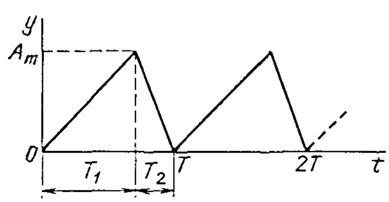


Рис. 5.11. Кривая периодического пилообразного напряжения, к примеру 5.7

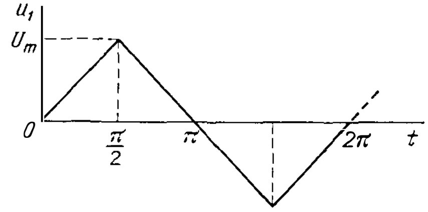


Рис. 5.12. Кривая периодического напряжения, к примеру 5.8

ния $A_{эф}$ необходимо знать только форму кривой, что и позволяет пользоваться данными табл. 5.5 для общего случая.

За время действия импульса

$$A_{эф} = A_m\sqrt{T_1/3T_и + T_2/3T_и} = A_m/\sqrt{3},$$

т. е. для пилообразного напряжения $A_{эф}$ не зависит от формы зубцов.

Заметим, что модуль коэффициента передачи $K \leqslant 1$ при приведении параметров трансформатора к первичным виткам. Учитывая это обстоятельство, преобразуем выражения для $K_{и.вых}$:

$$К_{и.вых} = U_{1\,вых}\left(\sum_{i=1}^{\infty} U_{i\,вых}^2\right)^{-1/2} = U_{1вх}\,К_1 \times$$

$$\times\left[\sum_{i=1}^{\infty}(К_i\,U_{i\,вх})^2\right]^{-1/2}.$$

Здесь учтено, что $|К_1| = U_{1вых}/U_{1вх}$.

Если трансформатор спроектирован так, что в некотором диапазоне частот, указанном в (5.58), укладывается m первых гармоник, т. е. для них коэффициент передачи равен единице, то полученное выражение преобразуется к виду

$$К_{и.вых} = U_{1\,вх}\left[\sum_{i=1}^{m} U_{i\,вх}^2 + \sum_{i=m+1}^{\infty}(К_i\,U_{i\,вх})^2\right]^{-1/2} > К_{и.вх}.$$

Практика показывает, что если $К_{и.вх}$ и $К_{и.вых}$ различаются на 1 ... 2% и менее, то кривая первичного напряжения передается во вторичную цепь практически без искажений.

Таким образом, проблема создания трансформаторов для передачи несинусоидальных напряжений сводится к проблеме возможного уменьшения паразитных параметров трансформатора, т. е. L_s и C_0. Эти вопросы освещены в гл. 2, 3. Необходимо отметить одну важную особенность рассматриваемых трансформаторов, которая заключается в том, что их габариты определяются не заданной мощностью и перегревом, которые в данном случае являются факторами второго порядка важности, а в основном возможностью получить необходимые значения L_s и C_0. Поэтому во многих случаях расчет производят в несколько этапов, представляющих собой итерационный процесс, целью которого является получение необходимых величин L_s и C_0.

Процедура расчета трансформаторов рассматриваемого типа может состоять в следующем: а) определяют величины L_s и C_0 исходя из ширины диапазона частот, в котором коэффициент передачи должен равняться единице. Или, наоборот, для имеющегося уже трансформатора (по известным L_s и C_0) находят значение верхней границы частотного диапазона; б) заданную кривую напряжения раскладывают в ряд Фурье и определяют число гармоник, которые лежат внутри найденного диапазона частот; в) вычисляют коэффициент передачи на частоте $f > f_в$; г) находят $К_{и.вых}$ и сравнивают его с $К_{и.вх}$. По степени совпадения значений этих коэффициентов делают вывод о пригодности трансформатора для заданных условий работы. При необходимости расчет повторяют.

Напомним основные выражения, позволяющие сделать предварительные вычисления. Для оценки L_s, Гн и C'_0 Ф, могут быть рекомендованы формулы (их вывод приведен в гл. 2 и 3):

$$L_s \leqslant 3{,}62\cdot 10^{-7}\sqrt{A}\,U_1^2\,V_{\text{м}}^{1/3}/(f^{1/4}P);$$

$$C'_0 \leqslant 1{,}26\cdot 10^{-11}\,V_{\text{м}}^{1/3}\left[3{,}2\,(w_2/w_1)^2+\left(1-\frac{w_2}{w_1}\right)^2 V_{\text{м}}^{1/3}\right].$$

(Значения и размерность величин, входящих в эти выражения, даны там же).

Модуль коэффициента передачи для $f>f_{\text{в}}$

$$|\text{К(ВЧ)}| = [1+\omega^2 L_s^2/(R'_{\text{н}})^2]^{-1/2}.$$

Для пояснения сказанного приведем следующий пример.

Пример 5.8. Определить параметры трансформатора, передающего в нагрузку напряжение, имеющее форму представленную на рис. 5.12. Исходные данные: мощность $P=200$ Вт; частота следования импульсов $f=400$ Гц; амплитуда первичного напряжения $U_{m1}=100$ В, вторичного 200 В.

1. Раскладываем первичное напряжение в ряд Фурье:

$$u_1=\frac{8U_m}{\pi^2}\sum_{n=1,3,5\ldots}^{\infty}(-1)^{\frac{n-1}{2}}\frac{1}{n^2}\sin n\omega t.$$

Поскольку амплитуды гармоник убывают достаточно быстро с увеличением номера гармоники, ограничим частотный диапазон, в котором К=1, пятой гармоникой, т. е. $f_{\text{в}}=2\cdot 10^3$ Гц.

2. Находим по (5.58) необходимые значения L_s и C'_0:

$$L_s \leqslant \frac{3{,}2\cdot 10^{-2}R'_{\text{н}}}{f_{\text{в}}} = \frac{3{,}2\cdot 10^{-2}U_{1m}^2}{3 f_{\text{в}} P} = 2{,}66\cdot 10^{-4}\ \text{Гн};$$

$$C'_0 \leqslant \frac{3{,}2\cdot 10^{-2}P\,3}{f_{\text{в}}\,U_{m1}^2} = 0{,}96\cdot 10^{-6}\ \Phi.$$

Здесь $U_{\text{эф}}=U_m/\sqrt{3}$.

Необходимые величины L_s и C'_0 получились такими, которые легко реализовать на трансформаторах обычного исполнения.

3. Вычисляем объем магнитопровода, на котором может быть выполнен заданный трансформатор (материал магнитопровода выбираем 50Н, т. е. $A=360$), тогда определим $V_{\text{м}}$ исходя из данных L_s и C'_0:

$$V_{\text{м}} = \left(\frac{L_s f^{1/4}P}{3{,}62\cdot 10^{-7}\sqrt{A}\,U_1^2}\right)^3 = 146{,}1\ \text{см};$$

$$V_{\text{м}} = \left(\frac{C'_0}{5{,}5\cdot 10^{-12}}\right)^{3/2} = 0{,}73\cdot 10^8\ \text{см}^3.$$

(Последнее выражение имеет оценочный характер.)

Выбираем меньший магнитопровод, так как на нем можно обеспечить меньшую собственную емкость, что, очевидно, только улучшит работу трансформатора. Эта емкость будет иметь порядок (гл. 3):

$$C'_0=1{,}26\cdot 10^{-11}V_{\text{м}}^{1/3}[3{,}2(w_2/w_1)^2+(1-w_2/w_1)^2V_{\text{м}}^{1/3}]=112\cdot 10^{-12}\ \Phi.$$

4. Находим коэффициент передачи на частотах $f>f_{\text{в}}$

$$\text{К}_i=\left[1+\left(\frac{n\,2\pi f_1 L_s}{R'_{\text{н}}}\right)^2\right]^{-1/2},\quad n\geqslant 7,\ f_1=400\ \text{Гц}.$$

Значения К_i для различных n приведены в табл. 5.6.

Таблица 5.6

К примеру 5.8

n	7	9	11	13	15	17
K_i	0,96	0,94	0,92	0,89	0,86	0,83

В результате

$$K_{\text{п.вых}} = \left[\sum_{1,3,\ldots}^{\infty} \left(\frac{U_{i\ \text{вх}} K_i}{U_{1\ \text{вх}} K_1} \right)^2 \right]^{-1/2} =$$

$$= \left[1 + \left(\frac{K_3}{9} \right)^2 + \left(\frac{K_5}{25} \right)^2 + \ldots \right]^{-1/2} = 0{,}99\ ;$$

$$K_{\text{п.вх}} = 4 \sqrt{6} / \pi^2 = 0{,}993.$$

Различие между $K_{\text{п.вх}}$ и $K_{\text{п.вых}}$ составляет примерно 1%. Это говорит о том, что пилообразный импульс будет иметь небольшие искажения на выходе трансформатора.

Пример 5.9. Определить, пригоден ли для передачи напряжения в форме меандра трансформатор, имеющий следующие значения паразитных параметров: $C'_0 = 2 \cdot 10^{-9}$ Ф, $L_s = 5 \cdot 10^{-3}$ Гн. Напряжение характеризуется параметрами: $U_m = 200$ В; $f = 400$ Гц; форма — меандр. Значение $R'_н = 200$ Ом.

1. Раскладываем питающее напряжение в ряд Фурье:

$$u = \frac{4\,U_m}{\pi} \sum_{n=1,3\ldots}^{\infty} \frac{1}{n} \sin n \omega t.$$

2. Находим верхнее значение частоты, при которой можно ожидать, что $K = 1$,

$$f_в = \begin{cases} 3{,}2 \cdot 10^{-2}\, R'_н / L_s = 1280 \text{ Гц}\ ; \\ 3{,}2 \cdot 10^{-2} / R'_н C'_0 = 80 \cdot 10^3 \text{ Гц}. \end{cases}$$

Следовательно, $f_в = 1280$ Гц и определяется значением L_s. В этот диапазон укладываются две первых гармоники ($n = 1{,}3$). При этом $f_0 = [2\pi \sqrt{L_s C'_0}]^{-1} = 5 \cdot 10^4$ Гц.

3. Вычисляем коэффициент передачи для гармоник, номера которых начинаются с пятой. Эти значения приведены в табл. 5.7.

4. Значения $K_и$ на входе и выходе трансформатора будут соответственно

$$K_{\text{и.вх}} = 2\sqrt{2}/\pi = 0{,}90;\quad K_{\text{и.вых}} = [1 + (1/3)^2 + (0{,}95/5)^2 + (0{,}92/7)^2 + \ldots] = 0{,}926.$$

Вторичное напряжение такого трансформатора будет иметь заметные искажения ($K_{\text{и.вх}}$ и $K_{\text{и.вых}}$) отличаются примерно на 3%. Поэтому, чтобы иметь лучшие результаты, необходимо подобрать трансформатор с меньшими значениями L_s и C'_0.

Таблица 5.7

n	5	7	9	11
K_i	0,95	0,92	0,87	0,82

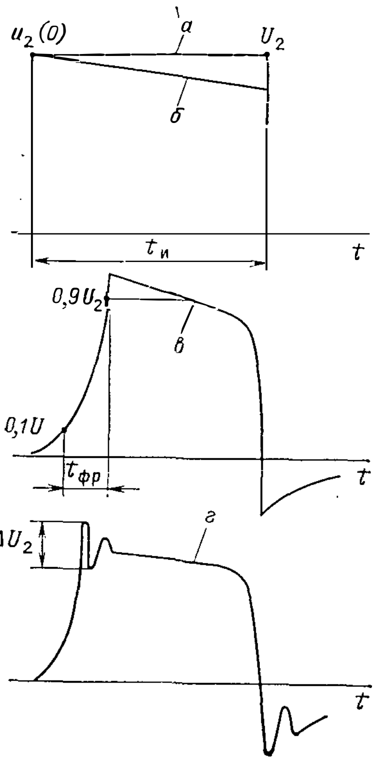


Рис. 5.13. Искажения импульсного напряжения прямоугольной формы при передаче его через трансформатор:

а — импульс напряжения прямоугольной формы без искажения; *б* — наклон спинки прямоугольного импульса; *в* — апериодические искажения на фронте импульса; *г* — колебательные искажения на фронте импульса

Искажения при передаче напряжения прямоугольной формы. Соотношения, приведенные в предыдущем разделе, имеют общий характер. При передаче часто встречающегося на практике прямоугольного напряжения, его допустимые искажения могут задаваться. Найдем связь искажений напряжения, имеющего форму меандра, с параметрами эквивалентной схемы трансформатора. Для этого воспользуемся эквивалентными схемами трансформатора, соответствующими низким и средним частотам разложения первичного напряжения в ряд Фурье.

На рис. 5.13 изображены искажения переданного во вторичную обмотку напряжения $u_2(t)$. Они содержат искажения на вершине импульса, проявляющиеся в наклоне его «спинки» (кривая *б* на рис. 5.13,*б*), искажения на фронте импульса (кривые *в*, *г* на рис. 5.13) и обратный выброс напряжения.

При низких частотах разложения в ряд Фурье, для которых справедлива схема рис. 5.10,*а*,

$$u_2' = U_1 \frac{R_н'}{R_н' + R_1} \left\{ \exp\left(-\frac{R_{э.н}\, t}{L_{1n}}\right) - \right.$$

$$\left. - \exp\left[-\frac{R_{э.н}}{L_{1n}}(t - t_и)\right]_{t>t_и} \right\},$$

где $R_{э.н} = R_1 R'_н (R_1 + R'_н)^{-1}$; сопротивление R_1 включает сопротивление первичной обмотки и сопротивление источника; $R'_н$ включает и сопротивление вторичной обмотки $R'_2 (R'_н \gg R'_2)$; U_1 — первичное напряжение; $t_и$ — длительность импульса. Величины фронта и среза импульса на вторичной обмотке трансформатора определяют при $t=0$ и $t=t_и$:

$$u_2(0) = U_1 \frac{R_н n}{R_1 + R_н n^2};$$

$$u_2(t_и) = U_1 \frac{R_н n}{R_1 + R_н n^2} \exp\left(-\frac{R_{э.н}}{L_{1n}} t_и\right).$$

Полученные выражения позволяют установить, что индуктивность L_{1n} влияет на наклон «спинки» импульса, т. е. на отношение

$$\frac{u_2(0)}{u_2(t_и)} = \Delta = \exp\left(\frac{R_{э.н}\, t_и}{L_{1n}}\right).$$

При заданном наклоне «спинки» импульса, т. е. при заданном значении Δ, необходимая индуктивность

$$L_{1n} \geqslant R_{э.н} t_и / \ln \Delta. \quad (5.60)$$

Индуктивность рассеяния L_s трансформатора влияет на крутизну фронта импульса. Соотношение между L_s и L_{1n}, обеспечивающее заданную крутизну фронта импульса, может быть получено из рассмотрения эквивалентной схемы рис. 5.10,*б*. При подаче на первичную обмотку трансформатора напряжения ступенчатой формы через промежуток времени $t=t_{фр}$ на нагрузке будет максимальное напряжение. При заданных $\alpha = R_1/R'_н$ и длительности фронта $t_{фр}$ отношение $\beta = L_s/L_{1n}$ определяют из трансцендентного уравнения

$$\frac{\tau}{\beta} = \ln \frac{(1+\alpha)^2}{\alpha\beta},$$

где $\tau = \dfrac{t_{фр}\, n^2 R_н (1+\alpha)}{L_{1n}}$.

Из полученного уравнения величину β можно найти, например, методом последовательных приближений. При этом в качестве первого приближения выбирают $L_{1n} \to \infty$, тогда

$$L_s \leqslant \frac{t_{фр}(n^2 R_н + R_1)}{n}. \quad (5.61)$$

С учетом выражения (5.60) получим

$$\beta = \frac{L_s}{L_{1n}} = \frac{t_{фр}}{t_и} \frac{n^2 R_н + R_1}{4R_{э.н}} \ln \Delta =$$

$$= \frac{t_{фр}(n^2 R_н + R_1)^2}{4\, t_и R_1 R_н n^2} \ln \Delta. \quad (5.62)$$

Практика показывает, что конструкция трансформатора получается относительно простой, если $\beta \geqslant 5 \cdot 10^{-3}$ (меньшее значение приводит к значительному удорожанию и усложнению конструкции). Исходя также из условия наилучшего согласования источника и нагрузки ($R'_н = R_1$), найдем

$$t_{фр} \approx \frac{t_и}{\ln \Delta}\, 5 \cdot 10^{-3}. \quad (5.63)$$

Совместное действие L_s и C'_0 проявляется в том, что на вершине импульса возникают высокочастотные колебания (кривая на рис. 5.13,*г*). Необходимые расчетные формулы для оценки допустимых значений C_0' можно получить из анализа схемы рис. 5.10,*в*. В зависимости от соотношения параметра L_s и C'_0 возможны колебательный, апериодический и критический режимы. Расчет трансформатора на апериодический режим нецелесообразен, так как при этом происходит значительное затягивание фронта импульса. Наибольшее напряжение на выводах вторичной обмотки появляется в колебательном режиме:

$$u'_{2\,max} = \frac{U_1 R'_н}{R'_н + R_1} [1 + \exp(-bt_0)],$$

где $b = R_1/2L_s + 1/2R'_н C'_0$; $t_0 = \pi/\omega_0$;

$$\omega_0 = \frac{1}{2 R'_н L_s C'_0} \sqrt{4 R'_н L_s C'_0 (R_1 + R'_н) - (R_1 R'_н C'_0 + L_s)^2}.$$

Обозначим отношение максимально допустимого превышения напряжения на вторичной обмотке ΔU_2 к номинальному его значению через δ:

$$\frac{U_{2\,max} - U_2}{U_2} = \frac{\Delta U_2}{U_2} = \delta = \exp(-bt_0).$$

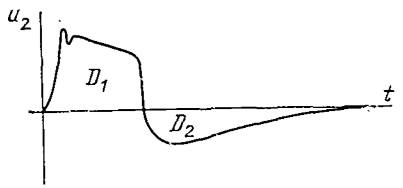


Рис. 5.14. Обратное напряжение

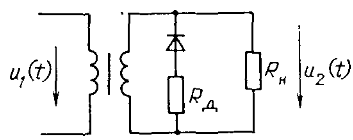


Рис. 5.15. Схема для уменьшения обратного напряжения

Тогда в первом приближении (при $R_1=0$)

$$C_0' = \frac{C_0}{n^2} \leqslant \frac{L_s}{4\left(R_н'\right)^2}\left[\left(\frac{\pi}{\ln\delta}\right)^2+1\right] = \frac{AL_s}{4\left(R_н'\right)^2}. \tag{5.64}$$

где $A=(\pi/\ln\delta)^2+1$. В общем случае (прн заданном R_1) допустимое значение собственной емкости, приведенной к первичным виткам,

$$C_0' \leqslant L_s\left(4R_1^2 R_н'\right)^{-1}\left[2R_н' + (2-A)R_1 - \right.$$
$$\left. -2\sqrt{\left(R_н'\right)^2 + (2-A)R_1R_н' + (1-A)R_1^2}\,\right]. \tag{5.65}$$

Таким образом, заданные допустимые искажения импульса Δ, $t_{фр}$, δ определяются параметрами трансформатора L_{1n}, L_s, C_0.

Во время паузы между импульсамн происходнт рассеяние энергии, запасенной в индуктивностях (главным образом в индуктивности L_{1n}) трансформатора, проявляющееся в появлении обратного напряжения (см. кривые *в*, *г* на рис. 5.13). Так как за период действия одного импульса индукция сначала нарастает, а затем, спадая, возвращается к исходному значению, то

$$\int_0^{t_и} u_2(t)\,dt = \int_{B(0)}^{B(t_и)} wS\,dB = 0.$$

Площадь, ограниченная кривой напряжения, должна быть равна нулю. Следовательно, площадь D_2, ограниченная крнвой обратного напряжения и осью времени, должна быть равна площади D_1 выходного напряжения (рис. 5.14).

Максимальное значение обратного напряжения можно найти из эквивалентной схемы рис. 5.10,а. Оно зависит от индуктивности намагничивания L_{1n} и параметров нагрузки. Для уменьшения амплитуды обратного напряжения (при этом увеличивается длительность его действия) необходнмо, чтобы отношение $L_{1n}/R_н$ было максимальным (индуктивность L_{1n} должна быть возможно большей, а $R_н$ возможно меньшим). Предельно допустимое значение L_{1n} ограничивается заданным β, поэтому основной мерой уменьшення амплитуды обратного импульса является применение нагрузки с малым $R_н$. При больших сопротивлениях нагрузки на выходе импульсного трансформатора включают резнстор с малым добавочным сопротивлением $R_д$, резистор соединен последовательно со срезающим диодом (рис. 5.15).

5.9. Расчет трехфазных трансформаторов

Расчет трехфазных трансформаторов с трехстержневыми нормализованными магнитопроводами ведут на основе обработкн статистических данных уже изготовленных трехфазных трансформаторов. В табл. 5.8 (для частоты 50 Гц) н 5.9 (для частоты 400 Гц) приведены рекомендуемые типоразмеры магнитопроводов и все необходимые для дальнейших расчетов параметры: магнитная индукция, относительное значение тока холостого хода ($I_{1х.х}/I_1$), КПД, плотность тока и падения напряжения в обмотках, соответствующие заданной выходной мощнос-

Таблица 5.8

Параметры трехфазных трансформаторов при частоте $f=50$ Гц

Магнитопровод	Выходная мощность ΣP_2, Вт	Магнитная индукция B_m, Тл	Ток холостого хода $I_{х.х}$, %	КПД η, %	Плотность тока, J, А/мм	Падение напряжения на обмотках ΔU_1	ΔU_2
ТЛ12,5×20-25	25	1,5	42	74	4,0	6,3	7,5
ТЛ12,5×20-29	30	1,5	41	75	4,0	6,1	7,3
ТЛ12,5×20-33	35	1,5	40	76	4,0	5,8	7,0
ТЛ12,5×20-38,5	40	1,5	39	77	4,0	5,6	6,7
ТЛ12,5×20-44	45	1,5	38	78	4,0	5,35	6,4
ТЛ16×25-32	63	1,5	37	78	3,5	4,95	5,95
ТЛ16×25-37	72	1,5	36	79	3,45	4,80	5,75
ТЛ16×25-42	81	1,5	35	80	3,40	4,65	5,60
ТЛ16×25-49	93	1,5	34	81	3,35	4,50	5,40
ТЛ16×25-56	105	1,5	33	82	3,30	4,35	5,20
ТЛ20×32-40	142	1,5	32	82	2,90	3,54	4,25
ТЛ20×32-47	170	1,5	31	83	2,85	3,46	4,10
ТЛ20×32-54	190	1,5	30	84	2,80	3,40	4,06
ТЛ20×32-62	218	1,5	29	85	2,75	3,30	3,98
ТЛ20×32-70	255	1,5	28	86	2,70	3,23	3,88
ТЛ25×40-50	325	1,45	26	86	2,50	2,52	3,02
ТЛ25×40-58	375	1,45	25	87	2,45	2,44	2,92
ТЛ25×40-66	420	1,45	24	88	2,40	2,36	2,86
ТЛ25×40-77	480	1,45	23	89	2,35	2,28	2,74
ТЛ25×40-88	540	1,45	22	90	2,30	2,20	2,64
ТЛ32×40-64	680	1,4	20	91	2,25	1,97	2,36
ТЛ32×40-74	780	1,4	19	92	2,20	1,89	2,27
ТЛ32×40-84	880	1,4	18	93	2,15	1,81	2,17
ТЛ32×40-97	990	1,4	17	94	2,10	1,73	2,08
ТЛ32×40-110	1000	1,4	16	94	2,05	1,65	1,98

ти трехфазного трансформатора ($P_2=\sqrt{3}U_{2л}I_{2л}$). Дальнейший расчет трансформатора — определение числа витков, выбор проводов обмоток, вычисление мощности потерь в магнитопроводе и в обмотках, нахождение допустимого перегрева производят по методике, изложенной в § 5.5.

5.10. Параметры реакторов

Основным параметром реактора является его индуктивность. Индуктивность реактора, намотанного на замкнутый магнитопровод (а также индуктивность любой из обмоток трансформатора), с достаточной для практики точностью определяется по формуле

$$L=\mu_а w^2 S_м / l_м, \tag{5.66}$$

где $\mu_а$ — абсолютная магнитная проницаемость материала магнитопровода; w — число витков обмотки; $S_м$ — сечение магнитопровода; $l_м$ — длина средней линии магнитопровода.

В (5.66) пояснения требует выбор значения магнитной проницаемости $\mu_а$. Один из основных режимов работы электромагнитного элемента — работа при периодическом воздействии. По закону электромагнитной индукции

$$u_L=\frac{d\Psi}{dt}=\frac{w S_м\, dB}{dt}=\frac{w S_м\, dB}{dH}\frac{dH}{dt}=$$

$$=\frac{w^2 S_м}{l_м}\frac{dB}{dH}\frac{di}{dt}=\frac{w^2 S_м}{l_м}\mu_d\frac{di}{dt},$$

Таблица 5.9

Параметры трехфазных трансформаторов при частоте $f=400$ Гц

Магнитопровод	Выходная мощность ΣP_2, Вт	Магнитная индукция B_m, Тл	Ток холостого хода $I_{х.х}$, %	КПД η, %	Плотность тока J, А/мм	Падение напряжения на обмотках ΔU_1	ΔU_2
ТЛ6,5×10-16	19	1,4	67	71	5,0	2,88	3,40
ТЛ6,5×10-18	22	1,4	66	72	5,0	2,80	3,36
ТЛ6,5×10-20	25	1,4	65	73	5,0	2,75	3,30
ТЛ6,5×10-23	28	1,4	64	74	5,0	2,72	3,25
ТЛ6,5×10-26	32	1,4	63	75	5,0	2,68	3,21
ТЛ8×12,5-18	40	1,4	62	75	5,0	2,52	3,02
ТЛ8×12,5-21	45	1,4	61	76	5,0	2,48	2,98
ТЛ8×12,5-24	50	1,4	60	77	5,0	2,44	2,92
ТЛ8×12,5-28	57	1,4	59	78	5,0	2,40	2,88
ТЛ8×12,5-32	64	1,4	58	79	5,0	2,36	2,83
ТЛ10×16-20	85	1,4	50	79	5,0	1,73	2,08
ТЛ10×16-23	97	1,4	48	80	4,9	1,69	2,03
ТЛ10×16-26	110	1,4	46	81	4,8	1,65	1,98
ТЛ10×16-31	125	1,4	44	82	4,7	1,61	1,93
ТЛ10×16-36	140	1,4	42	83	4,6	1,57	1,89
ТП12,5×20-25	180	1,32	32	83	4,2	1,18	1,42
ТЛ12,5×20-29	205	1,32	31	84	4,1	1,14	1,37
ТЛ12,5×20-33	230	1,32	30	85	4,0	1,10	1,32
ТЛ12,5×20-38,5	260	1,32	29	86	3,9	1,06	1,27
ТЛ12,5×20-44	295	1,32	28	87	3,8	1,02	1,23
ТЛ16×25-32	380	1,13	23	87	3,2	0,825	0,990
ТЛ16×25-37	440	1,13	22	88	3,1	0,795	0,955
ТЛ16×25-42	500	1,13	21	89	3,0	0,765	0,912
ТЛ16×25-49	570	1,13	20	90	2,9	0,733	0,877
ТЛ16×25-56	640	1,13	19	91	2,8	0,710	0,850
ТЛ20×32-40	740	0,96	18	91	2,40	0,607	0,730
ТЛ20×32-47	850	0,96	17	92	2,35	0,584	0,700
ТЛ20×32-54	960	0,96	16	93	2,30	0,560	0,670
ТЛ20×32-62	1100	0,96	15	94	2,25	0,535	0,644
ТЛ20×32-70	1250	0,96	14	95	2,20	0,512	0,596
ТЛ25×40-50	1400	0,81	11	94	2,10	0,472	0,568
ТЛ25×40-58	1575	0,81	10	95	2,05	0,457	0,550
ТЛ25×40-66	1750	0,81	9	96	2,00	0,441	0,532
ТЛ25×40-77	1950	0,81	8	96	1,95	0,426	0,510
ТЛ25×40-88	2200	0,81	7	96	1,90	0,410	0,492
ТЛ32×40-64	2400	0,73	8	95	1,85	0,418	0,502
ТЛ32×40-74	2750	0,73	9	95	1,80	0,410	0,492
ТЛ32×40-84	3100	0,73	8	96	1,75	0,402	0,484
ТЛ32×40-97	3500	0,73	8	96	1,70	0,394	0,473
ТЛ32×40-110	4000	0,73	7	96	1,60	0,389	0,463

т. е. напряжение на обмотке

$$u_L = \frac{d\Psi}{dt} = L_d \frac{di}{dt},$$

где L_d — динамическая индуктивность; $\mu_d = \frac{dB}{dH}$ — динамическая (дифференциальная) магнитная проницаемость; Ψ — потокосцепление; B — магнитная индукция; H — соответствующая ей по кривой намагничивания напряженность магнитного поля. Так как за цикл перемагничивания дифференциальная магнитная проницаемость $\mu_а = dB/dH$ принимает различные значения, то вместо $\mu_а$ подставляют среднее за цикл перемагничивания значение, равное

$$\left.\frac{dB}{dH}\right|_{ср} = \left| \frac{\int\limits_{B_m}^{-B_m} \frac{dB}{dH}\, dH}{H_m - (-H_m)} \right| = \left| \frac{-2B_m}{2H_m} \right| = \frac{B_m}{H_m} = \mu_{а.ст}.$$

Здесь под H_m понимают наибольшее по петле гистерезиса эффективное значение напряженности магнитного поля (так как кривые намагничивания, приводимые в ГОСТах и справочниках, изображаются как зависимости амплитуды магнитной индукции B_m от эффективного значения напряженности магнитного поля H_m). При этом B_m находят как среднее по сечению магнитопровода значение магнитной индукции $B_m = U_m/\omega w S_м$, $H_{эф} = I l_м / w$ (I — действующее значение тока, $\omega = 2\pi f$).

Таким образом, при периодическом перемагничивании магнитная проницаемость материала магнитопровода определяется как статическая из кривой намагничивания $B_m(H_{эф})$, снятой при той частоте (или близкой к ней), на которой происходит перемагничивание ($\mu_{а.ст} \sim \mathrm{tg}\, \alpha_2$, рис. 5.16). Заметим, что при периодическом перемагничивании кроме намагничивания магнитопровода необходимо считаться с потерями в нем. Схемы, учитывающие явления в магнитопроводе, приведены на рис. 5.17,*а*,*б*.

На рис. 5.17,*б* изображена схема катушки с магнитопроводом, эквивалентная схеме рис. 5.17,*а*. Индуктивность $L_э$ схемы рис. 5.17,*б* меньше индуктивности L схемы рис. 5.17,*а*. Действительно,

$$\omega L_э = \frac{1/\omega L}{1/\omega^2 L^2 + 1/R_п^2} = \frac{\omega L R_п^2}{R_п^2 + \omega^2 L^2}; \quad L_э = \frac{L}{1 + \omega^2 L^2 / R_п^2}.$$

Магнитная проницаемость $\mu_{а.ст} \sim \mathrm{tg}\, \alpha_2$, о которой говорилось выше, определяет индуктивность $L_э$. При добротности $Q \geqslant 5$, $u_L \approx L_э di/dt$. Если проектировщик не располагает зависимостью $B(H)$ магнитного материала, снятой на заданной частоте, из которой можно было бы непосредственно найти $\mu_{а.ст}$, то ее можно найти расчетным путем.

Для схемы рис. 5.17,*а* ток в обмотке $i = i_р + i_а$, где $i_р$ — реактивная составляющая общего тока; i — ток намагничивания; $i_а$ — активная составляющая обще-

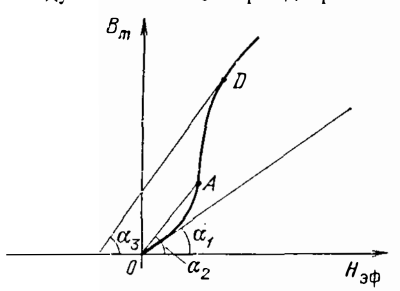


Рис. 5.16. Кривая намагничивания

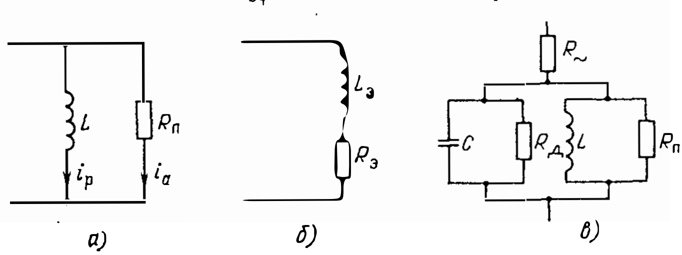


Рис. 5.17. Эквивалентные схемы реактора:

а — параллельная; *б* — последовательная; *в* — учитывающая параметры изоляции; L — индуктивность реактора; $R_п$ — сопротивление, учитывающее потери в магнитопроводе; $L_э$, $R_э$ — эквивалентные параметры при замене параллельной схемы реактора последовательной; C — емкость обмотки реактора; $R_д$ — сопротивление, учитывающее потери в изоляции го тока. При заданной кривой $B(H)$, снятой на постоянном токе или при частоте 50 Гц, по заданному значению магнитной индукции ($B_m = U_m/\omega w S_м$) можно определить значение напряженности магнитного поля $H_р$, соответствующее току $i_р$. При известной мощности потерь $P_м$ в магнитопроводе (см. гл. 4) $I_а = P_м/U$. Составляющая напряженности магнитного поля, соответствующая току $I_а$, $H_а = I_а w/l_м$. Действительное значение напряженности магнитного поля $H_{эф} = \sqrt{H_р^2 + H_а^2}$, значение $\mu_{а.ст} = B_m/H_{эф}$.

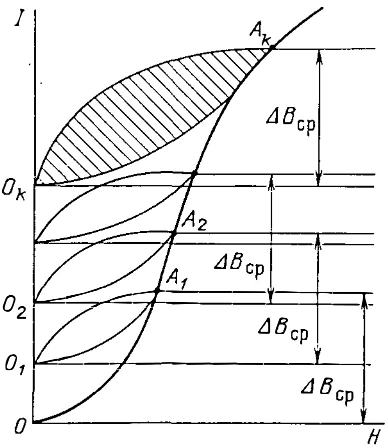
В слабых полях (при $B_m < 0{,}05$ Тл или при $H < H_с$, где $H_с$ — коэрцитивная сила) магнитная проницаемость примерно равна начальной магнитной проницаемости. Для ферритов и магнитодиэлектриков ее значение дается в ГОСТах и ТУ, для сталей и сплавов ее можно определить по кривой намагничивания ($\mu_{а.нач} \sim \sim \operatorname{tg} \alpha_1$, см. рис. 5.16).

В реакторах фильтров с наложенным большим постоянным и слабым переменным магнитным полем магнитная проницаемость $\mu_а \sim \operatorname{tg} \alpha_3$, рис. 5.16 (точка D на кривой $B(H)$) характеризует намагничивание материала при постоянном токе).

Покажем теперь, как определить магнитную проницаемость материала магнитопровода в импульсном режиме. Рассмотрим вначале намагничивание магнитопровода при воздействии на первичную обмотку повторяющихся прямоугольных импульсов напряжения. Пусть перед первым импульсом магнитопровод находится в полностью размагниченном состоянии. За время действия импульса среднее по сечению магнитопровода значение магнитной индукции получит приращение

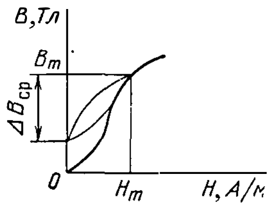
$$\Delta B_{ср} = \frac{1}{w_1 S_м} \int_0^{t_и} u_1(t)\, dt = \frac{U_0 t_и}{w_1 S_м}\ .$$

При этом точка, характеризующая магнитное состояние магнитопровода (рис. 5.18), переместится по начальной кривой намагничивания и достигнет положения A_1. За время паузы магнитопровод размагнитится по кривой A_1O_1, представляющей собой «спинку» соответствующей гистерезисной петли. За время второго импульса магнитопровод намагничивается по кривой O_1A_2, во время второй паузы размагничивается по кривой A_2O_2. Так будет происходить до тех пор, пока при каждом последующем намагничивании магнитное состояние магнитопровода будет характеризоваться одной и той же точкой A_k. В этом случае перемагничивание магнитопровода будет происходить по стационарной петле частного цикла, для которой $B_m — B_r = \Delta B_{ср}$ (значение B_m соответствует точке A_k, значение B_r — точке O_k на рис. 5.18).



← Рис. 5.18. Импульсное намагничивание магнитопровода при однополярных импульсах напряжения

Рис. 5.19. Намагничивание магнитопровода при импульсах тока



Магнитную проницаемость при импульсном намагничивании найдем из стационарной петли частного цикла:

$$\mu_a = \mu_\Delta = \Delta B_{cp}/H_m. \tag{5.67}$$

Определение величины H_m (точка A_k на рис. 5.18) представляет известные трудности. Ее можно было бы найти из семейства гистерезисных петель для данного магнитного материала (подбирается такая петля, для которой $B_m - B_r = \Delta B_{cp}$), однако такие данные у проектировщика обычно отсутствуют. Возможен расчетный путь, если удастся аналитически связать B_m и B_r. Из многих способов аналитического описания гистерезисных петель выберем аппроксимацию вида

$$B = B_s \operatorname{th} \frac{H \pm H_c}{H_c},$$

знак «+» соответствует нисходящей ветви гистерезисной петли, знак «—» — восходящей ветви; B_s — индукция насыщения. Известно, что гистерезисные петли для различных значений B_m в линейной части кривой намагничивания приблизительно подобны, поэтому при $H=0$

$$B_r = B_m \operatorname{th} 1 = B_m \frac{e^2 - 1}{e^2 + 1} = 0{,}76\, B_m.$$

Так как $B_m = B_r + \Delta B_{cp}$ (на рис. 5.18 точка O_k соответствует значению B_r, точка $A_k - B_m$), то $\Delta B_{cp} = B_m - B_r = B_m - 0{,}76 B_m = 0{,}24 B_m$;

$$B_m = \frac{\Delta B_{cp}}{0{,}24} \approx 4\,\Delta B_{cp}. \tag{5.68}$$

Формула (5.68) справедлива для магнитопроводов из сталей и сплавов в линейной части кривой намагничивания и вследствие приближенности аппроксимации также является приближенной.

При воздействии на обмотку реактора импульса тока стационарная петля частного цикла устанавливается сразу. При этом магнитная проницаемость

$$\mu_\Delta = 0{,}24\, B_m/H_m, \tag{5.69}$$

где H_m — напряженность магнитного поля, соответствующая максимуму в кривой тока $i(t)$; $0{,}24\ B_m$ — приращение магнитной индукции за время действия импульса (рис. 5.19).

Пример 5.10. Определить μ_Δ при импульсном намагничивании прямоугольными импульсами ($U_и = 100$ В; $t_и = 50$ мкс) магнитопровода трансформатора: $w_1 = 100$; $S_м = 5$ см^2; магнитный материал — сплав 79НМ. Сопротивление нагрузки и параметры вторичной обмотки таковы, что размагничивание магнитопровода во время паузы закончится.

Находим

$$\Delta B_{cp} = \frac{U_0 t_и}{w_1 S_м} = \frac{100 \cdot 50 \cdot 10^{-6}}{100 \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = 0{,}1\ \text{Тл};\ B_m \approx 0{,}4\ \text{Тл}.$$

По кривой намагничивания $H_m = 14$ А/м;

$$\mu_\Delta = \Delta B_{cp}/H_м = 0{,}1/14 = 0{,}007\ \text{Гн/м};\ \mu_r = \mu_\Delta/\mu_0 = 7 \cdot 10^{-3}/4\pi \cdot 10^{-7} = 5600.$$

Величина μ_Δ зависит прямо пропорционально от разности $B_m - B_r$, поэтому для магнитопровода импульсных трансформаторов стараются применять материалы с бóльшим значением $B_m - B_r$, например марганцово-цинковые ферриты. В табл. 5.10 приведены электромагнитные параметры ферритов для импульсных трансформаторов. Часто с целью снижения B_r магнитопровод делают с небольшим воздушным зазором $\delta = (0{,}001 \ldots 0{,}0001)\ l_м$ или создают размагничивающее поле с напряженностью H, равной коэрцитивной силе H_c.

Кроме индуктивности реактор характеризуют и другие параметры. Как и трансформатор, реактор обладает емкостью. Эквивалентная емкость реактора (см. рис. 5.17,*в*), обусловлена емкостями обмотки относительно магнитопровода,

Таблица 5.10

Электромагнитные параметры ферритов для импульсных трансформаторов

Марка феррита	Рекомендуемый режим работы			$\mu_{и}$ при $H_{и.\ опт}$, $t_{и}=3$ мкс, $f=5$ кГц
	$H_{и.\ опт}$, А/м	f, не более, МГц	$t_{и}$, не менее, мкс	
1500НМ1	80	0,1	1,0	1700
1000НМ3	80	0,1	1,0	1400
1100НМИ	80	0,1	1,0	1100
1000НКИ	65	1,0	0,1	1000
350ННИ	80	1,0	0,1	360
300ННИ	80...240	1,0	0,1	300
3000ННИ1	65	1,0	0,1	300
450ННИ	—	0,3	0,4	550

корпуса между отдельными слоями обмотки и витками. (Подробно о расчете емкостей обмоток и приведении их к эквивалентным см. гл. 3.)

При высокой частоте периодического воздействия в магнитопроводе реактора возникают значительные потери мощности ($P_м$). Метод расчета потерь дан в гл. 4. В эквивалентной схеме реактора они учитываются сопротивлением $R_п=U^2/P_м$ (U — действующее значение напряжения на реакторе). Как указывалось в гл. 4, при больших скоростях изменения электромагнитных возмущений (напряжений и токов) в проводниках обмотки происходит вытеснение тока к поверхности проводника. Если сечение проводника уменьшается, его сопротивление увеличивается (сопротивление обмотки с учетом добавочных потерь на рис. 5.17,*в* обозначено $R_{\smile}$), а индуктивность — уменьшается. Это уменьшение зависит от конструкции обмотки и выбранного провода.

Индуктивность обмотки, намотанной ленточным проводником, практически не меняется. Рассмотрим индуктивность витка из ленты прямоугольного сечения на низкой и высокой частотах. При этом будем считать, что ширина ленты b значительно больше ее толщины $a(b \gg a)$. Формулы, определяющие индуктивность витка на низкой ($L_н$) и высокой ($L_в$) частотах, соответственно имеют вид:

$$L_н=\mu_0 R\left(\ln\frac{8R}{a+b}-\frac{1}{2}\right)\approx \mu_0 R\left(\ln\frac{8R}{b}-\frac{1}{2}\right);$$

$$L_в=\mu_0 R\left(\ln\frac{8R}{g}-2\right),$$

где R — радиус витка; g — среднее геометрическое расстояние периметра поперечного сечения ленты от самого себя. При условии $b \gg a$ величина $g \approx 0{,}223\,b$, тогда

$$L_в=\mu_0 R[\ln(8R/b)-2-\ln g]=\mu_0 R[\ln(8R/b)-0{,}4998],$$

что практически совпадает с формулой для $L_н$ (поскольку вытеснение тока происходит не в радиальном, а в осевом направлении сечения ленты).

В однослойных и одновитковых обмотках реакторов, намотанных круглым или прямоугольным проводом, уменьшение индуктивности с ростом частоты незначительно. Это объясняется тем, что перераспределение тока по сечению проводника мало изменяет картину магнитного поля во внешнем по отношению к проводнику пространстве, которое в основном и определяет индуктивность системы.

В многослойных обмотках магнитный поток, проходящий в области непосредственно занятой обмоткой, составляет заметную часть по сравнению с общим потоком. Поэтому размагничивающее действие вихревых токов, возникающих в проводниках обмотки на повышенной частоте, существенным образом уменьшает магнитный поток обмотки и, следовательно, ее индуктивность. Изменение индуктивности от частоты можно оценить по формулам:

для низкой частоты ($\lambda > r$)

$$L_{н} = L_0 [1 - (1/15)(r/\lambda)^4];$$

для высокой частоты ($\lambda < r$)

$$L_{в} = L_0 (\lambda/2r)(1 + 1/2m^2),$$

где L_0 — индуктивность многослойной обмотки на частоте $f=0$; λ — длина электромагнитной волны (при синусоидальном токе $\lambda = 2\sqrt{\pi}/\sqrt{f\mu_а\gamma}$); r — радиус провода; m — число слоев обмотки.

Энергия, которую может накопить реактор в любой момент времени,

$$W_{м} = Li^2/2;$$

ее максимальное значение $W_{м\,\max} = LI^2_m/2 = LI^2$, где I_m — амплитудное и I — эффективное значения переменного тока за время его действия. Если по обмотке реактора протекает ток, имеющий переменную (I) и постоянную составляющие (I_0), то энергоемкость реактора

$$W = L(I^2 + I^2_0). \tag{5.70}$$

Под добротностью реактора понимают отношение реактивной энергии, запасенной в нем, к энергии потерь; или реактивной составляющей полного сопротивления реактора к активной его части. Согласно эквивалентной схеме реактора (рис. 5.17,*в*) добротность реактора

$$Q = Q_{об}\left[(1 - \omega^2 LC) + \frac{1}{1 - \omega^2 LC}\left(\frac{1}{Q_{м}} + \frac{1}{Q_{д}}\right)\left(Q_{об} + \frac{1}{Q_{м}} + \frac{1}{Q_{д}}\right)\right]^{-1},$$

где $Q_{об} = \omega L/R_{\sim}$ — добротность обмотки; $Q_{м} = R_{п}/\omega L$ — добротность магнитопровода; $Q_{д} = R_{д}/\omega L$ — добротность диэлектрика (изоляции); $R_{\sim}$; $R_{п}$; $R_{д}$ — соответственно сопротивление обмотки; сопротивление, учитывающее потери в магнитопроводе; сопротивление изоляции; С — собственная емкость реактора. Учитывая, что признаком правильного проектирования реактора является условие $\omega^2 LC \ll 1$ (рабочая частота должна быть значительно ниже частоты собственного резонанса, в противном случае не будет обеспечена заданная индуктивность), а также пренебрегая слагаемыми второго порядка малости $1/Q_{об}Q^2_{м}$ и $1/Q_{об}Q^2_{д}$, получаем

$$Q = (1/Q_{об} + 1/Q_{м} + 1/Q_{д})^{-1} \simeq (1/Q_{об} + 1/Q_{м})^{-1} = Q_{м}Q_{об}/Q_{м} + Q_{об},$$

так как обычно $Q_{д}$ значительно больше $Q_{об}$ и $Q_{м}$.

Анализ последних выражений позволяет сформулировать следующие выводы:

1. На добротность реактора существенно может влиять качество материала магнитопровода и изоляции.

2. Для снижения потерь в изоляции (увеличения $Q_{д}$) следует применять материалы с малыми значениями ε_r (относительной) диэлектрической проницаемости и $\operatorname{tg}\delta$ (тангенсом угла диэлектрических потерь).

3. Для увеличения $Q_{м}$ следует применять магнитные материалы с малыми потерями (ферриты и магнитодиэлектрики) или вообще исключать их, используя воздушные реакторы. Следует, однако, заметить, что выпуск в настоящее время магнитодиэлектриков, особенно больших размеров, даже утвержденных ГОСТами, весьма ограничен, и, в большинстве случаев, не позволяет реализовать на них заданные параметры реактора. Использование воздушных реакторов объясняется тем, что для реализации больших энергоемкостей необходимы габариты, значительно превышающие габариты реакторов с ферромагнитным магнитопроводом. Воздушные реакторы имеют существенное преимущество — независимость параметров реактора от протекающего по нему тока.

Чтобы улучшить добротность реакторов, изготовленных на магнитопроводах с низкой добротностью (на магнитопроводах, выполненных из различных марок сталей), в магнитопровод вводят немагнитный зазор (§ 5.11).

Аналогично тому, как это было сделано для трансформаторов, можно отыскать критерии подобия для реакторов с магнитопроводом. У реактора насчитывают девять основных параметров (п); $V_м$ — объем магнитопровода; см^3; W — энергоемкость, Вт·с; Q — добротность, величина безразмерная; ΔT — температура перегрева, °С; $\mu_а$ — абсолютная магнитная проницаемость магнитопровода, Вс/А·см; ρ — удельное сопротивление провода обмотки, Ом·см; f — частота, Гц; A — параметр, характеризующий потери в магнитопроводе. А·см/В·с; α — коэффициент теплоотдачи, Вт/см^2·°С. Число основных размерностей пять (k): см, °С, В, А, с. В соответствии с π-теоремой теории размерностей полная система критериев подобия состоит из четырех ($n—k=9—5$):

$$\Pi_1 = \frac{1}{A\,\mu_а \sqrt{f}}\,;\quad \Pi_2 = \frac{f\,\mu_а\,k_м\,V_м^{2/3}}{\rho}\,;$$

$$\Pi_3 = \frac{fW}{\alpha\Delta T\,V_м^{2/3}}\,;\quad \Pi_4 = \sqrt{\frac{A\rho}{k_м}}\;\frac{Q}{f^{1/4}\,V_м^{1/3}}\,,$$

где $k_м$ — коэффициент заполнения окна магнитопровода активным материалом (медью).

Из тех же соображений, которые были высказаны для трансформаторов, из критериев Π_1 ... Π_3 можно образовать обобщенный критериальный комплекс $D=\Pi_3/\sqrt{\Pi_1\Pi_2}$. Окончательно с учетом численных значений критериев, вычисленных исходя из параметров оптимальных реакторов, а также имея в виду, что $\rho^{1/2}\alpha^{-1}\approx 1$ (см. § 5.3), получаем

$$D_W = \sqrt{\frac{A}{k_м}}\;\frac{W f^{3/4}}{\Delta T V_м} \simeq 0{,}3\,; \tag{5.71}$$

$$D_Q = \sqrt{\frac{A}{k_м}}\;\frac{Q}{f^{1/4}\,V_м^{1/3}} \simeq 100\,; \tag{5.72}$$

$D_W=0{,}3$ есть среднее значение D_W (диапазон изменений $D_W=0{,}17 \dots 0{,}38$). Выражение D_Q получено из критерия подобия Π_4 с учетом удельного сопротивления меди.

5.11. Немагнитный зазор в магнитопроводах

Немагнитный зазор в магнитопроводах реакторов и трансформаторов вводится для различных целей.

1. Приближение нелинейной вебер-амперной характеристики магнитопровода ЭЭ к линейной. Как видно из рис. 5.20,*б* при одной и той же МДС, намагничивание магнитопровода без зазора характеризуется точкой A_1, расположенной в зоне насыщения, при наличии зазора — точкой A_2 на линейной части кривой намагничивания. В реакторе фильтра зазор уменьшает намагничивающее влияние постоянной составляющей тока.

Аналогичное действие оказывает зазор в магнитопроводах трансформаторов. Действительно, если, например, в выражении, описывающем кривую напряжения, содержится постоянная и переменная составляющие, т. е. $u=U_0+u_{\sim}=$ $=U_0+U_m\sin\omega t$, то постоянная составляющая тока I_0 в обмотке будет определяться только ее активным сопротивлением и вызываемый ею магнитный поток существенно зависит от величины зазора:

$$\Phi_0 = \frac{I_0\,w}{R_{м.м}+R_{м.з}} = \frac{I_0\,w}{l_м/\mu_а\,S_м + \delta/\mu_0\,S}\,, \tag{5.73}$$

где $l_м$ — длина средней линии магнитопровода; δ — длина зазора (рис. 5.20,*а*);

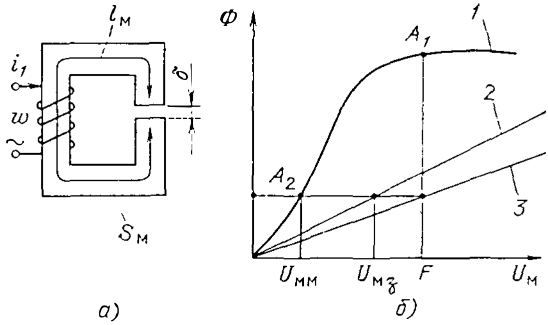


Рис. 5.20. Магнитопровод с зазором:

а — магнитная цепь; *б* — вебер-амперные характеристики: *1* — магнитопровода; *2* — немагнитного зазора; *3* — магнитопровода с зазором

$R_{м.з}$ — магнитное сопротивление зазора; $R_{м.м}$ — магнитное сопротивление магнитопровода.

2. Если напряжение, воздействующее на первичную обмотку трансформатора, имеет прямоугольную (или другую симметричную относительно оси абсцисс форму), то в силу неидентичности выходного каскада генераторного устройства, обусловленного разбросом параметров полупроводниковых приборов, положительные и отрицательные части напряжения оказываются несимметричными. В результате в первичной обмотке возникает несбалансированная постоянная составляющая намагничивающего тока, вызывающая в магнитопроводе постоянную составляющую магнитного потока. Подобное же явление наблюдается в трансформаторе со вторичной обмоткой со средней точкой при неполной симметрии полуобмоток. В обоих случаях постоянная составляющая магнитного потока гасится немагнитным зазором. Размер зазора нужно выбирать таким, чтобы удовлетворялись следующие два условия: 1) магнитное сопротивление зазора должно в значительной степени превосходить сопротивление магнитопровода (составить 70...90% общего сопротивления магнитной цепи); 2) индуктивность намагничивания при наличии зазора в магнитопроводе должна быть достаточной для обеспечения нормальной работы трансформатора. Математически эти условия выражаются следующим образом:

$$R_{м.з} \gg R_{м.м}; \quad \omega L_{1n} = (5 \ldots 10) R'_н, \tag{5.74}$$

где L_{1n} — индуктивность намагничивания; $R'_н$ — сопротивление нагрузки, приведенное по виткам к первичной обмотке.

3. При необходимости изготовить реактор с малой индуктивностью, но со значительным током в обмотке, чтобы разместить обмотку, намотанную проводом большого сечения, используют магнитопровод с зазором. Индуктивность такого реактора

$$L = \frac{\Psi}{I} = \frac{I w^2}{(l_м/\mu_a S_м + \delta/\mu_0 S_м)\, I} =$$

$$= \frac{w^2 S_м}{l_м} \frac{\mu_0 l_м}{l_м/\mu_r + \delta} = \mu_э \frac{w^2 S_м}{l_м},$$

где

$$\mu_э = \frac{\mu_0}{1/\mu_r + \delta/l_м} = \frac{\mu_a}{1 + \mu_r \delta/l_м} \tag{5.75}$$

— эквивалентная абсолютная магнитная проницаемость реактора с зазором.

4. С помощью немагнитного зазора можно не только уменьшить, но и увеличить магнитную проницаемость. Действительно, при неизменной переменной со-

ставляющей магнитного потока $\Phi_{\sim}$ постоянную составляющую Φ_0 можно менять с помощью немагнитного зазора, при этом, как видно из рис. 5.21, динамическая магнитная проницаемость на частном симметричном цикле меняется; $\mu_{a2}<\mu_{a3}>\mu_{a4}$. (При этом эквивалентная проницаемость магнитопровода с зазором все-таки меньше любой магнитной проницаемости магнитопровода без зазора.)

5. Подбором немагнитного зазора можно уменьшить объем магнитопровода реактора. Действительно, энергоемкость реактора

$$LI^2=\frac{\mu_э S_м w^2}{l_м}\;\frac{H^2 l_м^2}{w^2}=\mu_э H^2 V_м,$$

откуда $V_м=LI^2/\mu_э H^2$.

В свою очередь зависимость $\mu_э(\delta)$ определяется формулой (5.75). Подбор такого зазора, при котором реактор обладает наибольшей индуктивностью, наибольшей добротностью и наименьшим объемом при заданной энергоемкости называют оптимизацией немагнитного зазора.

Расчет магнитной цепи с зазором можно производить исходя из следующих соотношений: по второму закону Кирхгофа для магнитной цепи (см. рис. 5.20,*а*)

$$F=U_{м.з}+U_{м.м};\quad F/l_м=H_з\delta/l_м+H_м.$$

Уравнение, связывающее $H_з$ и $H_м$ (напряженности магнитного поля в зазоре и в магнитопроводе), есть уравнение прямой линии вида

$$b=a_1x+a_2y;\quad (a_1=\delta/l_м;\ a_2=1).$$

При $H_з=0$ $H_м=F/l_м$; при $H_м=0$ $H_з=F/\delta$.

Так как $B_з=H_з\mu_0=\mu_0F/\delta$, то, проведя через точки μ_0F/δ и $F/l_м$ прямую (рис. 5.22) и находя ее точку пересечения с кривой $B(H)$ материала магнитопровода, определим искомые значения $B_м$ и $H_м$ в магнитопроводе.

Для наглядности индуктивность реактора с зазором на эквивалентной схеме можно представить параллельным соединением индуктивности, обусловленной магнитным потоком в магнитопроводе $L_м$ и индуктивностью, обусловленной потоком в зазоре $L_з$:

$$L=\frac{w^2}{l_м/\mu_a S_м+\delta/\mu_0 S_м}=\frac{1}{l_м/\mu_a S_м w^2+\delta/\mu_0 S_м w^2}=$$

$$=\frac{1}{1/L_м+1/L_з}=\frac{L_м L_з}{L_м+L_з}.$$

Как уже отмечалось, с помощью немагнитного зазора можно увеличить добротность реактора. Добротность реактора с магнитопроводом без зазора вычи-

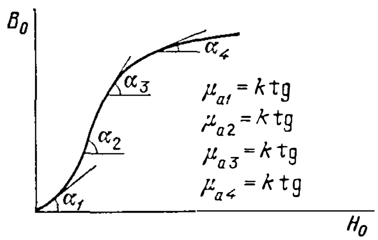


Рис. 5.21. Зависимость динамической магнитной проницаемости от подмагничивания

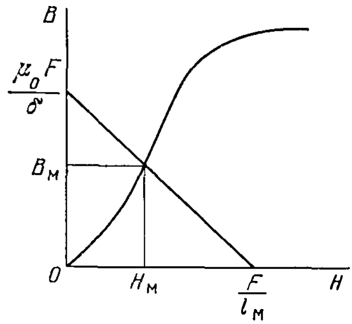


Рис. 5.22. Расчет магнитной цепи с зазором

сляют по (5.71). При наличии зазора индуктивность L уменьшается. Так как сопротивление $R_\sim$ не изменится, а сопротивление $R_п$ изменится незначительно, то наличие зазора приводит к увеличению добротности материала магнитопровода и уменьшению добротности обмотки во столько раз, во сколько уменьшится магнитная проницаемость μ_a, т. е.

$$Q'_м=Q_м(1+\mu_r\delta/l_м); \quad Q'_{об}=Q_{об}(1+\mu_r\delta/l_м)^{-1}; \quad Q'=Q'_м Q'_{об}/(Q'_м+Q'_{об}).$$

Наибольшую добротность Q'_{max} имеет система при некотором критическом значении немагнитного зазора $\delta_{кр}$, который определяют из условия $\partial Q'/dx=0$ при $x=\delta/l_м$:

$$\delta_{кр}=\frac{l_м}{\mu_r}\left(\sqrt{\frac{Q_{об}}{Q_м}}-1\right)\simeq\frac{l_м}{\mu_r}\sqrt{\frac{Q_{об}}{Q_м}}.$$

При этом $Q'_{max}=0{,}5\sqrt{Q_м Q_{об}}$.

При наличии подмагничивания, как нетрудно показать, максимум добротности соответствует максимуму индуктивности, который имеет место при оптимальном зазоре.

Ниже приведены методы расчета реакторов фильтров, реакторов переменного тока, коммутирующих реакторов. Реакторы фильтров работают при значительном подмагничивающем поле (B_0). Для них обычно $B_0>B$ (B — значение переменной составляющей магнитной индукции). Реакторы переменного тока, а также коммутирующие реакторы (реакторы, предназначенные для схем коммутации полупроводниковых преобразователей) работают при малом (или равном нулю) подмагничивающем поле и значительном переменном поле ($B_0\ll B$).

5.12. Расчет реакторов фильтров

При расчете реактора фильтра, по обмотке которого протекает значительная составляющая подмагничивающего тока, можно выделить два случая:

1) когда $I_0\gg I_\sim$ (переменная составляющая тока пренебрежимо мала); потерн мощности в магнитопроводе незначительны по сравнению с потерями в обмотке, т. е. практически рассчитывается реактор постоянного тока;

2) когда переменная составляющая тока в обмотке существенна; с потерями мощности в магнитопроводе нельзя не считаться.

Рассмотрим первый случай, а затем учтем особенности второго. Мощность потерь в реакторе постоянного тока

$$\Delta P=P_{об}=J^2 k_м \rho V_{об}, \tag{5.76}$$

где J — плотность тока в обмотке, А/см; $V_{об}$ — объем обмотки, приблизительно равный для нормализованных магнитопроводов $2V_м$ [см. (5.15)].

Потери также можно определить через допустимый заданный перегрев

$$\Delta P=\alpha\Delta T S_{охл}\approx 13\alpha\Delta T V_м^{2/3}, \tag{5.77}$$

где $S_{охл}$ — полная поверхность охлаждения реактора, приблизительно равная $13V_м^{2/3}$ [см. (5.16)].

При наличии немагнитного зазора δ эквивалентная относительная магнитная проницаемость магнитопровода

$$\mu_{эr}=\mu_a[\mu_0(1+\mu_r\delta/l_м)]^{-1}\approx l_м/\delta, \tag{5.78}$$

поскольку для применяемых в РЭА магнитопроводов и материалов $\mu_r\delta/l_м\gg 1$ ($l_м$ — длина средней линии магнитопровода).

Используя известное выражение для индуктивности, получаем

$$L=\mu_{эr}\mu_0 w^2\frac{S_м}{l_м}=\mu_{эr}\mu_0\frac{k_м^2 S_{ок}^2 J^2}{I_{эф}^2}\frac{S_м}{l_м}, \tag{5.79}$$

где $S_{ок}$, $S_м$ — площадь окна и сечение магнитопровода соответственно, см². Число витков найдено из условия заполнения окна магнитопровода обмоткой:

$wI_{эф}=k_м S_{ок} J$, где $I_{эф}$ — эффективное значение тока ($I_{эф}=\sqrt{I^2_0+I^2_\sim}$). Домножая и деля (5.79) на $S_м$ и учитывая, что $S_м S_{ок}=0{,}13\,V_м^{4/3}$ [см. (5.13)], получаем

$$L=\mu_{эг}\mu_0 k^2_м (J^{2/2} I_{эф})\, V_м^{5/3}\cdot 1{,}69\cdot 10^{-2}. \qquad (5.79а)$$

Приравнивая соотношения (5.76) и (5.77) и выражая из них J^2, а затем подставляя его в (5.79а) с учетом того, что $W=LI^2_{эф}$, находим эквивалентную магнитную проницаемость

$$\mu_{эг}=\frac{2\rho W}{13\cdot 1{,}69\cdot 10^{-2}\,\mu_0 k_м\,\alpha\Delta T\,V_м^{4/3}}\,.$$

Подставляя в полученное выражение известные значения постоянных ($\mu_0=4\cdot 10^{-9}$ Гн/см, $\rho=1{,}75\cdot 10^{-6}$ Ом·см, $k_м=0{,}25$) и производя необходимые вычисления, имеем

$$\mu_{эг}=5\cdot 10^3\,\frac{W}{\alpha\Delta T V_м^{4/3}}\,. \qquad (5.80)$$

Из соотношений (5.78) и (5.80) найдем искомое значение δ немагнитного зазора

$$\delta=l_м/\mu_{эг}=2\cdot 10^{-4}\alpha\Delta T\,V_м^{4/3} l_м/W. \qquad (5.81)$$

По заданному значению индуктивности из соотношения (5.79) определим число витков обмотки

$$w=\sqrt{Ll_м/\mu_0\mu_{эг}S_м}. \qquad (5.82)$$

Сечение провода $S_{пр}$ вычисляем по известным параметрам магнитопровода ($S_{ок}$) и числу витков w:

$$S_{пр}=k_м S_{ок}/w. \qquad (5.83)$$

После чего подбираем соответствующую марку провода.

Расчет теплового режима производим по методу, изложенному в гл. 9. При этом, так как нагрев реактора фильтра определяется в основном мощностью потерь в обмотке ($\Delta P=P_{об}$), тепловой расчет упрощается. Реактору фильтра соответствует тепловой режим Б (см. гл. 9). Тепловой поток, создаваемый потерями мощности в обмотке, проходит в окружающую среду двумя путями: одна часть $(1-n)P_{об}$ — через обмотку и магнитопровод, другая $nP_{об}$ — через обмотку и ее внешнюю поверхность. Наиболее нагретая точка находится внутри обмотки и ее перегрев

$$\Delta T_{max}=nP_{об}(nP^*_{об}+R_{об.о})=(1-n)P_{об}[(1-n)R^*_{об}+R_{об.м}+R_{м.о}],$$

где $n=\dfrac{R^*_{об}+R_{об.м}+R_{м.о}}{2R^*_{об}+R_{об.м}+R_{м.о}+R_{об.о}}$. В соответствии со сказанным в гл. 9, $R^*_{об}$ — тепловое сопротивление обмотки с распределенными источниками тепла; $R^*_{об}=a/2\lambda_{об}h_э l_{об}$ (a — толщина обмотки; $l_{об}$ — периметр среднего витка обмотки; $h_э=h/(1-0{,}72a/h)$ — эквивалентная высота обмотки, учитывающая увеличение теплоотдачи обмотки за счет ее торцовых поверхностей; h — действительная высота обмотки; $\lambda_{об}$ — коэффициент теплопроводности обмотки: $\lambda_{об}=(2\dots 4)\cdot 10^3$ Вт/(см·°С) для пропитанных обмоток, $\lambda_{об}=(1\dots 2)\cdot 10^{-3}$ Вт/(см×°С) для непропитанных обмоток), $R_{об.м}=\dfrac{1}{hl_{п.с}}\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{\Delta_i}{\lambda_i}$ — тепловое сопротивление промежутка между магнитопроводом и обмоткой ($l_{п.с}$ — периметр поперечного сечения магнитопровода; Δ_i — толщина i-й прослойки, имеющей коэффициент теплопроводности λ_i, значения λ_i приведены в гл. 9; n — число различных прослоек между обмоткой и магнитопроводом, например, гильза, воздушная прослойка, изоляция между проводом и гильзой; $R_{м.о}=\dfrac{1}{\alpha S_{охл.м}}$ и $R_{об.о}=$

$= \dfrac{1}{\alpha S_{\text{охл.об}}}$ — тепловые сопротивления для границ: магнитопровод — окружающая среда и обмотка — окружающая среда соответственно (α — коэффициент теплоотдачи; для случая расположения ЭЭ в свободном воздушном пространстве при нормальных атмосферных условиях $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-3}$ Вт/(см$^2 \cdot ^\circ$С); $S_{\text{охл.м}}$ и $S_{\text{охл.об}}$ — поверхности охлаждения магнитопровода и обмотки соответственно.

Учитывая сказанное, рекомендуется следующий метод расчета реактора фильтра. Задаваясь значением эквивалентной относительной магнитной проницаемости, определяют объем магнитопровода

$$V_{\text{м}} = \left(\frac{5 \cdot 10^3\, W}{\mu_{\text{эr}}\, \alpha \Delta T}\right)^{3/4},$$

по соответствующему ГОСТу — его типоразмер, вычисляют оптимальное значение немагнитного зазора, число витков обмотки, сечение провода, максимальный перегрев. Если расчетное значение $\Delta T < \Delta T_{\text{доп}}$, выбранное значение $\mu_{\text{эr}}$ увеличивают, если $\Delta T > \Delta T_{\text{доп}}$, расчетное значение $\mu_{\text{эr}}$ уменьшают. Подбор значения $\mu_{\text{эr}}$, при котором реактор фильтра удовлетворял бы заданным условиям, удобно производить с помощью ЭВМ.

Пример 5.10. Определить основные параметры реактора фильтра по следующим исходным данным: индуктивность $L = 3$ мГн; постоянная составляющая тока $I = 10$ А; переменная $i = I_m \sin 2\pi f t$ ($I_m = 0{,}141$ А, $f = 10^3$ Гц); допустимый перегрев $\Delta T = 50^\circ$ С, температура окружающей среды $T^\circ_{\text{окр}} = 70^\circ$ С.

1. Задаем значение относительной магнитной проницаемости $\mu_{\text{эr}} = 100$.
2. Расчетное значение объема магнитопровода

$$V_{\text{м}} = \left(\frac{5 \cdot 10^3\, W}{\mu_{\text{эr}}\, \alpha \Delta T}\right)^{3/4} = \left(\frac{5 \cdot 10^3 \cdot 0{,}3}{100 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot 50}\right)^{3/4} = 63\ \text{см}^2.$$

где $W = LI^2_{\text{эф}} = L(I^2_0 + I^2_{\sim}) = 3 \cdot 10^{-3}(100 + 0{,}01) = 0{,}3$.

3. По таблицам нормализованных магнитопроводов выбираем магнитопровод ШЛ20×20. Объем магнитопровода $V_{\text{м}} = 59$ см^3; сечение магнитопровода $S_{\text{м}} = 4$ см^2; площадь окна $S_{\text{ок}} = 10$ см^2; $h_{\text{ок}} = 5$ см; $c_{\text{ок}} = 2$ см; длина средней линии магнитопровода $l_{\text{м}} = 17{,}1$ см; длина среднего витка обмотки $l_{\text{об}} = 16$ см.
4. Длина немагнитного зазора

$$\delta = l_{\text{м}}/\mu_{\text{эr}} = 17{,}1/100 = 0{,}17\ \text{см}.$$

5. Число витков обмотки

$$w = \sqrt{\frac{L\, l_{\text{м}}}{\mu_0\, \mu_{\text{эr}}\, S_{\text{м}}}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 10^{-3} \cdot 17{,}1}{4\pi \cdot 10^{-9} \cdot 100 \cdot 4}} = 101{,}3 \simeq 100.$$

6. Сечение провода

$$S_{\text{пр}} = \frac{k_{\text{м}} S_{\text{ок}}}{w} = \frac{0{,}25 \cdot 10}{100} = 0{,}025\ \text{см}^2 = 2{,}5\ \text{мм}^2.$$

Выбираем провод марки ПЭВ диаметром проволоки 1,8 мм (ГОСТ 7262—78) и сечением $S_{\text{пр}} = 2{,}54$ мм^2.

7. Потери мощности в обмотке

$$P_{\text{об}} = R_{\text{пр}}\left(I_0^2 + 2^2_{\sim}\right) = 0{,}15 \cdot 100 = 15\ \text{Вт},$$

где

$$R_{\text{пр}} = \frac{l_{\text{пр}}}{\gamma S_{\text{пр}}}\, k_T = \frac{16 \cdot 100}{5{,}8 \cdot 10^5 \cdot 2{,}54 \cdot 10^{-2}}\, 1{,}4 = 0{,}15\ \text{Ом}.$$

8. Максимальный расчетный перегрев

$$\Delta T_{\max} = n P_{\text{об}}\left(n R^*_{\text{об}} + R_{\text{об.о}}\right) = 0{,}55 \cdot 15\,(0{,}55 \cdot 1{,}78 + 6{,}63) = 66{,}4^\circ,$$

где

$$n = \frac{2R^{*}_{об} + R_{об.м} + R_{м.о}}{2R^{*}_{об} + R_{об.м} + R_{м.о} + R_{об.о}} = \frac{1,78 + 4,3 + 4,25}{2 \cdot 1,78 + 4,3 + 4,25 + 6,63} = 0,55;$$

$$R^{*}_{об} = \frac{a}{2\lambda_{об} h_э l_{об}} = \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot 5,84 \cdot 16} = 1,78° \text{ С/Вт};$$

$$a = 1 \text{ см}; \ \lambda_{об} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ Вт/(см·°С)}; \ h_э = \frac{h}{1 - 0,72\,a/h} =$$

$$= \frac{5}{1 - 0,72\,(1/5)} = 5,84 \ (h = 5 \text{ см});$$

$$R_{об.о} = \frac{1}{\varkappa S_{охл.об}} = \frac{1}{1,2 \cdot 10^{-3} \cdot 125,6} = 6,63° \text{ С/Вт};$$

$$S_{охл.об} = (c_{ок} + 2a)\,\pi h + C_{ок}\,\pi\,(2a + c_{ок}/2) = 125,6 \text{ см}^2;$$

$$R_{м.о} = \frac{1}{\varkappa S_{охл.об}} = \frac{1}{1,2 \cdot 10^{-3} \cdot 196} = 4,25° \text{ С/Вт};$$

$$S_{охл.м} = 4a\,(h + 2c + 4a) + 2b\,(4a + h + a) = 196 \text{ см}^2;$$

$$R_{об.м} = \frac{1}{h l_{п.с}} \left(\frac{\Delta_п}{\lambda_п} + \frac{\Delta_0}{\lambda_0} \right) = \frac{1}{5 \cdot 12} \cdot \left(\frac{0,1}{0,17 \cdot 10^{-2}} + \frac{0,05}{0,5 \cdot 10^{-4}} \right) = 4,3 °\text{С/Вт};$$

$l_{п.с.} = 4a + 2b = 12$ см; $\Delta_п = 0,1$ см. Обмотка размещена на каркасе из текстолита толщиной 0,1 см ($\lambda_п = 0,17 \cdot 10^{-2}$ Вт/см·° С); $\Delta_0 = 0,05$ см — воздушный зазор между каркасом и магнитопроводом ($\lambda_0 = 2,5 \cdot 10^{-4}$ Вт/см·° С). Расчетное значение перегрева (63,4°) оказалось выше допустимого (50° С), следовательно, нужно уменьшить первоначальное значение $\mu_{эr}$. Используя программу, составленную для расчета дросселей фильтров на ЭВМ и заложенную в нее библиотеку сортаментов проводов, получаем окончательные значения: $\mu_{эr} = 90$; $\delta = 0,19$ см, магнитопровод ШЛ20×32; число витков $w = 85$; $J = 2,28$ А/см²; провод марки ПЭТ-155 диаметром 2,36 мм; $\Delta T_{max} = 49,6°$.

Если с переменной составляющей тока в обмотке нельзя не считаться, то порядок расчета дросселя фильтра остается прежним, меняется лишь мощность потерь в реакторе и его перегрев. Мощность потерь в реакторе в рассматриваемом случае складывается из мощности потерь в обмотке (при этом необходимо учесть дополнительные потери в проводах обмотки, вызванные поверхностным эффектом, см. с. 100, а также § 5.13) и мощность потерь в магнитопроводе ($\Delta P = P_м + P_{обм}$).

На рис. 5.23 изображены кривые, из которых видно, во сколько раз увеличивается мощность потери в магнитопроводе от переменной составляющей индукции ($B_{m\sim}$) при наличии подмагничивания по сравнению с его отсутствием. Кратность увеличения потерь ($k_п$) растет с уменьшением $B_{m\sim}$. Кривые построены для наиболее распространенной стали 3423.

Мощность потерь в магнитопроводе дросселя фильтра можно вычислить, определив по (4.4), (4.6) потери в магнитопроводе при отсутствии подмагничивания и увеличив их в $k_п$ раз.

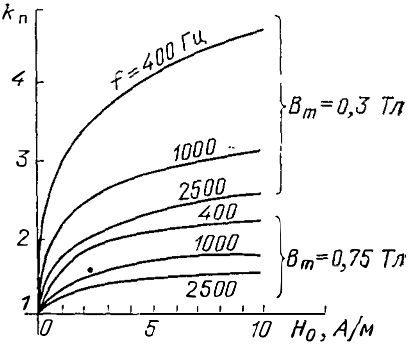


Рис. 5.23. Увеличение потерь мощности в магнитопроводе из стали 3423 при подмагничивании полем H_0 и переменной индукции B_m

5.13. Расчет реакторов (дросселей) переменного тока и коммутирующих реакторов

1. Объем магнитопровода, на котором реализуется реактор без учета поверхностного эффекта в проводах, определяют из выражения (5.72):

$$V_{\text{м}} = \sqrt{\frac{A}{k_{\text{м}}}\frac{W f^{3/4}}{0{,}3\Delta T}}\,. \tag{5.84}$$

Дополнительные факторы:

а) при несинусоидальном воздействии потери в магнитопроводе отличаются в $\gamma_{\text{н}}$ раз по сравнению с синусоидальным (см. с. 94);

б) при наличии зазора вследствие потока выпучивания возникают потери вблизи зазора, которые учитываются коэффициентом $k_{\text{з}}=(P_{\text{в}}+P_{\text{м}})/P_{\text{м}}$ ($P_{\text{в}}$ — мощность потерь вблизи зазора магнитопровода, $P_{\text{м}}$ — мощность потерь в массе магнитопровода;

в) из-за поверхностного эффекта при переменном токе сопротивление обмотки $k_{\text{д}}$ раз больше, чем при постоянном (см. с. 108);

г) при работе реактора в прерывистом режиме, т. е. с заданной скважностью q, равной отношению длительности периода к длительности импульса, объем магнитопровода уменьшается:

$$V_{\text{м}q} = V_{\text{м}q=1}\,\frac{1+3\exp(1-q)}{4}\,,$$

С учетом дополнительных факторов

$$V_{\text{м}} = \sqrt{\frac{A\gamma_{\text{н}}k_{\text{з}}k_{\text{д}}k_T}{k_{\text{м}}}\,\frac{W f^{3/4}}{0{,}3\Delta T}}\,\frac{1+3e^{1-q}}{4} \tag{5.85}$$

Реакторы переменного тока, а также реакторы, установленные в автономных инверторах в контурах коммутации (для принудительного запирания тиристоров), должны обладать высокой добротностью Q. Поэтому объем магнитопровода, определенный только по критерию подобия D_W, может оказаться недостаточным (он позволит реализовать требуемую энергоемкость W, но может не обеспечить заданную добротность Q). Используя критерий подобия D_Q (5.73), который с учетом дополнительных факторов равен

$$D_Q = \sqrt{\frac{A\gamma_{\text{н}}k_{\text{з}}k_{\text{д}}k_T}{k_{\text{м}}}}\,\frac{Q}{f^{1/4}\,V_{\text{м}}^{1/3}} = 100\,, \tag{5.86}$$

можно определить объем магнитопровода из (5.86) и сравнить его с объемом, полученным из (5.77), после чего выбрать наибольший.

Зная объем магнитопровода $V_{\text{м}}$, по таблицам нормализованных магнитопроводов определяют все его геометрические параметры, т. е. величины $l_{\text{м}}$, $l_{\text{об}}$, $S_{\text{м}}$, $S_{\text{ок}}$.

2. Выбор оптимального значения магнитной индукции в магнитопроводе. Мощность потерь в реакторе складывается из мощности потерь в магнитопроводе $P_{\text{м}}=Af^{3/2}B^2_m\gamma_{\text{н}}V_{\text{м}}$ и мощности потерь в обмотке $P_{\text{об}}=J^2\rho V_{\text{об}}k_{\text{м}}k_{\text{д}}k_{\text{т}}\approx$ $\approx 2J^2\rho k_{\text{м}}k_{\text{д}}k_{\text{т}}V_{\text{м}}$ [см. (5.21)]. Выразим значение мощности $P_{\text{об}}$ также через амплитуду магнитной индукции B_m. Чтобы не вносить дополнительные сложности в математические выражения, выполним преобразования для синусоидального воздействия.

При высокой добротности напряжение на реакторе $U=\omega LI$. Следовательно,

$$B_m = \frac{U}{4{,}44\,fwS_{\text{м}}} = \frac{2\pi LI}{4{,}44\,w\,S_{\text{м}}}\,,$$

откуда

$$w = 2\pi LI/4{,}44B_mS_{\text{м}}. \tag{5.87}$$

Подставив значение w из (5.87) в выражение для мощности потерь в обмотке

$$P_{об} = I^2 \rho \frac{w^2 l_{об}}{k_м S_{ок}} k_д k_T,$$

домножив и разделив полученный результат на $S_{ок}$, с учетом того, что $LI^2 = W$; $l_{об} S_{ок} = V_{об} \simeq 2V_м$; $S_{ок} S_м = 13 V_м^{4/3}$, а также подставив значения $\rho = 1{,}75 \cdot 10^{-6}$ Ом·см; $k_м = 0{,}25$, найдем

$$P_{об} \approx 1{,}7 \cdot 10^{-3} \left(\frac{W}{B_m}\right)^2 \frac{k_д k_T}{V_м^{5/3}}. \tag{5.88}$$

Полные потери в реакторе

$$\Delta P = P_м + P_{об} = A f^{3/2} B^2_m V_м + 1{,}7 \cdot 10^{-3} (W/B_m)^2 k_д k_T / V_м^{5/3}.$$

Из последнего выражения, если его представить в функции индукции, как $\Delta P = M_1 B^2_m + M_2 B_m^{-2}$, видно, что минимум потерь достигается при значении индукции

$$B_{m\ опт} = \sqrt[4]{\frac{M}{M_1}} = 0{,}203 \frac{\sqrt{W}}{V_м^{2/3} f^{3/8}} \sqrt[4]{\frac{k_д k_T}{A}}, \tag{5.89}$$

которое получается при условии $\partial(\Delta P)/\partial B_m = 0$. Кроме того, нетрудно убедиться, что при этом значении индукции мощность потерь в обмотке оказывается равной мощности потерь в магнитопроводе ($P_м = P_{об}$).

3. Число витков реактора

$$w = 2\pi L I / 4{,}44\ S_м B_m.$$

4. Значение немагнитного зазора вычисляют из (5.81):

$$\delta = (l_м/\mu_r)(\mu_r/\mu_э - 1) \simeq l_м/\mu_э,$$

а входящее в нее значение эквивалентной магнитной проницаемости

$$\mu_э = L l_м \mu_0 S_м.$$

5. Добротность реактора

$$Q = \omega L/R = I^2 \omega L / I^2 R = 2\pi f W/\Delta P = 76{,}2 V_м^{1/3} f^{1/4} \sqrt{1/A k_з k_д k_T}, \tag{5.90}$$

где R — сопротивление в последовательной схеме реактора, обусловлено полными потерями; $\Delta P = P_м + P_{об} = 2P_{об}$ (на основании сказанного выше). После подстановки в (5.88) значения из (5.89)

$$\Delta P = 8{,}24 \cdot 10^{-2} V_м^{1/3} W f^{3/4} \sqrt{A k_з k_д k_T}$$

(здесь потери вблизи зазора учтены с помощью коэффициента $k_з$).

6. Сечение провода подбирают на основании выражения для потерь в обмотке

$$P_{об} = 2 V_м k_м \rho J^2 k_д k_T.$$

В этой формуле при заданном перегреве все величины, кроме J и $k_д$, известны ($P_{об} = P_м = A f^{3/2} B^2_m V_м$ известно, так как из (5.89) найдено значение B_m). Задаваясь оценочным значением $k_д$, находят в первом приближении плотность тока J, определяют сечение провода, проверяют по методам, изложенным в гл. 4, величину $k_д$ и, таким образом, выбирают нужное сечение провода и его марку. (При этом необходимо разместить обмотку в окне магнитопровода.)

7. Тепловой расчет выполняют согласно изложенному в гл. 9.

Пример 5.11. Рассчитать реактор при следующих исходных данных: $I_m = 30$ А, $f = 5000$ Гц (форма тока синусоидальная), индуктивность $L = 10^{-5}$ Гн, перегрев $\Delta T = 50°$ С (при окружающей температуре T °С $= 70°$ С и естественном охлаждении), добротность $Q = 20$.

1. Проектируем реактор на магнитопроводе из стали 3423 толщиной 0,08 мм. Для нее $p'_0 = 0{,}19$ Вт/см³; $\sigma = 1{,}3$; $\beta = 1{,}8$. Вычислим $A = p_0 f^{(\sigma - 3/2)} B_m^{(\beta-2)} \times$

$\times (f^*)^{-\sigma} (B^*_m)^{-\beta} = 0{,}19(5\cdot 10^3)^{-0,2}(5\cdot 10^{-6})^{-0,2} 10^{(4\cdot 1,8-3,1\cdot 1,3)} = 793$ (ориентировочно принято $B_m = 0{,}05\cdot 10^{-4}$ В·с/см² = 0,05 Тл). С учетом коэффициента резки ($k_р = 1{,}5$) $A = 793\cdot 1{,}5 = 1190$ А·см/В·с$^{1/2}$.

2. Объем магнитопровода, найденный исходя из заданной энергоемкости,

$$V_м = \sqrt{\frac{A\, k_з\, k_д\, k_T}{k_м} \frac{W f^{3/4}}{0{,}3\,\Delta T}} =$$

$$= \sqrt{\frac{1190\cdot 2\cdot 2\cdot 1{,}4}{0{,}25} \frac{10^{-5}\cdot 30^2\cdot (5000)^{3/4}}{0{,}3\cdot 50}} = 28{,}8 \text{ см}^2$$

(здесь принято: $k_з = 2$; $k_д = 2$; $k_м = 0{,}25$, вычисленное значение $k_T = 1{,}4$).

Объем магнитопровода, найденный исходя из заданной добротности,

$$V_м = \left(\frac{A\, k_д\, k_з\, k_T}{k_м}\right)^{3/2} \frac{Q^3}{f^{3/4}\, 100^3} =$$

$$= \left(\frac{1190\cdot 2\cdot 2\cdot 1{,}4}{0{,}25}\right)^{3/2} \frac{20^3}{(5000)^{3/4}\cdot 10^6} = 58{,}6 \text{ см}^3.$$

3. Выбираем магнитопровод ШЛ20×20. Параметры магнитопровода: $V_м = 59{,}3$ см³; $S_м = 3{,}47$ см²; $l_м = 17{,}1$ см; $S_{ок} = h_{ок}\cdot c_{ок} = 5\cdot 2 = 10$ см²; $a_м = \sqrt{S'_м} = 2$ см (здесь $S'_м$ — полное сечение магнитопровода, $S_м$ — его полезное сечение).

4. Оптимальное значение магнитной индукции определяем по (5.89):

$$B_{m\,опт} = 0{,}203 \frac{\sqrt{W}}{V_м^{2/3} f^{3/8}} \sqrt[4]{\frac{k_д k_T}{A}} =$$

$$= 0{,}203 \frac{\sqrt{10^{-5}\cdot 30^2/2}}{59{,}3^{2/3}\cdot 5000^{3/8}} \sqrt[4]{\frac{2\cdot 1{,}4}{1190}} = 0{,}08\cdot 10^{-4} \text{ В·с/см}^2.$$

5. Потери в магнитопроводе ($P_м$) складываются из потерь в массе магнитопровода ($P_{м1} = p' V_м$) и потерь вблизи зазора ($P_{м2} = P_в$) (см. с. 104). Потери в массе магнитопровода

$$P_{м1} = p' V_м = p_0 (f/f^*)^{\sigma} (B_m/B^*_m)^{\beta} V_м = 0{,}19\cdot 5^{1,3}\cdot (0{,}08)^{1,8}\cdot 59{,}3 = 0{,}95 \text{ Вт}.$$

6. Число витков обмотки реактора

$$w = \frac{2\pi L I}{4{,}44\, S_м B_m} = \frac{L I_m}{S_м\, B_m} = \frac{10^{-5}\cdot 30}{3{,}47\cdot 0{,}08\cdot 10^{-4}} = 11.$$

7. Эквивалентная магнитная проницаемость

$$\mu_э = \frac{L l_м}{\mu_0\, w^2\, S_м} = \frac{10^{-5}\cdot 17{,}1}{4\pi\cdot 10^{-9}\cdot 11^2\cdot 3{,}47} = 32{,}4.$$

8. Величина немагнитного зазора

$$\delta = \frac{l_м}{\mu_э} = \frac{17{,}1}{32{,}4} = 0{,}53 \text{ см}.$$

9. Мощность потерь в магнитопроводе вблизи зазора от магнитного потока выпучивания ($P_в$).

Рассчитанный зазор δ выполняют в среднем стержне, в крайних стержнях — зазоры технологические (полагаем, что выпучивания магнитного потока в них нет). Потери мощности вблизи открытого зазора (если бы он не был закрыт обмоткой) определим по (4.16):

$$P_в = \frac{1}{2\pi} \ln(2\sqrt{b/\delta} + 1)\,(f\, U_{мm}\, b\, \mu_0)^2\, \gamma\delta\, F_в,$$

где $U_{\text{м}m} = H_{\text{м}m}\delta = B_m\delta/\mu_0 = 8\cdot10^{-6}\cdot0{,}53/4\pi\cdot10^{-9} = 337$ А — амплитуда магнитного напряжения на зазоре (согласно (5.78) точное значение $\delta < l_{\text{м}}/\mu_э$, поэтому оказалось, что рассчитанное значение $U_{\text{м}m} > I_m w$); $F_{\text{в}}$ — функция геометрических размеров (4.17):

$$F_{\text{в}} = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{l}{b}+1\right)\ln\left[\left(\frac{l}{b}+1\right)\frac{b^2}{(\delta/2)^2}\right] + \left(\frac{1}{l/b+1}-1\right) + \frac{1}{2^2}\left[\left(\frac{1}{l/b+1}\right)^2-1\right] + \ldots =$$

$$= \frac{1}{2}\ln\left(\frac{8{,}6}{2}+1\right)\ln\left[\left(\frac{8{,}6}{2}+1\right)\frac{2^2}{0{,}53^2}\right] + \left(\frac{1}{8{,}6/2+1} - 1\right) + \frac{1}{2^2}\left[\left(\frac{1}{8{,}6/2+1}\right)^2 - 1\right] + \ldots = 3{,}7,$$

где $l = l_{\text{м}}/2 = 8{,}6$ см; $b = 2$ см — ширина магнитопровода;

$$P_{\text{в}} = \frac{1}{2}\ln(2\sqrt{2/0{,}53}+1)\,(5\cdot10^3\cdot337\cdot2\cdot4\pi\cdot10^{-9})^2\cdot2\cdot10^4\cdot0{,}53\cdot3{,}7 = 17{,}8 \text{ Вт}.$$

Так как в действительности зазор закрыт обмоткой, то мощность потерь вблизи зазора будет меньше: $P_{\text{м}2} = P_{\text{в}}k^2_G = 17{,}8\cdot0{,}7^2 = 8{,}7$ Вт, где k_G определяется по (4.19):

$$k_G = \frac{\ln\dfrac{2h_{\text{ок}}}{\delta} + \dfrac{\pi\dfrac{c_{\text{ок}}}{2}}{4h_{\text{ок}}} - \dfrac{3\left(\dfrac{c_{\text{ок}}}{2}\right)^2}{8h_{\text{ок}}}}{\ln\dfrac{4h_{\text{ок}}}{\delta} + \ln 2} = \frac{\ln\dfrac{2\cdot5}{0{,}53} + \dfrac{\pi\cdot1}{4\cdot5} - \dfrac{3\cdot1}{8\cdot5}}{\ln\dfrac{4\cdot5}{0{,}53} + \ln 2} = 0{,}7.$$

10. Общие потери в магнитопроводе $P_{\text{м}} = P_{\text{м}1} + P_{\text{м}2} = 0{,}95 + 8{,}7 = 9{,}65$ Вт, причем коэффициент $k_з = P_{\text{м}}/P_{\text{м}1} = 9{,}65/0{,}95 = 10{,}2$, т. е. весьма велик. Предварительные расчеты показали, что для уменьшения коэффициента $k_з$, т. е. для уменьшения мощности потерь вблизи немагнитного зазора, следует увеличить магнитную индукцию по сравнению с расчетной (5.89), не учитывающей потери вблизи зазора.

Выберем значение $B_m = 0{,}12\cdot10^{-4}$ В·с/см², т. е. в 1,5 раза больше, чем в п. 4. При этом

$$P_{\text{м}1} = p_0\left(\frac{f}{f^*}\right)^{\sigma}\left(\frac{B_m}{B_m^*}\right)^{\beta} V_{\text{м}} = 0{,}19\cdot5^{1,5}\,(0{,}12)^{1,8}\cdot59{,}3 = 2{,}0 \text{ Вт};$$

$$w = \frac{LI_m}{S_{\text{м}}B_m} = \frac{10^5\cdot30}{3{,}47\cdot0{,}12\cdot10^{-4}} = 7{,}2 \simeq 7;$$

$$\mu_э = \frac{Ll_{\text{м}}}{\mu_0 w^2 S_{\text{м}}} = \frac{10^{-5}\cdot17{,}1}{4\pi\cdot10^{-9}\cdot7^2\cdot3{,}47} = 80;$$

$$\delta = l_{\text{м}}/\mu_э = 17{,}1/80 = 0{,}22 \text{ см};$$

$$P_{\text{в}} = (1/2\pi)\ln(2\sqrt{b/\delta}+1)\,(fU_{\text{м}m}b\mu_0)^2\gamma\delta F = (1/2\pi)\ln(2\sqrt{2/0{,}22} + 1)\,(5000\cdot210\cdot2\cdot4\pi\cdot10^{-9})^2\cdot2\cdot10^4\,0{,}22\cdot5 = 4{,}76 \text{ Вт},$$

где $U_{\text{м}m} = B_m\delta/\mu_0 = 1{,}2\cdot10^{-5}\cdot0{,}22/4\pi\cdot10^{-9} = 210$ А;

$$F_в = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{l}{b}+1\right)\ln\left[\left(\frac{l}{b}+1\right)\left(\frac{b}{\delta/2}\right)^2\right] + \left(\frac{1}{l/b+1}-1\right) +$$
$$+ \frac{1}{2^2}\left[\left(\frac{1}{l/b+1}\right)^2 - 1\right] + \ldots = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{8,6}{2}+1\right)\ln\left[\left(\frac{8,6}{2}+1\right)\times\right.$$
$$\left.\times\left(\frac{2}{0,11}\right)^2\right] + \left(\frac{1}{8,6/2+1}-1\right) + \frac{1}{2^2}\left[\left(\frac{1}{8,6/2+1}\right)^2 - 1\right] + \ldots = 5;$$
$$P_{м2} = P_b k_G^2 = 4,76\cdot 0,75^2 = 2,67\ Вт;$$

где

$$k_G = \frac{\ln\frac{2h_{ок}}{\delta} + \frac{\pi\frac{c_{ок}}{2}}{4h_{ок}} - \frac{3\left(\frac{c_{ок}}{2}\right)^2}{8h_{ок}}}{\ln\frac{4h_{ок}}{\delta} + \ln 2} = \frac{\ln\frac{2\cdot 5}{0,22} + \frac{\pi\cdot 1}{4\cdot 5} - \frac{3\cdot 1}{8\cdot 5}}{\ln\frac{4.5}{0,22} + \ln 2} = 0,75;$$

$$P_м = P_{м1} + P_{м2} = 2 + 2,67 = 4,67\ Вт;\ k_в = 4,67/2 = 2,33.$$

11. Выбор проводов обмотки. Расчетное значение плотности тока определим по формуле

$$J = \sqrt{P_м/2V_м k_м \rho k_д k_T} = \sqrt{4,67/2\cdot 59,3\cdot 0,25\cdot 1,7\cdot 10^{-6}\cdot 2\cdot 1,4} =$$
$$= 1,82\cdot 10^2\ А/см^2 = 1,82\ А/мм^2;$$

сечение провода $S_{пр} = I/J = (30/\sqrt{2})/1,82 = 11,7\ мм^2$.

Уменьшим сечение, что позволит уменьшить расход меди. Выберем провод ЛЭТЛО-4 (54×0,31). Наружный диаметр провода 0.38 см. Число слоев в радиальном направлении $m = \frac{w}{h_{ок}/d_{пр}} = \frac{7}{5/0,38} = 0,58$. Эквивалентное число проводников в радиальном направлении в каждом проводе $n_р = \sqrt{54} = 7,4$. (Плотность тока в проводе $J = I/S_{пр} = 30/\sqrt{2}\cdot 4 = 5,3\ А/мм^2$.)

12. Коэффициент добавочных потерь

$$k_д = 1 + \frac{(mn_р)^2}{15}x^4 = 1 + \frac{(0,58\cdot 7,4)^2}{15}0,33^4 = 1,015,$$

где $x = d_в\sqrt{\omega\mu_a\gamma/2} = 0,03\sqrt{2\pi\cdot 5\cdot 10^3\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 5,8\cdot 10^5/2} = 0,33$.

13. Мощность потерь в обмотке

$$P_{об} = IR_= I^2 k_д k_T = 2,26\cdot 10^{-3}\frac{30^2}{2}1,015\cdot 1,4 = 1,42\ Вт,$$

где сопротивление обмотки $R_= = l_{об}w/\gamma S_{пр} = 7,48\cdot 7/5,8\cdot 10^5\cdot 4\cdot 10^{-2} = 2,26\cdot 10^{-3}$ Ом.

14. Общие потери

$$\Delta P = P_м + P_{об} = 4,67 + 1,42 = 6,09\ Вт.$$

5.14. Особенности расчета реакторов при импульсных воздействиях

1. Оценочное значение объема магнитопровода определим из выражения

$$V_м = \sqrt{\frac{A k_з k_д k_T}{k_м}\frac{W_и f_и^{3/4}}{0,3\Delta T}\frac{[1 + 3\exp(1-q)]}{4}}, \quad (5.91)$$

где $W_и$ — энергоемкость реактора при импульсном воздействии ($W_и = LI^2$, I — эффективное значение тока за время действия импульса); $f_и = 1/2t_и$, если импульс однополярный и $f_и = 1/t_и$, если импульс симметричный противоположной полярности); A — коэффициент удельных потерь магнитного материала (см. § 4.1), находим по (4.7) для частоты $f_и$ и предполагаемого значения индукции $\Delta B_{ср}$. Здесь и далее $\Delta B_{ср}$ — среднее по сечению магнитопровода приращение индукции за время действия импульса. После вычисления $\Delta B_{ср}$ значение коэффициента A нужно уточнить.

2. Оптимальное значение магнитной индукции при импульсном воздействии находим аналогично тому, как это было сделано для периодического воздействия. Максимальные КПД, потери и габариты реактора имеют место при $P_м = P_{об}$. Для определения мощности потерь в магнитопроводе ($P_м$) и в обмотке ($P_{об}$) воспользуемся методами, изложенными в гл. 4.

Мощность потерь в магнитопроводе из стали или сплава при заданной форме тока можно определить по (4.13), найдя предварительно напряжение на реакторе $u_L \simeq L di/dt$ (при $Q > 5$ это выражение достаточно точно) и перейдя с помощью табл. 4.5 от действительного $u_L(t)$ к прямоугольному импульсу со значениями U_0, t_0. При $t_0 \geqslant 10\,\theta_в$ (что справедливо в большинстве случаев)

$$P_м = \frac{(\Delta B_{ср})^2 d^2 \gamma}{12 t_0^2} V_м,$$

где $\Delta B_{ср} = U_0 t_0 / w S_м$. Величину U_0 можно связать с энергоемкостью реактора и его индуктивностью. За время действия прямоугольного импульса напряжения ток достигает значения

$$I_m = \frac{1}{L} \int\limits_0^{t_0} U_0\, dt = \frac{U_0 t_0}{L}.$$

Так как энергия, накапливаемая реактором за время t_0, $W_и = L I_m^2 / 2$, то $U_0 = \sqrt{2 W_и L} / t_0$, откуда

$$w = \frac{U_0 t_0}{\Delta B_{ср} S_м} = \frac{\sqrt{2 W_и L}}{\Delta B_{ср} S_м}. \tag{5.92}$$

Потери в обмотке

$$P_{об} = I^2 \rho \frac{w^2 l_{об}}{k_м S_{ок}} k_д k_T.$$

Домножая и деля последнее выражение на $S_{ок}$, с учетом того, что $LI^2 = W_и$ (I — эффективное значение тока за время действия импульса); $l_{об} S_{ок} = V_{об} \simeq 2V_м$; $S_{ок} S_м = 0{,}13 V_м^{4/3}$, получаем

$$P_{об} = \frac{W_и}{L} \rho \frac{2 W_и L l_{об}}{(\Delta B_{ср})^2 S_м^2 S_{ок} k_м} k_д k_T =$$

$$= \frac{W_и^2 \rho 4 V_м}{(\Delta B_{ср})^2 k_м 1{,}69 \cdot 10^{-2} V_м^{8/3}} k_д k_T; \tag{5.93}$$

$$P_{об} = \frac{2{,}36 \cdot 10^2 W_и^2 \rho}{k_м V_м^{5/3} (\Delta B_{ср})^2} k_д k_T.$$

Из условия $P_м = P_{об}$

$$\frac{(\Delta B_{ср})^2 d^2 \gamma}{12 t_0^2} V_м = \frac{2{,}36 \cdot 10^2 W_и^2 \rho k_д k_T}{k_м V_м^{5/3} (\Delta B_{ср})^2};$$

$$\Delta B_{ср} = \frac{7{,}3 \sqrt{W_и t_0}}{d^{1/2} V_м^{2/3}} \sqrt[4]{\frac{\rho k_д k_T}{\gamma k_м}}. \tag{5.94}$$

Подставив значения $\rho = 1{,}75 \cdot 10^{-6}$ Ом·см (для медного провода); $\gamma = 2 \cdot 10^4$ 1/Ом·см (для стали); $k_д = 2$; $k_T = 1{,}4$; $k_м = 0{,}25$, найдем

$$\Delta B_{ср} = \frac{4{,}1 \cdot 10^{-2} \sqrt{W_и t_0}}{d^{1/2} V_м^{2/3}}. \tag{5.95}$$

Если магнитопровод выполнен из феррита или магнитодиэлектрика, то приближенно мощность потерь можно определить с помощью формулы (4.3): $P_м = \pi B_m^2 f \operatorname{tg}\delta V_м / \mu_а$, в которой $B_m = \Delta B_{ср}/2$; $f = f_и = 1/2t_0$ для импульса прямоугольной формы; $\operatorname{tg}\delta$ вычисляем по (4.1) для $f = f_и$.

С учетом сказанного

$$P_м = \frac{\pi (\Delta B_{ср})^2 \operatorname{tg}\delta}{8 t_0 \mu_а} V_м. \tag{5.96}$$

Оптимальное значение магнитной индукции находим из равенства $P_м = P_{об}$. (Величину $P_{об}$ вычисляем из (5.93).) Имеем

$$\frac{\pi (\Delta B_{ср})^2 \operatorname{tg}\delta}{8 t_0 \mu_а} V_м = \frac{2{,}36 \cdot 10^2 W_и^2 \rho}{k_м V_м^{5/3} (\Delta B_{ср})^2} k_д k_T;$$

$$\Delta B_{ср} = \frac{4{,}95 W_и^2}{V_м^{2/3}} \sqrt[4]{\frac{t_0 \mu_а}{\operatorname{tg}\delta}} \sqrt[4]{\frac{\rho k_д k_T}{k_м}}. \tag{5.97}$$

Подставляя $\delta = 1{,}75 \cdot 10^{-6}$ Ом·см, $k_д = 2$, $k_T = 1{,}4$, $k_м = 0{,}25$, находим

$$\Delta B_{ср} = \frac{0{,}4 W_и^2}{V_м^{2/3}} \sqrt[4]{\frac{t_0 \mu_а}{\operatorname{tg}\delta}}. \tag{5.98}$$

Пример 5.12. Индуктивность реактора $L = 50$ мкГн, кривая напряжения на реакторе $u_L(t)$ изображена на рис. 5.24; $U_0 = 100$ В; $f = 1/T_и = 20$ кГц; $t_и = 0{,}2 T_и$; $T°_{окр} = 70°$ С; $\Delta T = 50°$ С. Определить приращение магнитной индукции за время действия импульса $u_L(t)$ в магнитопроводе, изготовленном из сплава 50Н и из Мо-пермаллоя МП-140.

а) Материал магнитопровода сплав 50Н толщиной 0,02 мм. Объм магнитопровода реактора

$$V_м = \sqrt{\frac{A k_з k_д k_T}{k_м} \frac{W_и f_и^{3/4}}{0{,}3 \Delta T} \frac{1 + 3 e^{1-q}}{4}} =$$

$$= \sqrt{\frac{302 \cdot 2 \cdot 1{,}4}{0{,}25} \frac{10^{-2} (5 \cdot 10^4)^{3/4}}{0{,}3 \cdot 50} \frac{1}{4}} = 32{,}4 \text{ см}^3.$$

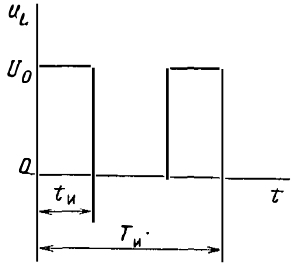


Рис. 5.24. Напряжение на реакторе $u_L(t)$, к примеру 5.12

Здесь $f_и = \frac{1}{2t_и} = \frac{1}{2 \cdot 0{,}2 \cdot T_и} = \frac{20 \cdot 10^4}{0{,}4} = 5 \cdot 10^4 \frac{1}{с}$; $q = \frac{T_и}{t_и} = 5$.

Для материала 50Н-0,02 $p_0 = 0{,}123$ Вт/см³; $\sigma = 1{,}2$; $\beta = 1{,}9$; $A = p_0 f^{(\sigma - 3/2)} \times B^{m(\beta-2)} (f^*)^{-\sigma} (B^*_m)^{-\beta} = 0{,}123 (5 \cdot 10^4)^{-0{,}3} (10^{-5})^{-0{,}1} \cdot 10^{(4\beta - 3\sigma)} = 151$; с учетом коэффициента резки ($k_р = 2$); $A = 151 \cdot 2 = 302$ А·см/В·с; $k_з = 1$; $k_T = 1{,}4$; принято $k_д = 2$; $k_м = 0{,}25$;

$$W_и = \frac{(U_0 t_и)^2}{2L} = \frac{(100 \cdot 10^{-5})^2}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-5}} = 10^{-2} \text{ Дж}.$$

Полученному объему соответствует магнитопровод ШЛ16×16 размерами: $V_м = 34{,}8$ см³; $S_м = 2{,}56$ см²; $l_м = 13{,}6$ см; $S_{ок} = h_{ок} c_{ок} = 4 \cdot 1{,}6 = 6{,}4$ см².

Оптимальное значение индукции (приращение индукции за время действия импульса)

$$\Delta B_{ср} = \frac{4{,}1 \cdot 10^{-2} \sqrt{W_и t_и}}{d^{1/2} V_м^{2/3}} =$$

$$= \frac{4{,}1 \cdot 10^{-2} \sqrt{10^{-2} \cdot 10^{-5}}}{(2 \cdot 10^{-3})^{1/2} \cdot 34{,}8^{2/3}} = 0{,}27 \cdot 10^{-4} \text{ В·с/см}^2.$$

б) Материал магнитопровода МП-140. Объем магнитопровода вычислим по (5.91). Для магнитного материала МП-140 значение $A = 634$, поэтому $V_м = 32{,}4 \sqrt{634/302} = 46{,}9$ см³. Наибольшие стандартные кольцевые магнитопроводы с размерами $D \times d \times h = 44 \times 29 \times 10$ мм имеют объем $V_м = 8{,}6$ см³. Чтобы реализовать требуемый объем (47 см³) требуется примерно 5 колец. Размеры магнитопровода; $l_м = 11{,}5$ см; $S_м = 0{,}75 \times 5 = 3{,}75$ см²; $V_м = 8{,}6 \cdot 5 = 43$ см³.

Получим

$$\Delta B_{ср} = \frac{0{,}4 W_и^{1/2}}{V_м^{2/3}} \sqrt[4]{\frac{t_и \mu_а}{\operatorname{tg} \delta}} =$$

$$= \frac{0{,}4 \sqrt{10^{-2}}}{43^{2/3}} \sqrt[4]{\frac{10^{-5} \cdot 140 \cdot 4\pi \cdot 10^{-9}}{0{,}07}} = 0{,}13 \cdot 10^{-4} \frac{\text{В·с}}{\text{см}^2},$$

где $\operatorname{tg} \delta = \frac{\delta_{в.т}}{2 t_и} + \delta_г H + \delta_н = \frac{0{,}45 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-5}} + 0{,}625 \cdot 10^{-4} \cdot 740 + 2 \cdot 10^{-3} = 0{,}07$; $H = 740$ А/м — значение, соответствующее $\Delta B_{ср} = 0{,}13$ Тл; $H = \Delta B_{ср}/\mu_а$; $\mu_а = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 140$ Гн/м.

5.15. Расчет реакторов без магнитопровода

Реакторы без магнитопровода проектируют для приближения их вольт-амперных характеристик к линейным, для реализации больших энергоемкостей (когда стандартные магнитопроводы малы) и в тех случаях, когда по условиям эксплуатации требуется уменьшить шум (который в реакторе с магнитопроводом может быть значительным), а также, когда требуется обеспечить максимально возможную добротность.

Реакторы без магнитопровода могут иметь различную конфигурацию. Наиболее распространены цилиндрические и тороидальные реакторы, обладающие следующими особенностями:

1. При одинаковых объемах наибольшую индуктивность имеют цилиндрические реакторы.

2. Наибольшее поле рассеяния в окружающем реактор пространстве имеют цилиндрические реакторы.

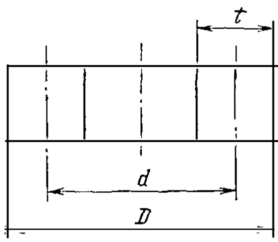


Рис. 5.25. Цилиндрический реактор без магнитопровода

Оценим необходимый объем цилиндрического реактора по допустимому значению его сопротивления (исходя из заданной добротности Q):

$$R_{\sim}=\pi d h t k_{м} k_{д} k_{T}/\gamma S^2_{пр}=V_Q k_{м} k_{д} k_{T}/\gamma S^2_{пр}=2\pi f L/Q,$$

откуда

$$V_Q=2\pi f L\gamma S^2_{пр}/Q k_{м} k_{д} k_{T}, \qquad (5.99)$$

здесь d, h, t — средний диаметр обмотки, высота и толщина сечения обмотки соответственно (рис. 5.25); γ — удельная проводимость провода; V_Q — объем, вычисленный из необходимой добротности.

Коэффициент заполнения цилиндрического реактора активным материалом $k_{м}=0{,}3 \dots 0{,}65$. Действительно, для круглого провода без изоляции коэффициент заполнения $k_{м}=0{,}785$ (отношение площади круга, вписанного в квадрат, к площади квадрата). Приближенно отношение диаметра изолированного провода к диаметру неизолированного провода $d_0/d'_0\approx 1{,}1$, поэтому с учетом изоляции $k_{м}=0{,}785/1/21=0{,}65$. (Более точно толщина изоляции указана в ГОСТ 23286—78). Если провод многожильный, то для круглого многожильного провода (ГОСТ 16186—74) отношение сечения жилок к сечению окружности, охватывающей все жилки, примерно равно 0,5. Поэтому для такого провода $k_{м}=0{,}65\cdot 0{,}5=0{,}32$. Для многожильного прямоугольного провода (ГОСТ тот же) $k_{м}\simeq 0{,}6$.

В (5.99) входят также коэффициенты $k_{д}$ и k_T. О вычислении $k_{д}$ сказано на с. 109, о k_T — в § 1.3.

Индуктивность цилиндрической катушки в соответствии с материалом, изложенным на с. 24, с достаточной точностью равна

$$L=20\,\mu_0 w^2 d^2/3\pi\,[d+3(h+t)]$$

или с учетом того, что $w=k_{м}ht/S_{пр}$,

$$L=20\,\mu_0 d^2 h^2 t^2 k_{м}^2/3\pi\, S^2_{пр}\,[d+3(h+t)]=$$

$$=20\,\mu_0 k_{м}^2 V_L^2/3\pi^3 S^2_{пр}\,[d+3(h+t)] \qquad (5.100)$$

(здесь V_L — объем реактора, вычисленный по необходимой индуктивности).

Найдем, при каких условиях, т. е. при каких соотношениях между h и t, достигается максимум индуктивности (при заданных фиксированных значениях V_L и $S_{пр}$). Заменяя одну из величин, например h через $h=V_L/\pi d t$, и затем определяя экстремум выражения для L, находим, что он достигается при $h=t=\sqrt{V/\pi d}$. Тогда

$$L=\frac{20\,\mu_0 k_{м}^2 V_L^2}{3\pi^3 S^2_{пр}(d+6h)}.$$

Подставив в последнее выражение объем реактора $V_L=\pi d h^2$, можно установить, что максимум индуктивности будет при $d/h=3$, поэтому

$$L_{max}=\frac{20\,\mu_0 k_{м}^2 V_L^2}{27\pi^3 S^2_{пр} h}=\frac{20\,\mu_0 k_{м}^2 V_L^2}{27\pi^3 S^2_{пр}}\sqrt[3]{\frac{3\pi}{V_L}}=$$

$$=\frac{20\,\mu_0 k_{м}^2}{(3\pi)^3 S^2_{пр}}\sqrt[3]{3\pi V_L^5}. \qquad (5.101)$$

Из (5.101) можно определить оптимальный объем V_L, обеспечивающий заданную индуктивность.

Величина перегрева

$$\Delta T = \frac{\Delta P}{\alpha S_{\text{охл}}} = \frac{2\pi f W}{\alpha Q S_{\text{охл}}}.$$

Поверхность охлаждения цилиндра квадратного сечения со средним диаметром $d=3h$ связана с его объемом соотношением $S_{\text{охл}}=4\sqrt[3]{3\pi V^2}$. Тогда

$$\Delta T = \frac{fW\sqrt[3]{9\pi^2}}{6\alpha QV^{2/3}}. \qquad (5.102)$$

Если полученный по (5.102) перегрев не превышает заданный, то на этом расчет может быть закончен. Если же расхождение между ними слишком велико, то это означает, что система может быть спроектирована в меньшем объеме. Следовательно, может быть произведен новый расчет при большем значении плотности тока (меньшем сечении провода).

В итоге можно заключить, что объем индуктивного элемента, обеспечивающий строгое удовлетворение заданных требований, должен иметь равные значения, вычисленные по трем выражениям:

$$V_Q = \frac{2\pi f L \gamma S_{\text{пр}}^2}{Q k_{\text{м}} k_{\text{д}} k_T};$$

$$V_L = \left(\frac{27\pi^3 S_{\text{пр}}^2 L}{20\mu_0 k_{\text{м}}^2 \sqrt[3]{3\pi}}\right)^{3/5};$$

$$V_T = \left(\frac{fW\sqrt[3]{9\pi^2}}{6Q\alpha\Delta T}\right)^{3/2}. \qquad (5.103)$$

Чтобы реактор удовлетворял заданным условиям, т. е. обладал заданными индуктивностью, добротностью и перегревом, объемы V_Q, V_L и V_T должны быть одинаковы или, по крайней мере, близки. Добиться примерного равенства объемов можно различными способами. Например, определить по (5.103) объем V_T, а затем, приравнивая $V_T=V_Q$ и $V_T=V_L$, подобрать сечение провода $S_{\text{пр}}$ и коэффициент заполнения $k_{\text{м}}$; оценочное значение $k_{\text{д}}$ принимают $k_{\text{д}}\simeq\simeq 1 \ldots 1{,}5$ (k_T известен для заданных температурных условий). Сечение провода можно уменьшить (уменьшив тем самым габариты и массу реактора), увеличив температуру допустимого перегрева (что потребует применения изоляции более высокого класса нагревостойкости), так как при увеличении ΔT уменьшается объем V_T [см. (5.103)]. Объем V_T (а следовательно, и сечение провода) можно уменьшить также, переходя от цилиндрического реактора квадратного сечения к реактору прямоугольного сечения. Рассмотрим это замечание подробнее.

Поверхность охлаждения цилиндрического реактора прямоугольного сечения $S_{\text{охл.ц}}=\pi 2d(h+t)$, см. рис. 5.25. Поверхность охлаждения цилиндрического реактора квадратного сечения $S^*=\pi 4dh$. Если объем цилиндров прямоугольного и квадратного сечений одинаков (число витков и сечение провода одно и то же), а также одинаково сечение реактора (по той же причине), то средний диаметр $d=V_{\text{ц}}/\pi ht$ тоже одинаков. Таким образом,

$$\frac{S_{\text{охл.ц}}}{S^*} = \frac{\pi 2d(h+t)}{\pi 2d\, 2h^*} = \frac{h+t}{2h^*},$$

где h^* — аксиальная длина цилиндрического реактора квадратного сечения. Задаваясь различными значениями h/h^*, можно построить кривую $k_s= =(S_{\text{охл.ц}}/S^*)(h/h^*)$ (рис. 5.26), справедливую для любого h^*.

При выводе (5.102) подставляли значение $S_{охл} = 4\sqrt[3]{3\pi V^2}$, равное S^* цилиндрического реактора квадратного сечения. Для реактора прямоугольного сечения $S_{охл} = k_s S^*$. Тогда перегрев

$$\Delta T = \frac{f W \sqrt[3]{9\pi^2}}{6 \alpha Q k_s V^{2/3}},$$

откуда

$$V_T = \left(\frac{f W \sqrt[3]{9\pi^2}}{6 Q \alpha \Delta T k_s} \right)^{3/2}. \qquad (5.103а)$$

Следует отметить, что при замене квадратного сечения прямоугольным возрастает индуктивность L в соответствии с (5.100). Для достижения заданной индуктивности требуется уточнить параметры d, h или t.

Тороидальные катушки применяют в случаях, когда требуется оберегать аппаратуру РЭА от индуктивных наводок реактора, т. е. когда нужно максимально уменьшить поле рассеяния реактора. Оптимизация тороидальной катушки представляет собой весьма сложную задачу. С одной стороны, требуется уменьшить объем катушки, что достигается примерным равенством толщины обмотки и среднего диаметра тора (рис. 5.27), с другой — для уменьшения поля рассеяния витки обмотки, плотно прилегая друг к другу, должны полностью заполнять слои по внутреннему и наружному диаметрам тора. Перебор возможных вариантов легче производить с помощью ЭВМ.

Если тороидальная катушка имеет незначительное число слоев (при малой толщине намотки), то ее минимального объема можно достичь при $a/D = 0{,}25$, а минимальной длины провода и, следовательно, минимальной массы — при $a/D = 0{,}6$. Индуктивность такой катушки

$$L = \frac{\mu_0 w^2}{2} \frac{a^2}{D + \sqrt{D^2 - a^2}}. \qquad (5.104)$$

Значения D или a находят подбором.

Пример 5.13. Определить параметры реактора без магнитопровода, имеющего следующие исходные данные: индуктивность $L = 20$ мГи, ток $I = 10$ А, частота $f = 1000$ Гц, добротность $Q = 80$, $T°_{окр} = 50°$ С, перегрев $\Delta T = 70°$ С, ток синусоидальный.

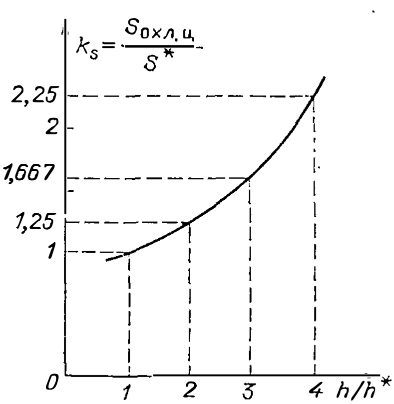


Рис. 5.26. Увеличение поверхности охлаждения цилиндрического реактора при увеличении его аксиальной длины и неизменном диаметре

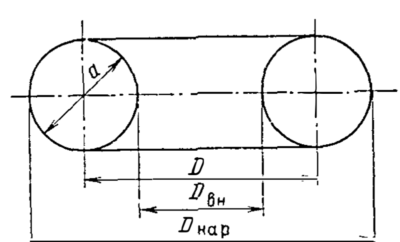


Рис. 5.27. Тороидальный реактор без магнитопровода

1. Определим объем реактора, в котором должны реализоваться все исходные данные. Для этого используем (5.99), (5.102), (5.103):

$$V_Q = \frac{2\pi f L \gamma S_{\text{пр}}^2}{k_{\text{м}} k_{\text{д}} k_T Q} = \frac{2\pi\cdot 10^3\cdot 2\cdot 10^{-2}\cdot 5{,}8\cdot 10^5\cdot 9\cdot 10^{-4}}{0{,}5\cdot 1\cdot 1{,}4\cdot 80} = 2958\ \text{см}^3;$$

$$V_L = \left(\frac{27\pi^3 S_{\text{пр}}^2 L}{20\mu_0 k_{\text{м}}^2 \sqrt[3]{3\pi}}\right)^{3/5} =$$

$$= \left(\frac{27\pi^3\cdot 9\cdot 10^{-4}\cdot 2\cdot 10^{-2}}{20\cdot 4\pi\cdot 10^{-9}\cdot 0{,}32^2\sqrt[3]{3\pi}}\right)^{3/5} = 1079\ \text{см}^3;$$

$$V_T = \left(\frac{f W \sqrt[3]{9\pi^2}}{6 Q \alpha \Delta T}\right)^{3/2} = \left(\frac{10^3\cdot 2\cdot 10^2\cdot 10^2}{6\cdot 80\cdot 1{,}2\cdot 10^{-3}\cdot 70}\right)^{3/2} 3\pi = 3293\ \text{см};$$

здесь $\alpha = 1{,}2\cdot 10^{-3}$ Вт/см$^2\cdot$°С; $\gamma = 5{,}8\cdot 10^5$ (Ом$\cdot$см)$^{-1}$; принято $k_м = 0{,}5$; $k_д = 1$; $k_T = 1 + 0{,}004\cdot 100 = 1{,}4$; сечение провода ориентировочно принято $S_{\text{пр}} = 3$ мм^2 (подобрано из (5.99) так, чтобы V_Q и V_T были близки по значению).

Так как $V_T > V_L$ и $V_T > V_Q$, выберем в качестве расчетного значения объем V_T.

2. Геометрические параметры реактора:

$$h = \sqrt[3]{\frac{V_T}{3\pi}} = 7\ \text{см};\ d = 3h = 21\ \text{см}.$$

3. Число витков реактора определяем из формулы

$$L = \frac{20\mu_0 w^2 d^2}{3\pi[d + 3(h + t)]}.$$

С учетом того, что $t = h$, $d = 3h$

$$w = \sqrt{\frac{3\pi L}{20\mu_0 h}} = \sqrt{\frac{3\cdot 3{,}14\cdot 2\cdot 10^{-2}}{20\cdot 4\pi\cdot 10^{-9}\cdot 7}} = 327.$$

Чтобы обеспечить квадратное сечение катушки, принимаем $w = 324$.

4. Определяем сечение провода $S_{\text{пр}}$ так, чтобы удовлетворялись исходные требования: перегрев $\Delta T = 70°$ С, добротность $Q = 80$. $\Delta T = \Delta P/\alpha S_{\text{охл}}$, $\Delta P = \Delta T\alpha S_{\text{охл}} = 70\cdot 1{,}2\cdot 10^{-3}\cdot 1859 \simeq 223$ Вт, где $S_{\text{охл}} = 4\sqrt[3]{3\pi V^2} = 4\sqrt[3]{3\pi(3{,}29\cdot 10^3)^2} = 1859$ см^2.

Мощность потерь в обмотке реактора $\Delta P = I^2 R_\sim$, откуда $R_\sim = \Delta P/I^2 = 223/10^2 = 2{,}23$ Ом.

Добротность реактора $Q = \dfrac{\omega L}{R_\sim}$, откуда $R_\sim = 2\pi f L/Q = (2\pi\cdot 10^3\cdot 2\cdot 10^{-2})/80 \simeq 1{,}57$ Ом.

Таким образом, исходя из заданного перегрева и требуемой добротности,

$$R_\sim = k_д k_T R_= = 1{,}57\ \text{Ом}.$$

Предварительные расчеты показали, что при сечении провода $S_{\text{пр}} = 3$ мм^2; $k_д \approx 1$; $k_T = 1 + 0{,}004(T°_{\text{окр}} - 20° + \Delta T) = 1{,}4$, поэтому

$$R_= = \frac{1}{\gamma} w \frac{\pi d}{S_{\text{пр}}} = \frac{R_\sim}{k_T} = \frac{1{,}57}{1{,}4} = 1{,}12\ \text{Ом},$$

откуда

$$S_{\text{пр}} = \frac{w\pi d}{\gamma R_=} = \frac{324\cdot\pi\cdot 21}{5{,}8\cdot 10^5\cdot 1{,}12} \approx 3{,}3\cdot 10^{-2}\ \text{см}^2 = 3{,}3\ \text{мм}^2,$$

Окончательно выбираем провод ЛЭТЛО-4,0 (20×0,5) ГОСТ 16186—74 номинального сечения 4,0 мм², диаметром неизолированного провода $d'_0 = 3{,}2$ мм, диаметром изолированного провода 3,6 мм. При этом $k_м = S_{пр}w/S_{об} = S_{пр}w/h^2 = 0{,}04\cdot 324/49 = 0{,}27$.

5. Определим коэффициент добавочных потерь в обмотке по (4.38):

$$k_д = F + \left[k_1 + \frac{1}{4}\left(\frac{Khm}{D}\right)^2\left(\frac{d_0}{c}\right)^2\right]\left(\frac{d_s}{d_0}\right)^2 N^2 G =$$

$$= 1 + \left[1{,}9 + \frac{1}{4}(2{,}8\cdot 18)^2(0{,}52)^2\left(\frac{0{,}5}{3{,}2}\right)^2\right] 20^2\cdot 0{,}52\cdot 10^{-4} \simeq 1,$$

где $F=1$, $G=x^4/64=0{,}52\cdot 10^{-4}$ (для $x=d_s\sqrt{\omega\mu_a\gamma/2}=0{,}05\sqrt{2\pi\cdot 10^3\cdot 4\pi\cdot 10^{-9}\cdot 5{,}8\cdot 10^5/2}=0{,}24$) определены по табл. 4.6; $k_1=1{,}9$ — по табл. 4.8 для $N=20$; $\frac{Kh}{d}=2{,}8$ — по рис. 4.19,*а* для $t/D=0{,}25$ и $D/h=4$; $d_0/c=\sqrt{k_м}=\sqrt{0{,}27}=0{,}52$; $D=d+t=21+7=28$ см, число слоев при квадратном сечении обмотки $m=\sqrt{w}=\sqrt{324}\simeq 18$.

Пример 5.14. Рассчитать реактор без магнитопровода. Индуктивность $L=4$ мГн, действующее значение переменного синусоидального тока 14 А, частота 500 Гц, добротность $Q=20$. Температура окружающей среды $T^\circ_{окр}=50^\circ$ С, перегрев $\Delta T=70^\circ$ С.

1. Спроектируем реактор в виде катушки квадратного сечения из медной ленты (толщина катушки при этом должна быть равна ширине медной ленты, $t=h=b$). Индуктивность такой катушки

$$L \simeq (\mu_0/4\pi)\, 8{,}5 w^2 d.$$

2. Выбор провода обмотки произведем по плотности тока. В ленточном проводе преобладающим является вытеснение тока вдоль ширины ленты (размера b), во много раз превышающей его толщину, поэтому значение $k_д$ медной ленты существенно. Это вызывает необходимость уменьшить расчетную плотность тока $J=I/S_{пр}$. В рассматриваемом примере примем $J=1$ А/мм² $=100$ А/см². Тогда

$$S_{пр}=I/J=14/100=0{,}14 \text{ см}^2=14 \text{ мм}^2.$$

Выбираем в качестве провода медную ленту (60×0,3) мм² сечением $S_{пр}=18$ мм² ($b=6$ см, $a=0{,}03$ см).

3. Геометрические размеры реактора $h=t=6$ см, $d=3h=18$ см.

4. Число витков реактора

$$w=\sqrt{\frac{4\pi L}{8{,}5\mu_0 d}}=\sqrt{\frac{4\pi\cdot 4\cdot 10^{-3}}{8{,}5\cdot 4\pi\cdot 10^{-9}\cdot 18}}=160.$$

5. Активное сопротивление реактора. Сопротивление постоянному току

$$R_= = \frac{\pi d w}{\gamma S_{пр}} = \frac{\pi\cdot 18\cdot 160}{5{,}8\cdot 10^6\cdot 0{,}18} = 0{,}087 \text{ Ом}.$$

Температурный коэффициент $k_T=1+0{,}004(60+60-20)=1{,}4$.

Коэффициент добавочных потерь согласно (4.44):

$$k_д=0{,}215kb=0{,}215\cdot 3{,}6\cdot 6=4{,}65;$$

$$k=\sqrt{\omega\mu_a\gamma/2}=\sqrt{\pi\cdot 500\cdot 4\pi\cdot 10^{-9}\cdot 5{,}8\cdot 10^5}=3{,}6;$$

$$R_\sim = R_= k_д k_T = 0{,}087\cdot 1{,}4\cdot 4{,}65=0{,}56 \text{ Ом}.$$

6. Добротность реактора

$$Q=\frac{2\pi f L}{R_\sim}=\frac{2\pi\cdot 500\cdot 4\cdot 10^{-3}}{0{,}56}=22{,}4.$$

7. Перегрев поверхности реактора

$$\Delta T = \frac{\Delta P}{\alpha S_{\text{охл}}} = \frac{110}{1{,}2\cdot 10^{-3}\cdot 1360} = 67°.$$

Мощность потерь в реакторе $\Delta P = I^2 R_{\sim} = 14^2\cdot 0{,}56 = 110$ Вт; $S_{\text{охл}} = 4\sqrt[3]{3\pi V^2} = 4\sqrt[3]{3\pi (3\pi h^3)^2} = 12\pi h^2 = 12\pi (6)^2 = 1360$ см^2.

8. Коэффициент заполнения

$$k_{\text{м}} = S_{\text{пр}} w / S_{\text{об}} = 0{,}12\cdot 160/36 = 0{,}53.$$

Пример 5.15. Спроектировать реактор, напряжение и ток в котором заданы (рис. 5.28). Формы напряжений и токов указаны на рисунке ($U_m = 400$ В, $I_m = 40$ А). Временные значения $T_{\text{и}} = 100$ мкс, $t_{\text{и}} = 50$ мкс, $t_{\text{и}1} = 20$ мкс, добротность реактора $Q = 40$, окружающая температура $T°_{\text{окр}} = 60°$ С, перегрев $\Delta T = 60°$ С. Реактор должен обеспечить незначительное электромагнитное влияние на соседнюю аппаратуру.

1. Так как реактор должен обеспечить малое поле рассеяния, выбираем тороидальную конструкцию без магнитопровода Индуктивность реактора

$$L = \frac{U_m}{2\pi f I_m} = \frac{400}{2\pi\cdot 12{,}5\cdot 10^3\cdot 40} = 1{,}2\cdot 10^{-4}\ \text{Гн (120 мкГн)},$$

где $f = \dfrac{1}{4 t_{\text{и}1}} = \dfrac{1}{4\cdot 20\cdot 10^{-6}} = 12{,}5\cdot 10^3$ Гц.

2. Определяем марку провода. Заменяя изображенную на рис. 5.28,*б* кривую тока полусинусоидой, находим эффективное значение тока за период $I = I_m/2 = 40/2 = 20$ А. Примем плотность тока $J = 400$ А/см^2, тогда сечение провода $S_{\text{пр}} = I/J = 20/400 = 0{,}05$ см^2, которому соответствует провод ЛЭТЛО (120×0,23) ГОСТ 16186—74 с наружным диаметром по изоляции $d'_0 = 0{,}42$ см, диаметр неизолированного провода $d_0 = 0{,}25$ см.

3. Расчет параметров реактора выполняем по (5.104). Подбираем значения w, a, D, стремясь сохранить соотношение $a/D = 0{,}25$, при котором катушка имеет минимальный объем. Затем корректируем отношение, добиваясь, чтобы витки обмотки плотно прилегая друг к другу, полностью заполнили слои по внутреннему диаметру тора. В итоге получаем $D = 25{,}3$ см, $a = 7{,}3$ см, $a/D = 0{,}29$, $w = 135$. При этом

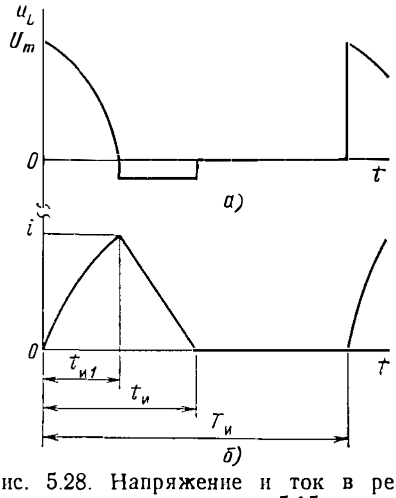


Рис. 5.28. Напряжение и ток в реакторе, к примеру 5.15

$$L = \frac{\mu_0 w^2}{2}\,\frac{a^2}{D + \sqrt{D^2 - a^2}} = \frac{4\pi\cdot 10^{-9}\cdot 135^2}{2} \times$$

$$\times \frac{7{,}3^2}{25{,}3 + \sqrt{25{,}3^2 - 7{,}3^2}} = 1{,}2\cdot 10^{-4}\ \text{Гн}.$$

Число проводников, помещающихся во внутреннем слое,

$$\frac{(D-a)\,\pi}{d_0'} = \frac{(25,3-7,3)\,\pi}{0,42} = 135.$$

4. Добротность реактора. Средняя длина одного витка обмотки $l_{об} = (a+2d'_0) = (7,3+2\cdot 0,42)\pi = 25,6$ см, длина намотки $wl_{об} = 135\cdot 25,6 = 3452$ см $= 34,5$ м, сопротивление провода постоянному току

$$R_{=} = \frac{1}{\gamma}\,\frac{l_{пр}}{S_{пр}} = \frac{3452}{5,8\cdot 10^5\cdot 0,05} = 0,119\ \text{Ом},$$

с учетом перегрева $R_{=} = 0,119\ k_T = 0,119\cdot 1,4 = 0,167$ Ом.

Коэффициент добавочных потерь для тороидального реактора определяем по (4.36):

$$k_д = F + [k_1 + u(d_0/c)^2]\,(d_s/d_0)^2 N^2 G = 1 + [2 + 9,87\,(0,25/0,42)^2 \times$$
$$\times (0,023/0,25)^2 120^2\cdot 3,3\cdot 10^{-4} = 1,22,$$

где $F=1$; $G = x^4/64 = 3,3\cdot 10^{-4}$ (для $x = d_s\sqrt{\omega\mu_a\gamma/2} = 0,0224\sqrt{2\pi\cdot 12,5\cdot 10^3\cdot 4\pi\cdot 10^{-9}\cdot 5,8\cdot 10^5/2} = 0,38$) определены по табл. 4.6; $k_1 = 2$ — по табл. 4.9 для $N = 120$; $u = u_1 + u_2 = 9,87$ — по табл. 4,7 для отношения средней длины тороида к наружному диаметру его сечения, равного $\pi D/a = \frac{3,14\cdot 25,3}{7,3}$ 9,86, см. рис. 5.27; расстояние между осями проводов при плотной намотке $c = d'_0 = 0,42$ см. Сопротивление обмотки переменному току $R_{\sim} = R_{=}k_d = 0,167\cdot 1,22 = 0,204$ Ом.

Добротность $Q = \frac{2\pi f L}{R_{\sim}} = \frac{2\pi\cdot 12,5\cdot 10^3\cdot 1,2\cdot 10^{-4}}{0,204} \simeq 46.$

5. Перегрев реактора

$$\Delta T = \frac{\Delta P}{\alpha S_{охл}} = \frac{81,6}{1,2\cdot 10^{-3}\cdot 1823} = 37,3^\circ < 60^\circ.$$

Мощность потерь в реакторе $\Delta P = I^2 R_{\sim} = 20^2\cdot 0,204 = 81,6$ Вт.

Поверхность охлаждения тороида $S_{охл} = \pi^2 Da = \pi^2\cdot 25,3\cdot 7,3 = 1823$ см^2.

5.16. Выбор оптимальной частоты для электромагнитных элементов

Граничная частота для трансформаторов. Достаточно эффективным путем уменьшения массы и габаритов электромагнитных элементов РЭА является повышение рабочей частоты. Следует, однако, отметить, что с повышением рабочей частоты габариты и масса ЭЭ могут быть уменьшены до определенного предела, соответствующего так называемой граничной частоте $f_{гр}$. Это вызвано действием физических факторов, каковыми, например, являются: уменьшение коэффициента передачи трансформатора из-за падения напряжения на индуктивности рассеяния, ограничение возможности размещения обмотки в окне магнитопровода, невозможность одновременного удовлетворения требованиям по индуктивности и добротности для реакторов и т. д. Разумеется, значение граничной частоты зависит от конструкции ЭЭ, свойств материала магнитопровода, способа выполнения обмоток и др.

Объем магнитопровода трансформатора $V_м$, на котором может быть реализована заданная мощность P при заданной частоте f, можно определить из (5.11):

$$V_м = 1,5\sqrt{\frac{A}{k_м}}\,\frac{P}{\Delta T\sqrt[4]{f}}\,. \tag{5.105}$$

(Чтобы не усложнять последующие выражения, принято $k_д = 1$; $k_T = 1$).

Из (5.105) следует, что объем магнитопровода (и соответственно всего трансформатора) может быть неограниченно уменьшен при соответствующем увеличении частоты. Однако (5.105) справедливо только в определенном диапазоне частот, т. е. должна существовать некоторая граничная частота, при превышении которой объем трансформатора не должен уменьшаться (при прочих равных условиях — при сохранении параметров материала магнитопровода, конструкции и т. п.). Чтобы определить значение этой частоты, необходимо учесть влияние дополнительных факторов, которые не были учтены при выводе (5.105), в первую очередь, индуктивности рассеяния трансформатора L_s, влияющей на коэффициент передачи рассматриваемой системы на повышенной частоте.

Согласно материалу, изложенному в § 2.4, индуктивность рассеяния трансформатора

$$L_s = 3{,}62 \cdot 10^{-7} U_1^2 \sqrt{A}\, V_м^{1/3}/(P f^{1/4}).$$

Индуктивное сопротивление рассеяния

$$\omega L_s = 2\pi f L_s = 2{,}28 \cdot 10^{-6} \sqrt{A}\, f^{3/4}\, V_м^{1/3}\, R'_н, \qquad (5.106)$$

где $R'_н = U^2_1/P$ — приведенное к первичным виткам сопротивление нагрузки.

Задаваясь определенной долей уменьшения мощности в нагрузке, обусловленной наличием индуктивного сопротивления рассеяния (т. е. уменьшением коэффициента передачи системы), можно определить соответствующее этому случаю отношение $R'_н/\omega L_s = p$. Тогда $p = \sqrt{s(/1-s)}$, где s — отношение мощности, выделяемой в нагрузке, рассчитанной с учетом индуктивности рассеяния, к мощности без учета влияния последней. Определим значения p, задаваясь s в пределах 0,7 ... 0,98:

s	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	0,98
p	1,53	1,73	2,0	2,38	3,00	4,36	7,00

Принимая $s=0{,}9$, что вполне соответствует практическим требованиям, получаем $p=3$, откуда с учетом (5.106)

$$R'_н/\omega L_s = 3 = 4{,}4 \cdot 10^5/(\sqrt{A} f^{3/4} V_м^{1/3}).$$

Из этого выражения находим

$$V_м = 3{,}16 \cdot 10^{15} (A^{3/2} f^{9/4})^{-1}. \qquad (5.107)$$

Таким образом, (5.105) позволяет определить объем магнитопровода (и тем самым трансформатора) с учетом перегрева обмоток, но при условии $\omega L_s = 0$, что справедливо только для некоторого ограниченного диапазона частот. Выражение (5.107), наоборот, учитывает влияние ωL_s на выходные параметры трансформатора, но вне зависимости от перегрева. Очевидно, что объем трансформатора должен быть таким, чтобы одновременно удовлетворялись оба указанных выше условия. Этого можно достигнуть, решая совместно систему уравнений, состоящую из (5.105) и (5.107), относительно частоты. В результате можно прийти к следующему соотношению, определяющему значение критической частоты (коэффициент принят равным 0,25):

$$f_{гр} = \frac{3{,}98 \cdot 10^7}{A} \sqrt{\frac{\Delta T}{P}}. \qquad (5.108)$$

Подставляя (5.108) в (5.107), получаем минимальный объем трансформатора, соответствующий граничной частоте, который можно реализовать на выбранном материале магнитопровода при заданных P и ΔT:

$$V_{min} = 2{,}5 \cdot 10^{-2} A^{3/4} (P/\Delta T)^{9/8}. \qquad (5.109)$$

Таким образом, (5.108) устанавливает граничную частоту, для которой справедливо (5.105), или, в конечном счете, минимально возможный объем трансформатора, который реализует заданную мощность при увеличении частоты напряжения питания при прочих заданных условиях проектирования.

Граничная частота, установленная с помощью (5.108) для трансформаторов обычного исполнения, может быть увеличена благодаря применению специальных мер: использованию материалов с меньшими потерями (в частности, ферритов или ленты с меньшей толщиной проката), уменьшению числа первичных витков, секционированию обмоток и эффективному их размещению на магнитопроводе, изменению геометрии магнитопровода и т. п.

Пример 5.16. Определить граничную частоту и объем магнитопровода из специальной стали толщиной 0,35 мм ($A=1750$, $k_р=1,5$) для трансформатора мощностью $P=500$ Вт, имеющего перегрев 50° С. Сравнить полученный объем с объемом трансформатора, имеющего те же параметры, но для частоты 50 Гц. Напряжение питания для обоих случаев $U=220$ В.

Определим граничную частоту по (5.108):

$$f_{гр}=\frac{3{,}98\cdot 10^7}{A\,k_р}\sqrt{\frac{\Delta T}{P}}=4794\ \text{Гц}.$$

Находим значения $V_м$ и B_m:

$$V_м=3{,}16\cdot 10^{15}\left(A^{3/2}\,f_{гр}^{9/4}\right)^{-1}=225\ \text{см}^3;$$

$$B_m=0{,}156\,\frac{\sqrt{P}}{\sqrt[3]{A}\,f_{гр}^{7/8}\,V_м^{2/3}}=8{,}7\cdot 10^{-6}\ \text{В}\cdot\text{с}\cdot\text{см}^{-2}.$$

Трансформатор может быть выполнен на магнитопроводе ПЛ25×50 ($S_м=10{,}9$ см^2, $V_м=223$ см^3).

Определим число первичных витков и индуктивность рассеяния для этого трансформатора:

$$w_1=\frac{U}{4{,}44\,B_m\,S_м\,f_{гр}}=108;$$

$$L_s=\frac{\mu_0\,w_1^2\,l_{об}\,c_{ок}}{6h_{ок}}=\mu_0\,w_1^2\,\frac{c_{ок}^2\,l_{об}}{6\,S_{ок}}=2{,}7\cdot 10^{-9}\,w_1^2\,V_м^{1/3}=1{,}94\cdot 10^{-4}\ \text{Гн}$$

Потери в магнитопроводе $P_м\approx Af_{гр}^{3/2}B_m^2V_м=10{,}3$ Вт.

Вычислим сопротивления $R'_н$ и ωL_s:

$$R'_н=U^2/P\approx 97\ \text{Ом};\quad \omega L_s=2\pi f_{гр}L_s=5{,}8\ \text{Ом}.$$

откуда $p=R'_н/\omega L_s=16{,}7$ и $S\approx 1$.

Найдем аналогичные величины для трансформатора на частоте $f=50$ Гц ($B_m=2{,}0\cdot 10^{-4}$ В·с·см$^{-2}$). По (5.105) определим $V_м$:

$$V_м=1{,}5\sqrt{\frac{A}{k_м}}\,\frac{P}{\Delta T\sqrt[4]{f}}=471\ \text{см}^2\ (\text{ПЛ}\,32\times 80,\ S_м=20{,}5\ \text{см}^2,$$

$$V_м=667\ \text{см}^3);$$

$$w_1=\frac{U}{4{,}44\,f\,B_m\,S_м}=397;$$

$$L_s=2{,}7\cdot 10^{-9}w_1^2\,V_м^{1/3}=3{,}31\cdot 10^{-3}\ \text{Гн};$$

$$P_м=A\,f^{3/2}\,B_m^2\,V_м=17{,}5\ \text{Вт};$$

$R'_н=97$ Ом; $\omega L_s=1{,}04$ Ом; $s=1$ (т. е. индуктивность рассеяния, как и утверждалось ранее, не влияет на выходную мощность).

Из проведенного расчета видно, что прямой переход на граничную частоту $f_{гр} \simeq 5$ кГц не дает существенного уменьшения объема трансформатора

$$\frac{V_м(f=50)}{V_м(f=4794)} = \frac{471}{225} \approx 2,1.$$

Поэтому для увеличения этой разницы целесообразно перейти на другой материал. Например, применив пермаллой 50Н ($A'=360$), найдем, что новая критическая частота будет выше ранее полученной, как это следует из (5.108), в 1780/360 ~ 5 раз, а $V'_м$ окажется равным

$$V'_м = V_м(A/A')^{3/2}(f_{гр}/f'_{гр})^{9/4} = V_м(360/1750)^{3/4} = 0,31\ V_м,$$

так как $f_{гр}/f'_{гр}=A'/A$.

Таким образом, по сравнению с трансформатором на $f=50$ Гц, объем последнего трансформатора снизился в 3 раза.

Граничная частота для реакторов. У реакторов, как и у трансформаторов, с повышением частоты протекающего по обмотке реактора тока объем сокращается. Однако, как будет показано ниже, характер уменьшения объема магнитопровода (а также объема реактора) в зависимости от частоты существенно отличен от того, который наблюдается у трансформаторов.

Из физических соображений ясно, что при увеличении частоты питающего напряжения (но при сохранении значений всех прочих заданных параметров исследуемой системы) объем реактора должен уменьшаться (это следует из условия сохранения величины реактивной мощности) до определенного предела, т. е. должна существовать некоторая (как и в трансформаторе) граничная частота, превышение которой не приводит к дальнейшему уменьшению объема реактора.

Поставленную задачу можно решить исходя из рассмотрения комплексных критериев подобия, которые характеризуют реактор как систему [см. (5.72, 5.73)] и имеют следующий вид:

$$\Pi_W = 0,3 = \sqrt{\frac{A}{k_м}}\ \frac{W f^{3/4}}{\Delta T\, V_м}, \quad \Pi_Q = 100 = \sqrt{\frac{A}{k_м}}\ \frac{Q}{f^{1/4}\, V_м^{1/3}}. \qquad (5.110)$$

Таким образом, первая из формул (5.110) определяет объем магнитопровода по заданным значениям энергоемкости и перегрева, а вторая — по добротности.

Нетрудно видеть из (5.110), что требование получить заданные значения W, ΔT и Q при изменении частоты приводит к противоречию: для получения заданных W и ΔT при увеличении частоты следует увеличивать объем магнитопровода, а для получения заданного значения добротности Q объем должен быть уменьшен.

Определим объем магнитопровода по каждой из формул (5.110) и обозначим его соответственно $V_{мW}$ при $W=\text{const}$ и $V_{мQ}$ при $Q=\text{const}$ (примем $k_м=0,25$):

$$V_{мW} = 6,7\sqrt{A} f^{3/4} W (\Delta T)^{-1}; \qquad (5.111)$$

$$V_{мQ} = 8\cdot 10^{-6} A^{3/2} Q^3 f^{-3/4}. \qquad (5.112)$$

Анализ (5.111) и (5.112) показывает, что при малых частотах (теоретически при $f\to 0$) $V_{мQ} > V_{мW}$, а при достаточно больших (теоретически при $f\to\infty$) $V_{мQ} < V_{мW}$. Следовательно, существует некоторое значение критической частоты $f_{гр}$, при которой $V_{мQ}=V_{мW}$. Эту частоту находим, приравнивая друг другу (5.111) и (5.112). В итоге получим

$$f_{гр} = 1,13\cdot 10^{-4}(A\Delta T/W)^{2/3} Q^2. \qquad (5.113)$$

Эта частота и будет искомой граничной частотой. Действительно, проектирование реактора сводится к выбору магнитопровода, на котором обеспечиваются заданные значения энергоемкости $W=LI^2$ и добротности Q при определенном перегреве ΔT. В области частот $f<f_{гр}$ объем магнитопровода, выбранный по (5.112), исходя из заданной добротности Q, заведомо обеспечит реали-

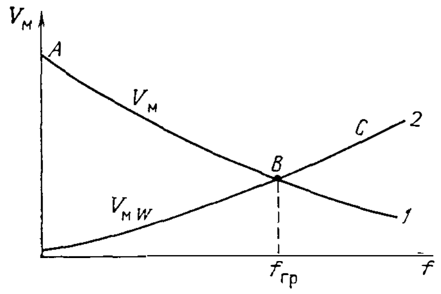


Рис. 5.29. Характер изменения объема реактора в зависимости от частоты:
1 — $V_{мQ}$ при Q=const; *2* — $V_{мW}$ при W=const

зацию заданной энергоемкости W и перегрева (рис. 5.29), поскольку в этой области частот $V_{мQ} > V_{мW}$.

В силу аналогичных рассуждений для частоты $f > f_{гр}$ объем магнитопровода должен быть выбран уже по (5.111) с целью обеспечения заданных Q и W. Таким образом, область допустимых значений объемов магнитопровода ограничена линией ABC на рис. 5.29. Возвращаясь к поставленной задаче об определении степени возможного сокращения габаритов реактора, т. е. уменьшения объема его магнитопровода при переходе в область повышенных частот, следует отметить, что при заданных значениях перегрева, добротности и энергоемкости для конкретного выбранного материала магнитопровода, который характеризуется параметром A, существует граничная частота $f_{гр}$, определяющая минимальные габариты реактора.

Отклонение частоты как в сторону уменьшения, так и увеличения приводит к возрастанию объема реактора, что следует из приведенных соотношений и рис. 5.29. Следует также заметить, что в общем случае значения граничных частот для трансформаторов и реакторов (не говоря уже о других видах электрорадиокомпонентов) могут не совпадать друг с другом. Поэтому решение вопроса выбора рабочей частоты с целью достижения минимальных габаритов рассматриваемого устройства в целом должно быть связано с нахождением определенного оптимума, базирующегося на принятии обоснованных компромиссных подходов.

Чтобы определить минимальный объем магнитопровода, соответствующий граничной частоте, следует подставить (5.113) в (5.111), тогда

$$V_{min} = 7{,}3 \cdot 10^{-3} A Q^{3/2} \sqrt{W/\Delta T}. \qquad (5.114)$$

Пример 5.17. Определить граничную частоту и объем реактора при следующих данных: $\Delta T = 50°$ C; $L = 10^{-2}$ Гн; $I = 3$ А; $Q = 10$. Материал магнитопровода — электротехническая сталь толщиной 0,35 мм ($A = 1750$). Сравнить полученный объем с объемом реактора на частоте 10^3 Гц.

Расчет производим в следующем порядке:

1. Находим энергоемкость реактора W:

$$W = LI^2 = 9 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}.$$

2. Определим граничную частоту по (5.113):

$$f_{гр} = 1{,}13 \cdot 10^{-4} (A \Delta T / W)^{2/3} Q^2 = 113 \text{ Гц}.$$

3. Вычисляем минимальный объем по (5.114):

$$V_{min} = 7{,}3 \cdot 10^{-3} A Q^{3/2} \sqrt{W/\Delta T} = 17{,}1 \text{ см}^3.$$

4. Объем реактора на частоте 1 кГц при тех же параметрах

$$V_{мW} = 6{,}7 \sqrt{A} f^{3/4} W/\Delta T = 89{,}7 \text{ см}^3;$$

$$W_{мQ} = 8 \cdot 10^{-6} A \sqrt{A} Q^3 / f^{3/4} = 3{,}3 \text{ см}^3$$

Естественно, что объем, на котором может быть реализован реактор с заданными параметрами, равен 89,7 см³.

ЧАСТЬ II

ФИЗИЧЕСКИЕ ПОЛЯ И ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

6. Некоторые вопросы совместимости электромагнитных систем

6.1. Виды взаимных влияний

Обеспечение совместной работы различных устройств, в том числе и радиотехнических средств, составляет предмет электромагнитной совместимости (ЭМС) как самостоятельное научно-техническое направление. Стремление уменьшить общие габариты современной аппаратуры приводит к необходимости уплотнять компоновку как самих приборов, так и элементов, располагающихся внутри приборов. В то же время усложнение задач, решаемых средствами электронной и вычислительной техники, требует значительного увеличения мощности (и вместе с тем увеличения концентрации мощности). Обеспечение в этих условиях совместной работы различных радиоэлектронных средств составляет в настоящее время важнейшую техническую проблему.

Основными научно-техническими задачами этой проблемы являются:

1. Выявление источников и причин возникновения электромагнитных помех (ЭМП).
2. Определение восприимчивости к ЭМП аппаратуры на различных структурных уровнях.
3. Разработка эффективных мер защиты РЭА от ЭМП.
4. Разработка методов прогнозирования ЭМС и ЭМП.

Таким образом, ЭМС РЭА можно определить как свойство этой аппаратуры функционировать в заданной электромагнитной обстановке. При этом подразумевают, что само рассматриваемое устройство не должно неблагоприятно воздействовать на работу другого устройства и противостоять его воздействию.

Электромагнитные помехи — электромагнитные, электрические и магнитные процессы, создаваемые любым источником в пространстве или проводящей среде, которые могут привести к искажению полезного сигнала. По признаку своего происхождения ЭМП подразделяют на внешние (межсистемные) и внутренние (внутрисистемные) При этом под внутренними ЭМП следует понимать такие, которые создаются средствами самой системы (например, источниками электропитания, усилителями мощности и т. п.), а под внешними — помехи, создаваемые другой системой, имеющей то же или иное функциональное назначение (например, электродвигателями, кабельными трассами и т. п.).

Внутренние ЭМП включают в себя шумы, наводки и помехи от рассогласования. Шум — это процесс, связанный с дискретной природой электрического тока.

В рассматриваемых радиоэлектронных устройствах могут иметь место помехи от силовой сети, для средств цифровой техники особую опасность представляют импульсные помехи, возникающие при различных коммутациях, аварийных режимах, скачках напряжений, провалах напряжений и т. п. Достаточно часто в РЭА возникают паразитные связи по устройствам заземления, а также в силу неэквипотенциальности корпусных конструкций.

С принципиальной точки зрения проникновение ЭМП в систему может происходить двумя путями: излучением (т. е. без непосредственного контакта источника и приемника помех) и кондуктивным путем, т. е. когда помеха от источника к приемнику проникает через проводящую среду: кожухи, шасси, экраны, оплетки, устройства заземления, силовые или сигнальные кабели и др. Сюда же можно отнести помехи, проникающие через диэлектрик (естественные и искусственные конденсаторы).

Таблица 6.1

Характеристики различных способов теплоотвода для стоечных конструкций

Способ охлаждения	Количество отводимого тепла, кВт	Относительные показатели
Естественное охлаждение	0,3	1
Принудительная воздушная вентиляция	1...1,5	5
Комбинированное охлаждение	2,5	8,5
Водяное охлаждение	3,5	12

Наличие рассмотренных связей в известном смысле предопределяет пути проникновения помехи (или взаимные влияния отдельных элементов друг на друга). Кроме рассмотренных связей, нельзя не упомянуть тепловые взаимодействия, которые могут в сильной степени влиять на нормальное функционирование аппаратуры. Поэтому огромное значение имеют определения и организация рационального теплового режима проектируемых устройств РЭА. В теоретическом плане многие аспекты этой проблемы изложены в гл. 9.

Возможности отвода тепла стойками, реализующими различные способы охлаждения, характеризуют цифрами, взятыми из опыта проектирования реальных систем. Если возможность отвода тепла у шкафов с естественным охлаждением принять за единицу, то образуется характерный ряд теплоотводящих свойств шкафов различных конструкций (табл. 6.1).

Таблица 6.2

Ориентировочные значения параметра B_0 для некоторых конкретных источников электромагнитного поля

Вид источника	Частота, Гц	B_0, мкТл
Электродвигатели переменного тока (50 Гц)	50	24
	400	3
	1000	1,3
Электродвигатели постоянного тока	—	5
Электродвигатели переменного тока (400 Гц)	400	32
	1000	13
Электромашинные преобразователи	50	51
	400	5
Выпрямители	400	24
	1200	10
Трансформаторы:		
однофазные	50	1...2
	400	4...10
трехфазные	50	2
	400	6
Люминесцентные лампы	50	16
Стойки с маломощными трансформаторами и выпрямителями	50	4
	400	1
	1000	0,1
Силовые распределительные щиты	50	30
	400	6
Стойки с функциональным оборудованием	50	3,2
	400	0,8
	1000	0,08

Величины электромагнитных полей, создаваемых различными источниками, приближенно можно представить зависимостью

$$B \approx B_0 (R_0/r)^{3/2},$$

где B — индукция на расстоянии r, см, от геометрического центра источника, мкТл; R_0 — радиус сферы с объемом, равным объему источника, см. Если объем источника неизвестен, оценку R_0 можно произвести по формуле

$$R_0 \approx 1{,}5 \sqrt[3]{P};$$

здесь R_0 в см, P в Вт).

Значения B_0 приведены в табл. 6.2.

Поле двупроводной линии определится как

$$B = \frac{3 \mu_0 I d}{2 \pi R^2},$$

а со скруткой жил

$$B = \frac{I \mu_0 d l_0}{\mu R^3},$$

где $2l_0$ — шаг скрутки, R — расстояние от линии до точки наблюдения; l — расстояние между проводниками; d — диаметр жилы кабеля.

И, наконец, для трехфазного кабеля

$$B = \frac{I a^3}{6 \pi R^3},$$

где a — расстояние между жилами.

Индуктивные и емкостные связи определяют по формулам и в соответствии с рекомендациями, изложенными в гл. 2 и 3.

В большинстве практических задач сталкиваются со сложными полями, создаваемыми несколькими источниками ($\hat{H}$), поэтому сложение отдельных полей целесообразно производить в квадратурах, учитывая этим случайный характер ориентации вектора магнитной индукции в рассматриваемой точке, вызванной случайным распределением фаз источников поля, их положения, т. е.

$$\hat{H} = \sqrt{\sum_{i=0}^{n} H_i^2}.$$

Чаще всего для различных видов помехочувствительной аппаратуры экспериментально определяют величину помеховосприимчивости $H_{в.п}$ (предельное значение внешнего магнитного поля, наводка от которого не превышает допустимого значения).

6.2. Рекомендации по уменьшению взаимных влияний электромагнитных систем

Анализ имеющихся опубликованных данных и их классификация позволили высказать ряд практических рекомендаций по уменьшению взаимного влияния различных электромагнитных и электронных устройств друг на друга. Схемотехнические рекомендации приводятся в настоящем параграфе, а конструктивные — в следующем.

К схемотехническим мероприятиям, направленным на снижение уровня взаимных связей, можно отнести следующие. В сигнальных цепях, по которым передаются слабые сигналы, при контакте разных металлов друг с другом эти металлы должны быть гальванически совместимы. Достаточно эффективным средством защиты от наводок служит такая мера, как экранирование. При этом заземление экрана в одной или нескольких точках дает защиту только от электрических полей. Для защиты от магнитных полей следует применять магнитные экраны из магнитных материалов, витые пары, коаксиальные кабели. Принцип магнитого экранирования основан на уменьшении площади контура, который пронизывается магнитным потоком. Следует иметь в виду, что с целью предотвращения излучения на частоте выше пятикратной частоты среза экрана целесообразно применять экран, заземленный с обоих концов: $\omega_{среза}=R_э/L_э$ ($R_э$, $L_э$ — сопротивление и индуктивность экрана). Напомним, что в цепи, заземленной с обоих концов, можно обеспечить лишь частичное магнитное экранирование, поскольку в этом случае образуется контур заземления.

Экран, по которому протекают токи шумов, не должен быть частью сигнальной цепи. На низких частотах может быть использована витая пара и триаксиальный кабель. На высоких частотах коаксиальный кабель вследствие поверхностного эффекта действует так же, как триаксиальный.

Надо стремиться к тому, чтобы активные и реактивные сопротивления были сбалансированы, при этом чем лучше баланс, тем глубже подавление; чем меньше волновое сопротивление питания, тем меньше связь по шумам через эту цепь. В самом деле $z_0=(L_л/c_л)^{-1/2}$ ($L_л$, $C_л$ — индуктивность и емкость линии); $\Delta u=\Delta Iz_0$.

Поскольку большинство шин питания не обеспечивает малого волнового сопротивления, каждая нагрузка должна быть шунтирована развязывающим конденсатором. На рис. 6.1 приведены схематические изображения питающих линий и соответствующие им формулы для определения волновых сопротивлений.

С целью минимизации шумов полосу пропускания системы следует ограничивать до полосы, необходимой для пропускания сигнала.

Быстродействующие цифровые логические элементы из-за высокой частоты переключения могут быть источником магнитных полей помех. Печатные схемы с большим числом корпусов логических интегральных схем должны быть надежно заземлены.

Для пассивных элементов можно высказать следующие рекомендации. Электрические конденсаторы используют в низкочастотных цепях. Поскольку все конденсаторы обладают собственным резонансом (из-за наличия индуктивности, значения которой даны в справочниках), их применение ограничено на высоких частотах. В этом случае преимущество имеют слюдяные и керамические

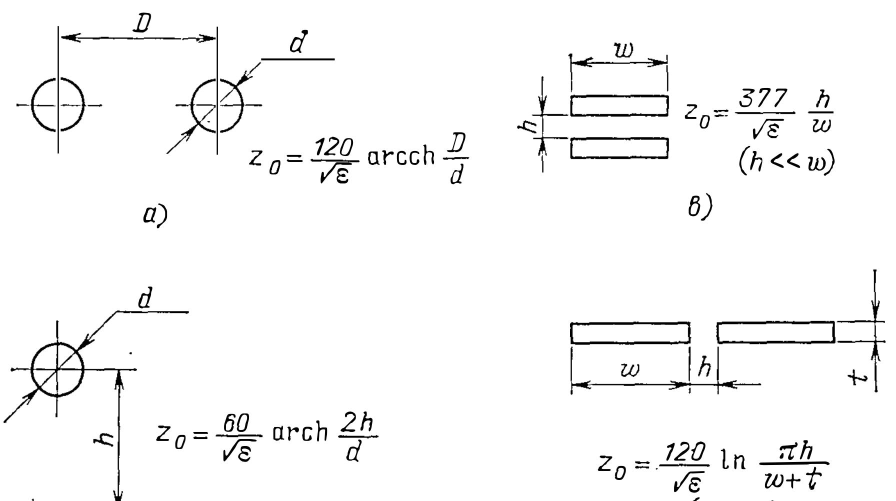


Рис. 6.1. Волновые сопротивления:

а — двухпроводной линии; *б* — провода над корпусом; *в* — двухпроводной линии из плоских проводников; *г* — то же, но расположенных в горизонтальной плоскости конденсаторы. Катушки индуктивности с воздушным сердечником создают большие поля шумов, во всяком случае большие, чем катушки с замкнутыми ферромагнитными магнитопроводами. В то же время катушки индуктивности с ферромагнитными магнитопроводами более чувствительны к внешним магнитным полям. Для уменьшения емкостной составляющей связи между отдельными элементами системы следует использовать электростатические экраны.

Резисторы всех типов обладают одинаковым уровнем тепловых шумов. Проводник даже на низких частотах обладает индуктивным сопротивлением, превышающим его активное сопротивление. Например, круглый медный проводник ($r=10^{-3}$ м) имеет активное и индуктивное сопротивления на частоте 10 кГц соответственно равные $R=\frac{l}{\gamma\pi r^2}\approx 10^{-3}$ Ом; $\omega L=\mu_0 fl\left(\ln\frac{2l}{r}-1\right)\approx$ $\approx 5{,}4\cdot 10^{-3}$ Ом (длина проводника $l=0{,}1$ м).

6.3. Рекомендации по конструктивным методам

Помимо схемотехнических, можно высказать некоторые рекомендации конструктивного плана.

1. По экранированию проводников.

В коаксиальном кабеле, заземленном с обоих концов, на частотах выше пятикратной частоты среза экрана весь ток практически течет по экрану. В цепи, заземленной с обоих концов, можно обеспечить лишь частичное магнитное экранирование, поскольку в этом случае образуется контур заземления.

Эффективность экранирования витой пары повышается с увеличением числа витков на единицу длины такой трассы.

2. По системам с усилителями.

В случае заземленного усилителя и незаземленного источника сигнала экран входного кабеля следует подключать к общему зажиму усилителя.

В случае заземленного источника и незаземленного усилителя экран входного кабеля следует подключать к общему зажиму источника.

Экран, в который включен усилитель с большим коэффициентом усиления, следует подключать к общей шине усилителя.

Когда сигнальная цепь заземлена с обоих концов, образуется контур заземления, чувствительный к шумам от магнитных полей и разности напряжений в точках заземления. Контуры заземления можно разорвать при помощи трансформатора или оптронов.

На высоких частотах экраны сигнальных кабелей надо заземлять в нескольких точках.

3. По экранированию.

Экран толщиной, равной глубине проникновения электромагнитной волны в материал, обеспечивает экранирование около 9 дБ.

На коэффициент экранирования сильнее влияет линейный размер отверстия, чем его площадь.

4. По тепловым шумам.

Тепловой шум, создаваемый цепью, составленной из пассивных элементов, определяется действительной частью полного сопротивления цепи.

Реактивное сопротивление не создает тепловых шумов.

Контактные шумы существенны на низких частотах.

Импульсные шумы устраняются совершенствованием производственных процессов, которые их и вызывают.

При данном сопротивлении источника минимален шум той схемы, у которой минимален коэффициент шума:

$$k_{ш}=\frac{u_{ш}^2}{4\,kTBR_г\,k_у^2},$$

где $u_ш$ — напряжение шума на выходе; B — полоса; $R_г$ — сопротивление генератора; $4kT=1{,}6\cdot 10^{-20}$ Вт/Гц; $k_у$ — коэффициент усиления.

Для улучшения шумовых характеристик следует использовать низкоомный источник (при условии, что его напряжение постоянно).

Если коэффициент усиления первого каскада системы велик, то суммарный шум системы определяется шумами первого каскада.

Индуктивное и активное сопротивления переменному току у плоского прямоугольного проводника меньше, чем у круглого. Для увеличения индуктивности проводника без увеличения потерь на постоянном токе используют ферромагнитные кольца или бусины, нанизанные на проводник. Индуктивность в этом случае $L=\mu_a Nh\ln(d_2/d_1)$, где μ_a — абсолютная магнитная проницаемость материала; N — число колец (бусин); h — высота кольца, см; d_2, d_1 — наружный и внутренний диаметры кольца (бусины) соответственно.

На эффективности экранирования сильно сказывается наличие щелей и отверстий в экране. Для оценки коэффициента экранирования экрана с отверстиями можно использовать формулу

$$k_1=k(1-S/S_0)^{3/2},$$

где k — коэффициент экранирования экрана без отверстий; S_0 — полная поверхность экрана; S — площадь отверстий.

Естественно, что приведенная формула дает только ориентировочное значение коэффициента экранирования. Полезно иметь в виду следующее обстоятельство. При одинаковых площадях отверстий коэффициент экранирования больше у того экрана, у которого отверстия мельче.

7. Потенциальные поля в РЭА

7.1. Основные методы расчета потенциальных полей

В качестве основной характеристики стационарного поля обычно используют потенциал U, т. е. функцию, удовлетворяющую уравнению

$$\Delta U=-q/k, \tag{7.1}$$

где Δ — оператор Лапласа; q — плотность источников поля, k — физическая константа, характеризующая природу рассматриваемого поля (для электростатического поля, например, k соответствует диэлектрической проницаемости, для температурного — коэффициенту теплопроводности и т. д.).

Если потенциал поля определяют в области, где нет источников, т. е. $q=0$, уравнение (7.1) принимает вид

$$\Delta U=0. \tag{7.2}$$

Задача расчета поля сводится к нахождению потенциальной функции при заданных граничных условиях, т. е. заданных значениях потенциала, градиента потенциала или их комбинации на границах области, в которой определяется поле. Различают три основных рода граничных условий, т. е. задания на границе рассматриваемой области закона распределения: а) потенциала (задача Дирихле, условия 1-го рода); б) нормальной составляющей потенциала (задача Неймана, условия 2-го рода) и в) линейной комбинации потенциала и его нормальной производной (условия 3-го рода).

Следует отметить, что возможность получить наиболее простой путь решения задачи, связанной с расчетом поля, во многом зависит от выбора системы координат и метода определения потенциала.

Метод разделения переменных. Основан на представлении решения уравнения (7.2) в виде произведения функций, каждая из которых зависит только от одной переменной. Применение метода ограничивается необходимостью удовлетворения нулевым граничным условиям хотя бы по одной переменной.

Метод Г. А. Гринберга. Применяется для случая ненулевых граничных условий. При этом решение отыскивается, как и в методе разделения переменных, в виде ряда по собственным функциям соответствующей задачи с нулевыми граничными условиями, но коэффициенты при каждой собственной функции определяются методом интегральных преобразований (см. ниже).

Метод комплексного потенциала. Область применения метода ограничивается расчетом плоскопараллельных полей, удовлетворяющих уравнению (7.2). Идея метода заключается в преобразовании сложных форм граничных поверхностей в более простые, для которых решение может быть найдено относительно легко. Указанное преобразование областей производится с помощью аппарата теории функций комплексного переменного. Основная трудность здесь заключается в том, что отображающая функция (т. е. функция, осуществляющая преобразование исходной области в расчетную) обычно оказывается достаточно сложной, и окончательное решение не удается выразить в замкнутой форме.

Метод непосредственного определения напряженности поля. В основе метода лежит предварительное отыскание функции γ, представляющей собой угол, образуемый вектором напряженности поля и одной из координатных осей. Функция γ в случае плоской задачи, которая решается в прямоугольной системе координат, удовлетворяет уравнению Лапласа. При этом граничные условия для γ являются однотипными, что также служит известным упрощающим фактором для решения задачи. Связь между функцией и напряженностью поля выражается соотношениями

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \gamma(x, y)}{\partial x} = \dfrac{\partial}{\partial y} \ln E; \\[2ex] \dfrac{\partial \gamma(x, y)}{\partial y} = -\dfrac{\partial}{\partial x} \ln E. \end{cases}$$

Метод зеркальных изображений. Применяют для случаев, когда границами поля являются плоские или цилиндрические поверхности. Сущность метода заключается в замене влияния границы на исследуемое поле дополнительной системой зарядов (или токов, в зависимости от рода рассматриваемой задачи). При этом место расположения зарядов (токов), их величина и характеристика среды определяются граничными условиями.

Метод Грина. Основан на отыскании некоторой вспомогательной функции (называемой также функцией Грина), по которой в дальнейшем вычисляют физический потенциал искомого поля. При этом нахождение указанной вспомогательной функции, как правило, представляет собой значительно более простую задачу, чем вычисление потенциала. Задача нахождения функции Грина всегда совпадает с определением поля точечного источника, расположенного внутри рассматриваемой области при нулевых граничных условиях. Метод применим только для однотипных граничных условий.

Метод интегральных преобразований. Заключается в интегральном преобразовании исходного дифференциального уравнения в частных производных, которое определяет потенциал таким образом, что в результате последнее переходит в обыкновенное дифференциальное уравнение, которое решается значительно проще. Окончательное решение получается обратным преобразованием с помощью так называемых формул обращения. Наиболее часто применяемыми для расчета полей типами интегральных преобразований являются преобразования Фурье и Ханкеля. При этом преобразование Фурье используют для плоских задач в прямоугольной системе координат, а преобразование Ханкеля — для цилиндрической системы. Необходимым условием применения указанных преобразований для расчета полей является наличие бесконечно протяженной граничной поверхности, совпадающей с координатной поверхностью, и однородность граничных условий.

Для неоднородных граничных условий, заданных на бесконечно протяженной границе, достаточно эффективно может быть использован метод парных интегральных уравнений.

В последующих параграфах настоящей главы даны готовые фоормулы расчета для различных форм электродов. В отдельных случаях читатель может самостоятельно получить интересующие его зависимости с помощью одного из перечисленных выше методов, выбранного соответственно конкретным условиям задачи.

В силу известной аналогии между электрическими и магнитными полями всегда возможен переход от характеристик, определяющих поле одной физической природы, к характеристикам поля другой. Иначе говоря, можно использовать выражения, описывающие электрическое поле, для расчета магнитных полей, и наоборот. При этом, очевидно, необходимо, чтобы геометрическая конфигурация обеих систем была одинаковой. Тогда переход от одной характеристики к другой осуществляется простой заменой μ на ε и соответствующих разностей потенциалов.

7.2. Поля на различных расстояниях от источников

В большинстве практических задач исследователя интересует определение поля не во всем пространстве, окружающем источники, а только в ограниченной конкретной области. Это обстоятельство значительно упрощает расчет без большой потери точности.

Ниже рассматриваются задачи, связанные с расчетом полей, при разделении этих задач на два класса:

расчеты, целью которых является определение поля в непосредственной близости от поверхности источников; такие задачи возникают, например, при расчете допустимых пробивных напряжений, нахождении условий, исключающих появление короны, выборе изоляционных расстояний и т. д.;

расчеты, целью которых является определение поля в области, достаточно удаленной от источников; эти задачи связаны, например, с оценкой влияния одного элемента аппаратуры на соседние.

Отметим, что из чисто практических соображений расчет магнитных полей изложен здесь только применительно к задачам нахождения поля на значительном удалении от источника.

Поля на значительном удалении от источников.

1. Электрическое поле. Потенциал электрического поля проводника произвольной формы на расстоянии от его центра, большем или равном его основному габаритному размеру, приближенно может быть принят равным потенциалу точечного (линейного в случае плоского поля) источника. При этом максимальная погрешность не превышает 8%. Это же положение можно отнести и к градиенту потенциала (т. е. напряженности поля). Однако в последнем случае максимальная погрешность увеличивается до 12%.

Потенциал U и напряженность поля E точечного и линейного источников определяют соответственно по формулам

$$U=\frac{q}{4\pi\varepsilon r};\ E=\frac{q}{4\pi\varepsilon r^2};$$

$$U=\frac{\tau}{2\pi\varepsilon}\ln r;\ E=\frac{\tau}{2\pi\varepsilon r}\ (r\geqslant\Gamma),$$

где q — заряд электрода; τ — заряд на единицу длины; ε — диэлектрическая проницаемость среды; r — расстояние от точки наблюдения до центра электрода; Γ — наибольший габаритный размер электрода.

Возможность выражения полей реальных систем через поля точечных (линейных) источников рассмотрена в § 7.3.

Поскольку в практических задачах обычно задан потенциал проводника U, а не заряд q, последний может быть найден через известную величину емкости проводника C (см. гл. 3):

$$q=CU.$$

2. Магнитное поле. Выводы, аналогичные вышеизложенным, относятся и к магнитному полю, которое создается током, протекающим по катушке. Магнитное поле катушки с током на расстоянии от ее центра, равном или превышающем наибольший габаритный размер катушки, совпадает с полем среднего витка, по которому протекает полный ток (Iw):

$$H_z=-\frac{M_m(\rho^2-2z^2)}{4\pi\mu_0 r^5};\ H_\rho=-\frac{M_m z\rho}{4\pi\mu_0 r^5}\ (r\geqslant\Gamma),$$

где $M_m = \mu_0 I w \pi R^2 \chi$; μ_0 — магнитная проницаемость воздуха, равная $4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м; I — ток, протекающий по виткам катушки; w — число витков; R — радиус среднего витка; $\chi = r^3 (R^2 + r^2)^{-3/2}$; ρ, z — радиальная и осевая координаты; $r = \sqrt{\rho^2 + z^2}$.

По приведенным формулам можно рассчитать поле обмоток, расположенных на шихтованных и ленточных магнитопроводах. Это объясняется тем, что в этих случаях вклад поля, возбуждаемого вихревыми токами, мал и практически может не учитываться.

При расположении обмоток на сплошных магнитопроводах (например, на магнитопроводах из феррита) внешнее поле ослабляется действием вихревых токов и при очень больших частотах становится достаточно слабым; для этих систем поле определяется по формуле

$$H \approx \frac{Iw}{\pi} \sqrt{\frac{R}{r}} \left(\frac{1}{r - R} + \frac{1}{r + R} - \frac{2\sqrt{\gamma \omega \mu_a}}{1 + (r + R)\sqrt{\gamma \omega \mu_a}} \right),$$

где μ_a — абсолютная магнитная проницаемость магнитопровода; γ — удельная электропроводность.

При наличии нескольких обмоток результирующее поле находят как сумму полей отдельных эквивалентных витков с учетом направлений и величин токов в каждом из них, а также фазовых соотношений.

Поле вблизи поверхности источников. Оценка величины поля в интересующей точке поверхности источника может быть выполнена на основе следующих соображений:

а) если в данной точке поверхность имеет два крайних значения радиуса кривизны ($R_{\min}$ — минимальный и $R_{\max}$ — максимальный), то напряженность поля в этой точке будет меньше, чем на сфере радиуса $R_{\min}$, но больше, чем на сфере радиуса $R_{\max}$ (при условии равенства зарядов или потенциалов);

б) если вокруг рассматриваемой поверхности описана другая поверхность (причем последняя имеет с исходной общие точки касания), то в точках касания напряженность поля на описанной поверхности будет меньше, чем в тех же точках на исходной поверхности;

в) если в рассматриваемой точке поверхности проводника имеет место степень неоднородности поля $\eta = dE/dr$, то на сфере, имеющей то же значение неоднородности поля, напряженность поля будет меньше, чем на исходной поверхности;

г) если на бесконечно протяженной цилиндрической поверхности радиуса R задано распределение потенциала $U(z)$, то нормальная составляющая напряженности поля на этой поверхности будет равна

$$E_r(R, z) \approx E_{rn} + U(z)/2R,$$

где E_{rn} — нормальная составляющая напряженности поля плоской системы, для которой задано такое же распределение потенциала $U(z)$ на бесконечной плоской границе (см. ниже).

Помимо указанных приемов расчета и оценки поля в ближней зоне могут быть использованы приведенные в табл. 7.1 формулы для вычисления напряженности поля (E) некоторых конкретных систем.

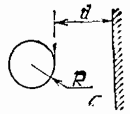
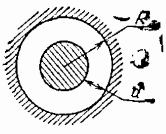
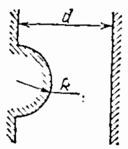
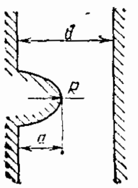
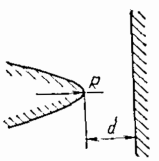
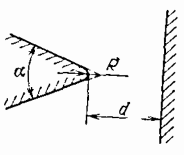
Расчет поля по заданному распределению потенциала на границе. В некоторых частных случаях задания закона распределения потенциала на граничных поверхностях определение потенциала поля во всем пространстве, окружающем источник, может быть выполнено непосредственно с помощью приведенных ниже формул.

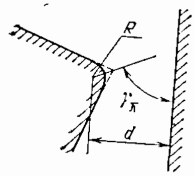
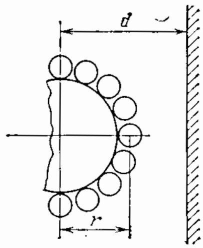
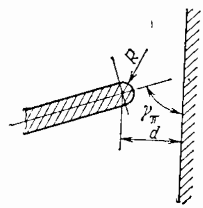
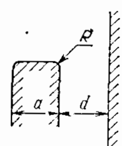
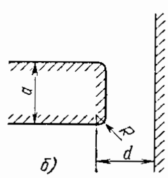
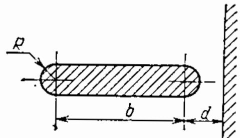
1. Потенциал задан на плоскости. Если известен закон распределения потенциала $U_0(x)$ на плоскости ($y=0$) в прямоугольной системе координат, то потенциал во всем окружающем пространстве

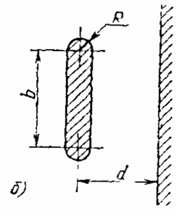
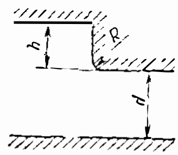
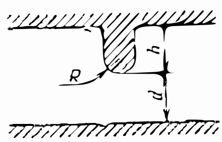
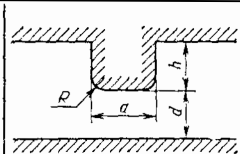
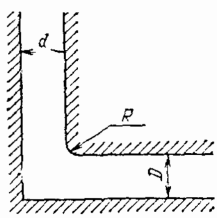
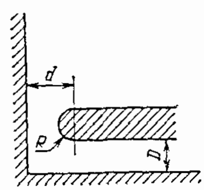
$$U(x, y) = \frac{y}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U_0(\xi) \frac{d\xi}{(x - \xi)^2 + y^2}.$$

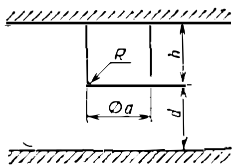
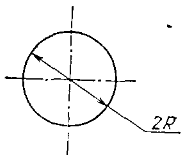
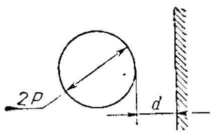
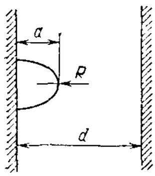
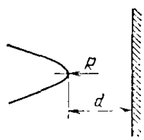
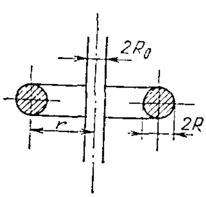
Таблица 7.1

Формулы для вычисления напряженности поля

Наименование системы	Вид системы	E на наиболее острой кромке
1. Цилиндр против плоскости		$E = \frac{U_0}{R}\left(\ln\frac{2d}{R}\right)^{-1}$
2. Цилиндр в цилиндре		$E = \frac{U_0}{R}\left(\ln\frac{d+R}{R}\right)^{-1}$
3. Полукруглое ребро на плоскости		$E = \frac{2U_0}{d}$
4. Полуэллиптическое ребро на плоскости		$E = \frac{U_0}{d}\left(1+\sqrt{\frac{a}{R}}\right)$
5. Гиперболическое ребро против плоскости		$E = \frac{2U_0}{\pi\sqrt{dR}}$
6. Острый угол против плоскости		$E = (1{,}26)^{\beta}\frac{U_0}{d^{1-m}R^{m}}$, где $m = \frac{\beta}{1+\beta}$; $\beta = \frac{\alpha}{\pi}$

Наименование системы	Вид системы	E на наиболее острой кромке
7. Прямой угол против плоскости		$E = 1,12U_0 \left[\frac{\sin\pi\gamma}{\pi\gamma(1-\gamma)}\right]^{1/2} \frac{1}{\sqrt[3]{d^2R}}$
8. Многожильный провод с числом жил более 10 против плоскости		$E = \frac{1,41U_0}{r\ln\frac{d}{r}}$
9. Плоское тонкое ребро против плоскости		$E = \frac{1,11U_0}{\sqrt{dR}} \left[\frac{\sin\pi\gamma}{\pi\gamma(1-\gamma)}\right]^{1/2}$
10. Ребро против плоскости	 а)  б)	$E = 1,26\frac{U_0}{\sqrt[3]{d^2R}}\frac{\sqrt[3]{E^2(k)}}{\sqrt[6]{1-k^2}}$; $k = 2(1+e^{a/1,16d})^{-1}$; $E(k)$ — эллиптический интеграл 2-го рода; $E = \frac{1,12U_0}{\sqrt[3]{d^2R}}\left(\frac{m}{m-1}\right)^{1/3}$; $m = 2\left(1+\frac{a}{d}\right)^2 + 2\left(1+\frac{a}{d}\right)\sqrt{\frac{2a}{d}+\frac{a^2}{d^2}} - 1$
11. Пластина против плоскости	 а)	$E = 1,96\frac{U_0}{\sqrt{dR}}\frac{1}{K(k)\cdot k'}$; $k = \left(1+\frac{b}{d}\right)^{-1}$; $k' = \sqrt{1-k^2}$; $K(k)$ — полный эллиптический интеграл 1-го рода

Наименование системы	Вид системы	E на наиболее острой кромке
		$E = \frac{U_0}{\sqrt{dR}}\left[1{,}11 + \frac{0{,}12}{\left(\frac{b}{d}\right)^{0{,}74}}\right]$; $\frac{b}{d} > 0{,}05$
12. Уступ против плоскости		$E = 1{,}08\,\frac{U_0}{\sqrt[3]{d^2R}}\left[1 - \frac{1}{(1+h/d)^2}\right]^{1/2}$
13. Ребро на плоскости против плоскости		$E = 1{,}9\frac{U_0}{\sqrt{dR}}\left[\frac{d}{\pi\,(d+h)}\,\mathrm{tg}\,\frac{\pi\,h}{2\,(d+h)}\right]^{1/2}$
14. Выступ на плоскости против плоскости		$E = 0{,}96\,\frac{U_0}{\sqrt[3]{d^2\,R}}\left(\frac{h}{d}\right)^{1/8}\left(\frac{a}{d}\right)^{-1/12}$
15. Два угла		$E = 1{,}08\,\frac{U_0}{\sqrt[3]{d^2h}}\left(1 + \frac{d^2}{D^2}\right)^{1/3}$; $d < D$
16. Пластина против угла		$E = 0{,}76\,\frac{U_0}{\sqrt{DR}}\sqrt[4]{m_r + 1}$; $m_r \approx 1{,}86\left(\frac{D}{d}\right)^{1/6}$; $0 \leqslant \frac{D}{d} \leqslant 3$

Наименование системы	Вид системы	E на наиболее острой кромке
17. Цилиндрический выступ на плоскости против плоскости		$E=\frac{U_0}{d}\sqrt[3]{\frac{a}{R}}\left[1+\frac{h}{a}-\frac{h}{2d}\left(\frac{h}{a}\right)^{3/4}\right]$; $0{,}5<\frac{h}{d}<1{,}5$; $0{,}25<\frac{a}{h}<1{,}0$
18. Сфера		$E=\frac{U_0}{R}$
19. Сфера против плоскости		$E\approx\frac{U_0}{d}\left(1+\frac{d}{R}\right)$
20. Полуэллипсоид на плоскости		$E=\frac{U_0}{d}\frac{(1-x)^{3/2}}{x\left(\ln\frac{1+\sqrt{1-x}}{\sqrt{x}}-\sqrt{1-x}\right)}$; $x=\frac{R}{a}$; $E=3\frac{U_0}{d}\,(x=1)$
21. Гиперболическое острие против плоскости		$E=\frac{U_0}{R}\left(\ln\frac{2d}{R}\right)^{-1}$
22. Стержень в кольце		$E_{R_0}=\frac{2U_0}{R_0}\left(\ln\frac{r^3}{2RR_0^2}\right)^{-1}$; $(R\ll r)$; $E_R=\frac{U_0}{R}\left(\ln\frac{r^3}{2RR_0^2}\right)^{-1}$; $(R_0\ll r)$

Примечание. На рисунках обозначено R — радиус кривизны.

2. Потенциал задан на поверхности цилиндра. Если задан закон распределения потенциала как функция угла $U_0(R, \varphi)$ (в полярной системе координат) на поверхности бесконечно протяженного в осевом направлении цилиндра радиуса R, то потенциал поля вне $(r > R)$ и внутри $(r < R)$ цилиндра соответственно:

$$U(r, \varphi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} U_0(R, \psi) \frac{r^2 - R^2}{r^2 - 2Rr\cos(\psi - \varphi) + R^2} d\psi \; (r \geqslant R);$$

$$U(r, \varphi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} U_0(R, \psi) \frac{R^2 - r^2}{r^2 - 2Rr\cos(\psi - \varphi) + R^2} d\psi \; (r \leqslant R).$$

3. Потенциал задан на поверхности прямоугольного канала. Если задан потенциал на поверхности прямоугольного канала бесконечной длины, который образован границами $0 \leqslant x \leqslant a$; $0 \leqslant y \leqslant b$, в виде

$$U|_{x=0} = \varphi_0(y); \; U|_{x=a} = \varphi_1(y) \quad (0 \leqslant y \leqslant b);$$

$$U|_{y=0} = \psi_0(x); \; U|_{y=b} = \psi_1(x) \quad (0 \leqslant x \leqslant a),$$

то потенциал внутри канала

$$U(x, y) = \frac{2}{b} \sum_{k=1}^{\infty} \left[\operatorname{sh} \frac{k\pi(a-x)}{b} \int_0^b \varphi_0(y) \times \right.$$

$$\left. \times \sin \frac{k\pi y}{b} dy + \operatorname{sh} \frac{k\pi x}{b} \int_0^b \varphi_1(y) \sin \frac{k\pi y}{b} dy \right] \times$$

$$\times \frac{\sin \frac{k\pi y}{b}}{\operatorname{sh} \frac{k\pi a}{b}} + \frac{2}{a} \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{k\pi(b-y)}{a} \int_0^a \psi_0(x) \times \right.$$

$$\left. \times \sin \frac{k\pi x}{a} dx + \operatorname{sh} \frac{k\pi y}{a} \int_0^a \psi_1(x) \sin \frac{k\pi x}{a} dx \right] \frac{\sin \frac{k\pi x}{a}}{\operatorname{sh} \frac{k\pi b}{a}}.$$

4. Потенциал задан на оси. Если в цилиндрической системе координат задан закон распределения потенциала по оси $z - U_0(z, r=0)$, то потенциал во всем окружающем пространстве

$$U(r, z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} U_0(z + jr\sin\theta)\, d\theta.$$

5. Потенциал задан на сфере. Если задан закон распределения потенциала на сфере радиуса R как функция угла θ $(0 \leqslant \theta \leqslant \pi)$ — $U_0(\theta)$, то потенциал вне и внутри сферы соответственно:

$$U(r, \theta) = \begin{cases} \sum\limits_{m=0}^{\infty} \left[\dfrac{2m+1}{2} \int\limits_0^{\pi} U_0(\theta) P_m(\cos\theta) \times \right. \\ \left. \times \sin\theta\, d\theta \right] \left(\dfrac{R}{r} \right)^{m+1} P_m(\cos\theta) \; (r \geqslant R); \\ \sum\limits_{m=0}^{\infty} \left[\dfrac{2m+1}{2} \int\limits_0^{\pi} U_0(\theta) P_m(\cos\theta) \times \right. \\ \left. \times \sin\theta\, d\theta \right] \left(\dfrac{r}{R} \right)^{m} P_m(\cos\theta); \; (r \leqslant R). \end{cases}$$

Здесь $P_m(\cos\theta)$ — функция Лежандра.

7.3. Поля систем электродов и контуров

В § 7.2 показано, что на расстоянии $r \geqslant 2Г$ (Г — габаритный размер рассматриваемого электрода) от центра электрода любой конфигурации его поле практически совпадает с полем точечного заряда, равного заряду заданного электрода и расположенного в его центре. Можно далее развить эту мысль применительно к системе произвольных электродов. А именно:

1. Поле системы одноименно заряженных проводников на расстоянии от ее центра, равном или превышающем ее габаритные размеры, подобно полю точечного заряда, равного сумме зарядов системы и расположенного в ее центре.

2. Поле системы произвольно заряженных проводников в точках, находящихся вне области, границы которой отстоят от центра проводников на расстояниях, превышающих их двойной наибольший размер (или равный ему), подобно полю соответствующих точечных зарядов.

Можно показать, что равномерно поляризованный эллипсоид имеет однородное внутреннее поле

$$E = \frac{qln}{3\varepsilon_a},$$

где ql — дипольный момент; n — число диполей в единице объема; ε_a — абсолютная диэлектрическая проницаемость.

За пределами эллипсоида поле подобно полю диполя с моментом

$$E = \frac{qln}{2\pi\varepsilon_a R^3}.$$

Аналогичные соображения могут быть высказаны относительно магнитных полей. Следует отметить, что поле витка с током описывается, как известно, достаточно сложной зависимостью, которая выражается через эллиптические интегралы 1- и 2-го рода. Однако поле витка может быть заменено (приближенно) полем магнитного диполя с переменным магнитным моментом

$$M_m = \mu_0 I \pi R^2 \chi,$$

где $\chi = \left(\dfrac{z^2+\rho^2}{R^2+z^2+\rho^2}\right)^{3/2}$; ρ, z — цилиндрические координаты; R — радиус витка.

Тогда составляющие напряженности поля

$$H_z = -\frac{M_m(\rho^2 - 2z^2)}{4\pi\mu_0 r^5};$$

$$H_\rho = -\frac{3M_m z\rho}{4\pi\mu_0 r^5};$$

$$r = \sqrt{\rho^2+z^2}.$$

Как показывают расчеты, указанные выражения достаточно хорошо аппроксимируют поле витка с током уже на расстоянии $r \geqslant 2Г$.

Изложенные выше соображения позволяют при необходимости переходить от полей одной физической природы к полям другой физической природы и пользоваться наиболее приемлемыми и простыми методами исследования.

Пример 7.1. Определить в точке $x=4{,}5$ поле системы, состоящей из одинаковых четырех зарядов, расположенных на оси x в точках $x=\pm 0{,}5$; $\pm 1{,}5$.

Точное значение поля

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_a}\left[\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{5^2}+\frac{1}{6^2}\right] - \frac{q}{4\pi\varepsilon_a}\cdot 0{,}24.$$

По данному методу

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_a}\,4\left(\frac{1}{4{,}5}\right)^2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_a}\cdot 0{,}2.$$

Расхождение составляет $\approx 8\%$.

8. Экранирование

8.1. Электро- и магнитостатические экраны

Экранирование различных устройств от статических электрических и магнитных полей основано в первом случае на компенсации внешнего поля полем зарядов, появившихся на стенках экрана из проводящего материала вследствие электростатической индукции, и во втором случае — на том, что силовые линии магнитного поля преимущественно проходят по участкам с меньшим магнитным сопротивлением (по стенкам экрана).

Экранирование от воздействия статического электрического поля осуществляют весьма простым способом. Достаточно поместить экранируемый объект в замкнутую металлическую оболочку любой толщины и соединить ее с точкой нулевого потенциала (с корпусом). При этом следует иметь в виду, что экранирование увеличивает емкость системы и монтажа, которая может быть определена методами, изложенными в гл. 3. Наличие в экране неплотностей (щелей) приводит к проникновению внутрь экрана внешнего электрического поля

$$E=E_0(2b/\pi r)^2\exp(-\pi d/b-2),$$

где E_0 — внешнее электрическое поле; b, d — ширина щели и толщина материала экрана соответственно; r — расстояние от центра щели до рассматриваемой точки внутри экрана.

Эффективной защитой от постоянного магнитного поля служат экраны, выполненные из ферромагнитного материала с высокой магнитной проницаемостью (например, пермаллоя или стали). При наличии такого экрана магнитные силовые линии проходят в основном по его стенкам, поскольку их магнитное сопротивление меньше сопротивления окружающего пространства. Если стенки экрана имеют швы и стыки, расположенные перпендикулярно силовым линиям поля, его эффективность в значительной степени снижается из-за увеличения магнитного сопротивления экрана магнитному потоку.

При наличии щели в экране поле внутри экрана

$$H=H_0\left(\frac{2b}{\pi r}\right)^2\left[1+\exp\left(-\frac{\pi d}{b}-2\right)\right],$$

где H, H_0 — внутреннее и внешнее магнитные поля соответственно; остальные обозначения даны ранее.

Экран сферической или близкой к ней формы (радиус эквивалентной сферы определяют исходя из равенства объемов) имеет коэффициент экранирования

$$k_{\text{э.с}}=1+\frac{2(\mu_r-1)^2}{9\mu_r}\left(1-\frac{R_1^3}{R_2^3}\right),$$

где R_1, R_2 — внутренний и внешний радиусы экрана соответственно; μ_r — относительная магнитная проницаемость материала экрана.

Для цилиндрического экрана, который имитирует экран сложной геометрической формы, одно измерение которого значительно больше двух других, коэффициент экранирования

$$k_{\text{э.ц}}=1+[(\mu_r-1)^2/4\mu_r](1-R_1^2/R_2^2).$$

При $\mu_r\gg 1$ $R_1=R_2-\Delta$ (Δ — толщина экрана);

$$k_{\text{э.с}}\approx 1+\frac{2}{3}\mu_r\frac{\Delta}{R_2};\quad k_{\text{э.ц}}\approx 1+\frac{\mu_r}{2}\frac{\Delta}{R_2}.$$

Проектирование экранов рассматриваемого типа должно базироваться на следующих принципах:

1. Магнитная проницаемость материала экрана должна быть по возможности более высокой.

2. Коэффициент экранирования (т. е. отношение величин полей вне и внутри экрана) в первом приближении пропорционален толщине стенки экрана.

3. Воздушный промежуток между экранируемым объектом и экраном должен быть по возможности увеличен (практически до 10 мм).

4. Конструкция экрана должна быть выполнена таким образом, чтобы на пути силовых линий помехонесущего поля не встречались стыки и швы с большим магнитным сопротивлением.

8.2. Электромагнитное экранирование и его влияние на параметры катушек индуктивности

Под экранированием обычно понимают защиту определенной части пространства от помехонесущих полей. В РЭА введение экранов и, в частности, применение экранированных катушек преследует цель устранения нежелательных связей между элементами схемы и влияния полей окружающего пространства (а также обратного влияния).

Защиту от помехонесущих полей осуществляют с помощью экранов, которые выполняют на основе следующих рекомендаций:

1) начальная магнитная проницаемость и электрическая проводимость материала экрана должны быть по возможности более высокимп;

2) толщина экрана должна быть по возможности наибольшей (что особенно важно для сравнительно низких частот помехонесущего поля);

3) воздушный промежуток между экранируемым элементом и экраном должен иметь большую величину (однако практически это расстояние обычно составляет около 10 мм);

4) конструкция экрана должна быть выполнена таким образом, чтобы на пути силовых линий помехонесущего поля не встречались швы и стыки. Недопустимо крепление экранируемого элемента стальными деталями, которые могут образовывать пути с малым магнитным сопротивлением;

5) наибольшая степень экранирования достигается путем применения многослойных экранов, при этом целесообразно сочетание материалов с большой магнитной проницаемостью и большой электрической проводимостью (например, пермаллой и медь);

6) целесообразно также применение нескольких экранов, расположенных один внутри другого и разделенных воздушными промежутками.

Заметим еще, что толщина экрана в любом случае должна быть не меньше глубины проникновения для конкретных условий использования аппаратуры, а размеры экрана рекомендуется выбирать так, чтобы зазор между экраном и экранируемым элементом был не меньше половины диаметра катушки.

Наличие щелей в таких экранах приводит к значительному возрастанию поля во внутренней области. Величина напряженности магнитного поля внутри экрана (по линии, перпендикулярной щели)

$$H = H_0 \left(\frac{2b}{\pi r}\right)^2 \left[1 + \sqrt{2}\left(5{,}14 + \frac{\pi d}{b}\right)\frac{\delta}{b}\right] \exp\left(-\frac{\pi d}{b} - 2\right),$$

где $\delta = (\pi f \mu_a \gamma)^{-1}$; b — ширина щели; d — толщина экрана; r — расстояние от щели до рассматриваемой точки внутри экрана.

Качество экранирования, т. е. отношение внешнего поля к полю внутри экрана, характеризуют коэффициентом экранирования. Коэффициент экранирования $k_э$ для различных используемых экранов можно выразить в зависимости от параметра $p = d\sqrt{\pi f \gamma \mu_0}$, где d — толщина экрана, см; f — частота помехонесущего поля, Гц; γ — удельная проводимость материала экрана, Ом$^{-1}\cdot$см$^{-1}$; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-9}$ Гн$\cdot$см$^{-1}$.

а) Для неферромагнитного материала при низкой частоте ($p < 1$)

$$k_э = \left|\frac{1+\Delta}{\Delta}\right|; \quad \Delta = -\frac{3j}{2\pi f \gamma d \mu_0 R},$$

где R — радиус экрана, см.

б) Для неферромагнитного материала при высокой частоте ($p>1$)

$$\ln|k_э| = p + \frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}\left[\left(\frac{pR}{3d}\right)^2 + \frac{pR}{3d} + \frac{1}{2}\right].$$

в) Для ферромагнитного материала при низкой частоте ($p<1$)

$$k_э^2 = \frac{1}{9}\left[\left(\frac{pR}{\mu d}\right)^2 + \left(\frac{\mu d}{pR}\right)^2\right](\operatorname{ch}2p - \cos 2p) +$$

$$+\frac{1}{3}\left(\frac{pR}{\mu d} + \frac{\mu d}{pR}\right)\operatorname{sh}2p - \frac{1}{3}\left(\frac{pR}{\mu d} - \frac{\mu d}{pR}\right)\sin 2p +$$

$$+\frac{1}{2}(\operatorname{ch}2p + \cos 2p),$$

где μ — относительная магнитная проницаемость материала экрана.

г) Для ферромагнитного материала при высокой частоте ($p>1$)

$$\ln k_э = p + \frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}\left[\left(\frac{1}{2} + \frac{pR}{3\mu d}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - \frac{\mu d}{3pR}\right)^2\right].$$

Для общности укажем, что коэффициент экранирования замкнутой оболочки, выполненной из металлической сетки, не зависит от частоты:

$$k_э = \frac{1+\Delta}{\Delta};\ \Delta = \frac{3S}{2\pi R}\left(\lg\frac{S}{a} - 1{,}25\right),$$

где R — радиус эквивалентной сферы; S — средний размер ячейки сетки; a — радиус провода, из которого выполнена сетка. Более подробно характеристики сетчатых экранов изложены в § 8.3.

Наличие экрана изменяет параметры катушки индуктивности, помещенной в экран; меняются характеристики также и других элементов — резисторов и конденсаторов, однако практическое значение имеет изменение только индуктивных и резистивных параметров катушек. Влиянием экранов на конденсаторы и непроволочные сопротивления можно обычно пренебречь, за исключением, может быть, прецизионной аппаратуры СВЧ-диапазона.

Экранирование влияет как на собственную, так и на взаимную индуктивность катушек; изменение происходит в одну и ту же сторону — в сторону уменьшения, но в разной степени. Это уменьшение в случае рассмотрения взаимной индуктивности, или степени связи между двумя катушками, является желательным эффектом, а величина его характеризует качество экранирования.

Уменьшение собственной индуктивности является нежелательным, но неизбежным эффектом при экранировании.

Качество экранирования при прочих равных условиях тем выше, чем меньше удельное электрическое сопротивление материала экрана.

Наиболее часто для изготовления экранов применяют алюминий и медь для высоких частот и сталь для низких частот; изредка используют ферритовые экраны или ферритовые промежуточные детали (обычно цилиндры) между катушкой и металлическим экраном; вместо ферритов могут быть применены магнитодиэлектрики.

Экраны из магнитных материалов приводят к увеличению индуктивности, до некоторой степени компенсируя тем самым влияние металлических экранов. Это увеличение зависит от соотношений размеров катушки и экрана и обычно не превышает 10%. Качество экранирования в таких случаях ниже, чем в случае применения медных или алюминиевых экранов.

Как уже отмечалось, экранирование меняет не только индуктивность, но также и емкость и сопротивление, а следовательно, и добротность катушки.

Заметим, что на практике катушки, имеющие малые по сравнению с расстоянием до других элементов размеры, в специальном экранировании обычно не нуждаются.

В общем случае параметры индуктивного элемента (индуктивность и сопротивление потерь), помещенного в сплошной экран с магнитной проницае-

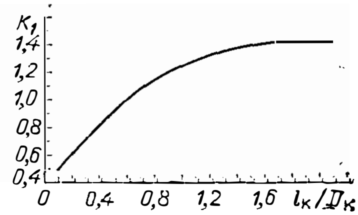


Рис. 8.1. Коэффициенты для расчета влияния экрана

мостью μ и электрической проводимостью γ, претерпевают следующие изменения:

$$\Delta r = \frac{w^2 S_к^2}{2\pi R^3 \delta^2 \gamma} F_1 ; \ \Delta L = -\frac{\mu_0 w^2 S_к^2 F_2}{4\pi R^3},$$

где w — число витков; $S_к$ — поперечное сечение катушки; d — толщина экрана; R — радиус экрана (эквивалентной сферы); μ_0 — магнитная проницаемость воздуха;

$$F_1 = \begin{cases} \dfrac{\dfrac{4}{3}\dfrac{Rd}{\delta^2}}{1+\left(\dfrac{2Rd}{3\delta^2}\right)^2} & (d < \delta); \\[2ex] \dfrac{3\delta}{R} & (d > \delta); \end{cases}$$

$$F_2 = \begin{cases} \dfrac{2\left(\dfrac{2Rd}{3\delta^2}\right)^2}{1+\left(\dfrac{2Rd}{3\delta^2}\right)^2} & (d < \delta); \\[2ex] 2-\dfrac{3\delta}{R} & (d > \delta), \end{cases}$$

где $\delta = (\pi f \gamma \mu \mu_0)^{-1/2}$; f — частота тока, протекающего по обмотке.

Для ориентировочных расчетов можно использовать приведенные ниже упрощенные формулы, пригодные для большинства практических случаев. Эти формулы относятся к экранам, имеющим форму круглого тонкостенного стакана, внутри которого симметрично относительно стенок расположена катушка.

Расчет для прямоугольного экрана можно выполнять по тем же формулам, принимая, что диаметр экрана равен $1{,}2a$, где a — наименьшая сторона прямоугольника или сторона квадрата. Предполагают, что расстояние между краем намотки и дном экрана не меньше, чем диаметр катушки.

Изменение индуктивности при экранировании

$$\Delta L = -L_0 k,$$

где L_0 — индуктивность неэкранированной катушки; k — коэффициент, зависящий от соотношения геометрических размеров экрана и катушки.

Для однослойных и тонких многослойных катушек

$$k = k_1 (D_к/D_э)^3,$$

где $D_к$ и $D_э$ — средние диаметры катушки и экрана соответственно; k_1 — коэффициент, зависящий от отношения $l_к/D_к$ ($l_к$ — длина катушки); значения k_1 приведены на рис. 8.1.

Для многослойных катушек со значительной глубиной намотки

$$k = \frac{(D_к/D_э)^3}{L_{ок} L_{о.э}[1+(l_э/D_э)^2]} ; \quad D_ц = \sqrt[3]{\frac{D_к^3 + D_э^3}{2}},$$

где $l_э$ — длина (высота) экрана;

$$L_{ок} = \frac{L_0}{w^2 D_к} \cdot 10^3 ; \ L_{о.э} = \frac{L_э}{D_э} \cdot 10^3 ;$$

$L_э$ — индуктивность фиктивной однослойной цилиндрической катушки с размерами, равными $l_э$ и $D_э$, и числом витков, равным единице (индуктивность — в мкГн, линейные размеры — в см).

Для однослойной и длинной многослойной катушки ($l_к \geqslant 5D_к$) можно также использовать формулу

$$k = 1 - [1 - (D_к/D_э)^3][1 - (l_к/2l_э)^2].$$

Ослабление связи между катушками, расположенными по разные стороны экрана, зависит также и от частоты. Ориентировочную оценку степени ослабления можно получить по формуле

$$b = 1 + (k_2 D_к t f)^2,$$

где b — степень ослабления; t — толщина экрана; f — частота, кГц; k_2 — коэффициент, зависящий от материала экрана; для меди $k_2 = 6{,}35$; для алюминия $k_2 = 4$ (линейные размеры — в см).

Как и в случае применения немагнитного сердечника, добротность экранированной катушки ниже добротности той же катушки без экрана. Уменьшение добротности связано с уменьшением индуктивности и с увеличением вносимого сопротивления потерь (за счет потерь в экране); следует иметь в виду и уменьшение сопротивления провода (за счет изменения эффекта близости).

Вносимое сопротивление, Ом, связанное с потерями в экране,

$$R_э = 0{,}2\pi k w^2 \sqrt{f \rho_э}\, \frac{D_к}{l_э},$$

где $\rho_э$ — удельное электрическое сопротивление материала экрана, Ом·см; f — рабочая частота, МГц; обозначения остальных величин приведены ранее.

Уменьшение сопротивления провода, вызванное введением экрана,

$$\Delta R_п = R_\sim - R_{\sim э};$$

значение $R_\sim$ вычисляют по формулам для сопротивления обмотки на высоких частотах, приведенным в § 4.2; значение $R_{\sim э}$ — по тем же формулам, но с подстановкой в них $\sqrt{k}$ вместо k_0 и умножением второго слагаемого на $(1-k)$.

Уменьшение добротности, вызванное наличием экрана, тем сильнее, чем ближе к катушке расположен экран; аналогичная зависимость имеет место и для уменьшения индуктивности.

8.3. Сетчатые и многослойные экраны

Внешние электрические и магнитные поля оказывают весьма существенное воздействие на работу аппаратуры. Описанные выше методы экранирования базируются на следующих принципах:

а) начальная магнитная проницаемость материала экрана должна быть по возможности более высокой (поскольку индукция магнитного поля помех имеет малое значение);

б) коэффициент экранирования в первом приближении пропорционален толщине экрана;

в) воздушный промежуток между экранируемым элементом и экраном следует по возможности увеличивать (реально до 10 мм);

г) конструкция экрана должна быть выполнена таким образом, чтобы на пути силовых линий помехонесущего поля не имелось ни стыков, ни швов с большим магнитным сопротивлением.

Стремление повысить эффективность экранирования и сделать защиту элементов от помехонесущих полей различных частот по возможности надежной привело к созданию многослойных (в подавляющем большинстве случаев — двухслойных) экранов, в которых сочетаются материалы с большой магнитной проницаемостью и проводимостью (пермаллой и медь). Многослойные экраны представляют собой замкнутые металлические оболочки с промежутками, равными 0,5 ... 1 мм. Степень экранирования для двуслойного экрана

$$S=\begin{cases}\dfrac{2\mu_2 d_1 d_2}{3\,\delta_1^2} & \text{(внешний слой — сталь);}\\[2ex] \dfrac{4\mu_1 d_1 d_2}{3\delta_1^2} & \text{(внешний слой — медь),}\end{cases}$$

где d_1, d_2 — толщины внешнего и внутреннего слоев соответственно; δ_1 — глубина проникновения, равная $[2/(\omega\mu_0\mu_{r1}\gamma_1)]^{-1/2}$; μ_r, μ_1, μ_2 — относительная магнитная проницаемость вещества; γ_i — удельная проводимость ($i=1$; 2) $(\text{Ом}\cdot\text{см})^{-1}$; ω — круговая частота.

При $d_1=d_2=d/2$ $(S=S_{\max})$

$$S=\begin{cases}\dfrac{1}{6}\,\dfrac{\mu_2 d^2}{\delta_1^2}\,;\\[2ex] \dfrac{1}{3}\,\dfrac{\mu_1 d^2}{\delta^2_1}\,.\end{cases}$$

Следует отметить, что если по этим формулам $S\approx1$, то коэффициент экранирования правильнее определять как для магнитостатического экрана. При высоких частотах экранный эффект будет в основном обусловлен действием слоя из хорошего проводника (меди), в котором сильно проявляется поверхностный эффект $(d>\delta)$. Отсюда следует, что комбинированные экраны целесообразно применять только в области промежуточных частот.

Необходимо также иметь в виду, что экранное действие реальных конструкций в сильной степени зависит от расположения швов в экранах. Так, в экранах, выполненных из ферромагнетиков, швы следует располагать параллельно силовым линиям внешнего магнитного поля (при экранировании трансформаторов и катушек стыки и швы в экране следует располагать перпендикулярно плоскости расположения витков). Действие экранов с хорошо проводящими стенками определяется токами, протекающими в этих стенках. Эти токи перпендикулярны направлению магнитного поля, и они не должны быть ослаблены наличием стыков и швов. Экранирование трансформаторов и катушек хорошо проводящим материалом, наоборот, должно производиться так, чтобы соединительные стыки были параллельны плоскости витков обмоток.

Пример 8.1. Определить степень экранирования (S) двуслойного экрана. Исходные характеристики: для наружного экрана — материал сталь ($\mu_{r1}=100$; $d_1=10^{-3}$ м; $\gamma_1=10^7$ 1/Ом·м); для внутреннего экрана — материал медь ($\mu_{r2}=1$; $\gamma_2=5{,}7\cdot10^7$ 1/(Ом·м); $d_2=10^{-3}$ м). Частота внешнего поля $f=10^4$ Гц.

Глубина проникновения электромагнитной волны в 1-й и 2-й слои соответственно $\delta_1=0{,}1$ мм; $\delta_2=0{,}7$. Коэффициент экранирования

$$S=\frac{10^2}{6}\cdot\frac{1}{0{,}49}=34.$$

В частности, по поводу многослойных экранов можно сделать следующие замечания:

а) если толщина каждого из слоев биметаллического экрана меньше глубины проникновения для данного материала, то при одной и той же толщине однородный экран из металла с большей проводимостью эффективнее биметаллического;

б) если толщина каждого из слоев биметаллического экрана много больше глубины проникновения, то при одной и той же толщине однородный экран из металла с меньшей глубиной проникновения выгоднее биметаллического;

в) если толщина стального экрана больше, чем глубина проникновения стали, то утолщение этого экрана больше усилит экранный эффект, нежели утолщение экрана путем наложения слоя меди.

Многослойная конструкция экрана из чередующихся магнитных и немагнитных материалов характерна тем, что эффективность такого экрана тем сильнее, чем больше разница между волновыми сопротивлениями смежных слоев. Волновое сопротивление для металлов $z_{мет}=(1+j)\sqrt{\omega\mu_a/\gamma}$; для диэлектриков $z_{диэл}=\sqrt{\mu_a/(\varepsilon_a)}$; обозначения приведены ранее.

Экраны требуют решения следующей противоречивой задачи. С одной стороны, они защищают аппаратуру и ее элементы от внешних воздействий, а с другой — их использование приводит к необходимости тщательно организовывать тепловой режим расположенных в экране устройств. Надо заметить, что применение экранов увеличивает емкость системы и монтажа. Поэтому с этой точки зрения установка экрана должна сопровождаться соответствующим анализом возникающих возможных емкостных связей, которые появляются в результате экранирования какого-либо конкретного элемента. В противном случае могут появиться всевозможные нарушения работы схемы.

Близкое расположение экрана и находящегося в нем индуктивного элемента или трансформатора вызывает дополнительные потери в них, которые могут быть определены в соответствии с выражениями

$$R=\frac{3\pi\omega^3}{2}\left(\frac{D}{D_э}\right)^4\frac{1}{\gamma}\cdot\begin{cases}d^{-1} & (d<0{,}1\,\delta);\\ \delta^{-1} & (d>\delta),\end{cases}$$

где D, $D_э$ — эквивалентный диаметр устройства в экране и самого экрана соответственно. Эквивалентный диаметр находят из условия равенства объемов устройства (экрана) и эквивалентной сферы.

По целому ряду технических соображений в некоторых случаях экран целесообразно выполнять не сплошным, а сетчатым, т. е. изготовлять его из отдельных проволок. При этом следует иметь в виду следующее.

1. Редкие сетки при низкой частоте более эффективны, чем густые. Если D — диаметр проволоки редкой сетки и a — шаг сетки, а D_1 — то же, но для густой сетки (вообще индекс «1» отнесен к густой сетке), тогда будет иметь место следующее соотношение между коэффициентами экранирования:

$$k_{э1}=nk_э\quad(n=D/D_1<1).$$

На высокой частоте имеет место соотношение

$$k_{э1}=k_э/n>k_э.$$

2. При одинаковых a и D медная сетка на низкой частоте эффективнее стальной, так как удельная проводимость меди выше, чем у стали. При повышенной частоте степени экранирования уравниваются, поскольку последняя определяется в основном индуктивностью системы.

3. При постоянном шаге сетки и различных диаметрах проволоки степень экранирования больше у сетки из более толстой проволоки; в области низких частот пропорционально D^2, а для повышенной частоты пропорционально выражению $(\ln 2a/D-1{,}2)^{-1}$.

Степень экранирования сетчатого экрана оценивается по формуле

$$k_э=(1+A)/A$$

где $$A=\frac{3a}{2\pi R}\left(\lg\frac{2a}{D}-1{,}25\right);$$

R — радиус сферы, равной внутреннему объему экрана.

9. Тепловые взаимодействия элементов РЭА

9.1. Общий подход к расчету тепловых режимов

Большинство работ отечественных и зарубежных авторов, посвященных исследованию тепловых режимов отдельных элементов и сложных устройств, носит в основном теоретический характер и основывается на решении уравнения теплопроводности при определенных идеализированных допущениях или на использовании формальной аналогии между электрическими и тепловыми процессами. Последний путь наталкивается на известные трудности, заключающнеся в том, что прямой аналогии для тепловых сопротивлений элементов с внутренними источниками тепла в электрических системах нет. Эту трудность удалось преодолеть благодаря введению понятия «обобщенного теплового сопротивления». Обобщенным тепловым сопротивлением R^* некоторого объема будем называть отношение максимального перепада температур в нем к полному тепловому потоку, проходящему через этот объем:

$$R^* = (t_{\max} - t_{п})/P,$$

где $t_{\max}$ — максимальная температура объема; $t_{п}$ — температура поверхности, ограничивающей объем; P — полный тепловой поток.

В том случае, когда температура поверхности, через которую тепловой поток выходит в окружающую среду, не является постоянной, в качестве $t_{п}$ следует принимать среднюю температуру, подсчитываемую по формуле

$$t_{п} = \frac{1}{S} \int\limits_S t ds, \tag{9.1}$$

где S — поверхность тела.

Из самого определения обобщенного теплового сопротивления следует, что любой элемент, имеющий внутренние источники тепла или не имеющий их, может быть представлен в виде эквивалентной схемы, состоящей из сосредоточенного источника тепла и соответствующего сопротивления. Заметим, что при отсутствии распределенных источников тепла по рассматриваемому объему его обобщенное сопротивление равно обычному тепловому сопротивлению, которое находят по формулам, аналогичным формулам для электрических сопротивлений.

Если для одного элемента задача решается достаточно просто, то при наличии группы элементов, имеющих сосредоточенные и распределенные источники тепла, решение усложняется. Поясним это на простом примере.

Пример 9.1. Пусть имеется плоская трехслойная стенка (рис. 9.1). Теплопроводность каждого слоя одинакова и равна λ. Объемная плотность источников q для каждой области соответственно равна: для области 1 $q=0$; для области 2 $q=q_0$ и для области 3 $q=2q_0$ Определим максимальный температурный перепад и координату самой нагретой точки, если каждая стенка имеет толщину a, а температура окружающей среды равна нулю

Забегая несколько вперед, укажем, что тепловые сопротивления плоской стенки, имеющей и не имеющей внутренние источники тепла, соответственно определяют по формулам

$$R^* = A/2\lambda S; \quad R = A/\lambda S,$$

где A — толщина стенки; S — площадь стенки; λ — коэффициент теплопроводности.

Из физических соображений следует, что в области 1 температура не может достигать максимального значения (нет источников тепла). Поэтому достаточно рассмотреть области 2 и 3.

Предположим, что самая нагретая точка находится в области 2 и ее координата равна $x = x_2$. Тогда поток, определяемый источниками, лежащими в

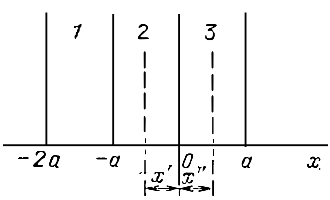


Рис. 9.1. Плоская трехслойная стенка

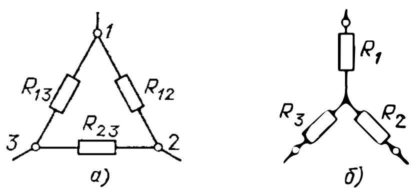


Рис. 9.2. Тепловые сопротивления, соединенные в звезду и треугольник

области $-a<x<a$, интенсивность которых равна $P_{11}=q_0(a-x_2)S$, идет в сторону отрицательных значений x, преодолевая сопротивления $R_1=a/\lambda S$ и $R_2=(a-x)/2\lambda S$. Поток же, определяемый источниками, лежащими в области $-x_2<x<a$ и равный $P_{12}=q_0x_2S$, идет в сторону положительных значений x. Наличие источников в области 3 учитывают включением дополнительного перепада температур

$$\Delta t_3 = 2\, q_0\, aS\, \frac{a}{2\lambda S} = P_3 R_3^* .$$

Пользуясь этими данными, можно составить уравнение теплового баланса для этого случая:

$$P_{11}(R_1+R^*_{21}) = P_{12}(R_3+R^*_{22}) + P_3R^*_3$$

или

$$q_0 (a-x_2)\, S \left(\frac{a}{\lambda S} + \frac{a-x_2}{2\lambda S}\right) = q_0\, x\, S \left(\frac{a}{\lambda S} + \frac{x^2}{2\lambda S}\right) + 2\, q_0 aS\, \frac{a}{2\lambda S} ,$$

откуда $x_2=a/6$.

В силу того, что x_2 имеет физический смысл (находится в пределах области 2), то необходимость исследования уравнения для области 3 отпадает.

Максимальная температура

$$t_{\max} = P_1 (R_1 + R_{21}^*)|_{x_2=a/6} = \frac{85}{72\lambda}\, q_0 a^2 ,$$

что соответствует точному решению.

Электротепловая аналогия при расчете тепловых схем позволяет использовать методы и законы для электрических цепей.

Закон Ома:

$$P = \frac{t_2 - t_1}{R} = \frac{\Delta t_{12}}{R} ;$$

1-й закон Кирхгофа;

$$\sum_{i=1}^{N} P_i = 0 ;$$

2-й закон Кирхгофа:

$$\sum_{i=1}^{M} \Delta t_i = \sum_{j=1}^{M} \Delta T_j ,$$

где P_i — тепловой поток, текущий по i-й ветви; Δt_{12} — разность температур между точками областей 1 и 2 эквивалентной тепловой схемы; R — тепловое сопротивление; ΔT_j — тепловой напор j-го источника.

Эквивалентная тепловая схема состоит из отдельных ветвей, которые состоят из последовательно соединенных элементов по ходу движения теплового потока. Отдельные ветви связываются друг с другом (сходятся в узлах) и образуют сложные структуры.

При тепловых расчетах нередко приходится осуществлять различные структурные преобразования схем. Особенно часто приходится использовать так называемое преобразование «треугольник в звезду» и наоборот (рис. 9.2). Соответствие между сопротивлениями приведенных на рисунке схем осуществляется с помощью формул:

$$R_1=R_{12}R_{13}/R;\ R_2=R_{12}R_{23}/R;\ R_3=R_{23}R_{13}/R;$$

$$R=R_{12}+R_{13}+R_{23};$$

$$R_{12}=D/R_3;\ R_{23}=D/R_1;\ R_{13}=D/R_2;$$

$$D=R_1R_2+R_3R_2+R_1R_3.$$

9.2. Тепловые сопротивления. Тепловые характеристики для различных материалов

При всевозможных технических расчетах, в том числе связанных с тепловыми режимами устройств, исходную систему обычно подвергают известной схематизации. Иначе говоря, геометрию системы преобразуют на основе тех или иных соображений в более простую, что значительно облегчает теоретическое исследование. Исходя из этого определим комплекс тепловых сопротивлений для различных элементов, имеющих простую конфигурацию.

При этом будем руководствоваться наиболее часто встречающимися случаями идеализации геометрии реальных конструкций различных устройств.

Тепловые сопротивления элементов, содержащих внутренние равномерно распределенные источники тепла.

При определении тепловых сопротивлений необходимо знать коэффициент теплопроводности различных материалов (табл. 9.1). Для указанных сопротивлений введем обозначение R^*.

1. Неограниченная плоская стенка:

$$R^* = \delta/2\lambda S,$$

где δ — толщина стенки; S — поверхность стенки, через которую проходит тепловой поток; λ — коэффициент теплопроводности материала стенки.

2. Полый цилиндр, тепловой поток идет от внутренней поверхности к внешней:

$$R^* = \frac{1}{4\pi\lambda l}\left(1 - \frac{2r_2^2}{r_1^2 - r_2^2}\ln\frac{r_1}{r_2}\right),$$

где l — высота цилиндра; r_1, r_2 — внешний и внутренний радиусы цилиндра соответственно.

3. Полый цилиндр, тепловой поток направлен от внешней поверхности к внутренней:

$$R^* = \frac{1}{4\pi\lambda l}\left(\frac{2r_1^2}{r_1^2 - r_2^2}\ln\frac{r_1}{r_2} - 1\right).$$

Таблица 9.1

Коэффициент теплопроводности λ, Вт/(см·град)

Вещество	Значения λ	Вещество	Значения λ
АГ-4В	$3{,}2\cdot10^{-3}$	Обмотка:	
Алюминий	2,08	непропитанная	$(2\ldots4)\cdot10^{-3}$
Бумага:		пропитанная	$(1\ldots2)\cdot10^{-3}$
сухая	$0{,}1\cdot10^{-2}$	Пенопласт	$0{,}6\cdot10^{-3}$
промасленная	$0{,}15\cdot10^{-2}$	Пеностекло	$0{,}16\cdot10^{-2}$
Вода	$0{,}6\cdot10^{-3}$	Пенофенолпласт	$0{,}5\cdot10^{-3}$
Воздух	$2{,}5\cdot10^{-4}$	Полихлорвинил	$0{,}44\cdot10^{-2}$
Войлок	$0{,}6\cdot10^{-3}$	Пропиточный компаунд	$1{,}5\cdot10^{-3}$
Гетинакс	$2{,}4\cdot10^{-3}$	Резина	$(1{,}2\ldots2{,}0)\cdot10^{-3}$
Заливочный компаунд	$5{,}4\cdot10^{-3}$	Сталь	$0{,}2\ldots0{,}5$
Лакоткань	$0{,}26\cdot10^{-2}$	Стекло	$0{,}74\cdot10^{-2}$
Латунь	$0{,}86\ldots1{,}09$	Текстолит	$(0{,}23\ldots0{,}34)\cdot10^{-2}$
Масло	$1\cdot10^{-3}$	Чугун	0,63
Медь	3,7	Эбонит	$0{,}16\cdot10^{-2}$
		Электрокартон	$0{,}17\cdot10^{-2}$
		Нитрит бора	10^{-2}

4. Сплошной цилиндр:

$$R^* = \frac{1}{4\pi\lambda l}.$$

5. Шаровая стенка (тепловой поток идет от внутренней поверхности к внешней):

$$R^* = \frac{1}{4\pi(r-r_1)^3\lambda}\left(3r_1^2 \ln\frac{r}{r_1} + \frac{3r_1^2+r^2}{2} + \frac{r_1^3}{r} - 3r_1 r\right).$$

6. Обмотка

$$R = \frac{(3\chi-1)\,a\,(H-0{,}7a)}{4\lambda H^2 l\chi},$$

где χ — степень увеличения сопротивления обмотки на заданной частоте; H, a — высота и толщина обмотки соответственно; l — периметр среднего витка.

Тепловые сопротивления элементов, не имеющих внутренних источников тепла.

1. Неограниченная плоская стенка:

$$R = \delta/\lambda S.$$

2. Полый цилиндр (для потока, идущего со стороны внутренней поверхности):

$$R = \frac{1}{2\pi\lambda l}\ln\frac{r_1}{r_2}.$$

3. Шаровая оболочка:

$$R = \frac{1}{4\pi\lambda}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right).$$

4. Граница «поверхность — окружающая среда»

$$R = 1/\alpha S_0,$$

где α — коэффициент теплоотдачи; S_0 — поверхность охлаждения. Значения коэффициентов теплоотдачи приведены в табл. 9.2.

5. Оребренная стенка. Толщина стенки d, коэффициент теплопроводности λ, Одна сторона стенки снабжена ребрами из того же материала. С гладкой стороны поверхность стенки равна F_1, с оребренной — F_2:

$$R = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{d}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}\,\frac{F_1}{F_2},$$

где α_1 и α_2 — коэффициенты теплоотдачи с поверхностей F_1 и F_2.

6. Обмотка:

$$R = \frac{a(H-0{,}7a)}{\lambda l H^2},$$

где H, a — высота и толщина обмотки соответственно; l — периметр среднего витка.

7. Промежуток между катушкой и магнитопроводом:

$$R = \frac{1}{hl_{\text{п.с}}}\left(\frac{\Delta_{\text{п}}}{\lambda_{\text{п}}} + \frac{\Delta_0}{\lambda_0}\right),$$

где h — высота обмотки; $l_{\text{п.с}}$ — периметр сечения магнитопровода; $\Delta_{\text{п}}$, Δ_0 — толщина каркаса катушки и воздушного зазора между катушкой и магнитопроводом соответственно; $\lambda_{\text{п}}$, λ_0 — коэффициент теплопроводности каркаса и воздуха соответственно.

Таблица 9.2

Коэффициенты теплоотдачи α, Вт/(см²·град)

Вид теплопередачи	α
От стенки к воздуху	$1,2\cdot10^{-3}$
От воздуха к стенке	$2,3\cdot10^{-3}$
От стенки к воде	$0,5$
От стенки к маслу	$3,6\cdot10^{-3}$
От масла к стенке	$9\cdot10^{-3}$
В зависимости от скорости обтекающего стенку воздуха ($v=5$ м/с)	$\alpha_v=\alpha_0(1+0,5\sqrt{v})$
В зависимости от температуры стенки τ_c и окружающеъ среды τ_0 (воздуха)	$\alpha_i=5,3\sqrt[4]{\tau_c-\tau_0}\,10^{-4}$
В зависимости от наличия другой стенки, имеющей ту же температуру и находящейся на расстоянии d (м) при высоте стенки $h\leqslant0,5$ м	$\alpha=\begin{cases}\alpha & (d\geqslant10^{-2}h^{1/4})\\ 109\alpha\,d\,h^{-1/4} & (0\leqslant10^{-2}h^{1/4}\end{cases}$
Конвективная составляющая коэффициента теплоотдачи для воздуха	$\alpha_к=2,42\sqrt[4]{\tau_c-\tau_0}\,10^{-4}$
Составляющая лучеиспускания коэффициента теплоотдачи для воздуха	$\alpha_л=2,88\sqrt[4]{\tau_c-\tau_0}\,10^{-4}$

8. Две параллельные стенки, разделенные воздушной прослойкой:

$$R=2,2\cdot10^{-4}\sqrt[4]{d/\Delta\tau}\,(1/S),$$

где d — расстояние между стенками, см; $S=\sqrt{S_1S_2}$; S_1, S_2 — поверхности стенок, см²; $\Delta\tau$ — разность температур между стенками, град.

Сопротивления между парами различных контактирующих материалов.

1. Пара «металл — металл», соединенные внахлест заклепками:

$$R=[(3\,...\,6,4)\,10^4S_н]^{-1},$$

где $S_н$ — площадь нахлеста, м².

2. Пара «металл — стекло»:

$$R=[(0,6\,...\,2,3)\,10^4S_к]^{-1},$$

где $S_к$ — площадь контакта пары, м².

3. Пара «сталь — сталь»; пара плотно сжата:

$$R=(2,6\cdot10^3S_к)^{-1},$$

где $S_к$ — площадь контакта, м².

4. Пара «сталь/сталь», резьбовое соединение:

$$R=(1,7\cdot10^3S_р)^{-1},$$

где $S_р$ — поверхность резьбы.

5. Пара «сталь — дюралюминий»; пара под высоким давлением:

$$R=(3,1\cdot10^3S_к)^{-1},$$

где $S_к$ — площадь контакта, м².

Теплообмен лучеиспусканием.

1. Поток энергии (тепла) передается от тела 1 к телу 2 лучеиспусканием:

$$R_{л12}=\frac{1}{\alpha_{л12}A_1},$$

где $\alpha_{л12}$ — коэффициент теплоотдачи излучением между поверхностями 1, 2; A_i — поверхность тела i ($i=1, 2$);

$$\alpha_{л12}=\varepsilon_{пр12}\varphi_{12}f(t_1, t_2);$$

$$f_{12}=0{,}227(\bar{T}/100)^3;\ \bar{T}=0{,}5(T_1+T_2);$$

$$T_1=273+t_1;\ T_2=273+t_2.$$

Для тел, поверхности которых параллельны одна другой, $\varphi_{12}=1$; $\varepsilon_{пр12}=(\varepsilon_1^{-1}+\varepsilon_2^{-1}-1)^{-1}$, $\varepsilon_{1(2)}$ — степень черноты тела 1 (2).

2. Если поверхность тела 1 находится в неограниченной среде, то температуру t_2 принимают равной температуре окружающей среды.

Если одно тело, например 1, находится внутри тела 2, то $\varphi_{12}=1$; $\varphi_{21}=A_1/A_2$. Тогда

$$\varepsilon_{12}=[1+\varepsilon_1^{-1}-1+\varphi_{21}(\varepsilon_2^{-1}-1)]^{-1}.$$

9.3. Тепловые расчеты трансформаторов и реакторов

В дальнейшем условимся обозначать тепловые сопротивления элементов, содержащих источники тепла, символом R^*, а сопротивления, не имеющие распределенных источников тепла, символом R. При анализе тепловых режимов элементов РЭА естественно приходится рассматривать взаимодействие нескольких элементов как содержащих, так и не содержащих распределенные источники тепла. Поэтому целесообразно рассмотреть решение задачи об определении температурных перепадов в системе со многими источниками тепла.

Пусть имеется система, состоящая из n элементов, последовательно соединенных между собой по ходу потока (рис 9.3). Теплообмен на сторонах AB и CD отсутствует. Положим, что суммарная производительность источников k-го элемента равна P_k (для некоторых элементов она может равняться нулю), а определяющий геометрический размер элемента соответствует a_k. Температура окружающей среды равна нулю (в принципе она может быть принята произвольной).

Выделим любой k-й элемент системы. Для общности будем считать, что источники тепла равномерно распределены по его объему. Допустим, что именно этот (k-й) элемент содержит самую нагретую точку в системе, место расположения которой определяется некоторым характерным геометрическим параметром x_k. Тогда тепловой поток распространяется по двум направлениям: часть полного потока, создаваемого в k-м элементе P_{k1}, распространяется по направлению к стороне AC, а другая P_{k2} — к стороне BD. Нетрудно видеть, что поток P_{k1} при движении к стороне AC преодолевает сопротивление R^*_{k1} (которое определяется наличием распределенных источников и характерным размером a_{k1}) и сопротивления R_1, $R_2, \ldots, R_{k-1}$. При этом естественно, что сопротивления R_1, $R_2, \ldots, R_{k-1}$ для потока P_{k-1}, который по отношению к ним является внешним, должны определяться как для элементов, не имеющих внутренних источников тепла. То обстоятельство, что в некоторых элементах могут быть как распределенные, так и сосредоточенные источники тепла, генерирующие свой поток, идущий в данном случае только к грани AC, можно учесть включением в цепочку сопротивлений R_1, $R_2, \ldots, R_{k-1}$ дополнительных источников, создающих перепады температур, равные:

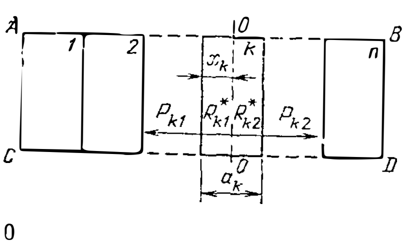


Рис. 9.3. Распространение теплового потока в системе с несколькими источниками тепла

а) для элементов с распределенными источниками

$$\Delta T_i = P_i (R^*_i + \sum_{n=1}^{i} R_{n-1}) \quad (i=\overline{1;\ k-1});$$

б) для элементов с сосредоточенными источниками

$$\Delta T_i = P_i \sum_{n=1}^{i} R_{n-1} \quad (i=\overline{1,\ k-1}). \tag{9.2}$$

В результате получится ветвь $0—a$ эквивалентной схемы рис. 9.4. Аналогично может быть составлена вторая ветвь этой схемы $0—б$. Из схемы видно, что перепады температур между точками $0—a$ и $0—б$ равны между собой. Это позволяет записать следующее равенство:

$$P_{k1}\left(R^*_{k1} + \sum_{i=1}^{k-1} R_i\right) + \sum_{i=1}^{k-1} \Delta T_i =$$

$$= P_{k2}\left(R^*_{k2} + \sum_{i=k+1}^{n} R_i\right) + \sum_{i=k+1}^{n} \Delta T_i. \tag{9.3}$$

Напомним, что P_{k1} и R^*_{k1} определяются параметром x_k, а P_{k2} и R^*_{k2} — параметром $(a_k—x_k)$. Все остальные необходимые геометрические и теплотехнические параметры считываются заданными. Решая далее уравнение (9.3) относительно x_k, находим его значение.

Процедуру, подобную рассмотренной, можно произвести для каждого элемента. В результате получим k значений x_k. Однако в силу единственности решения уравнения теплопроводности температурный режим в системе при заданных условиях может установиться только единственный раз. Отсюда следует, что из всех найденных значений x_k будет иметь смысл, т. е. лежать в пределах a_k, только одно единственное значение этого параметра x_{k0}. Найдя эти значения $x_k = x_{k0}$, можно определить максимальный перегрев

$$\Delta T_{\max} = P_{k10}\left(R^*_{k10} + \sum_{i=1}^{k+1} R_i\right) + \sum_{i=1}^{k-1} \Delta T_i. \tag{9.4а}$$

или

$$\Delta T_{\max} = P_{k20}\left(R^*_{k20} + \sum_{i=k+1}^{n} R_i\right) + \sum_{i=k+1}^{n} \Delta T_i, \tag{9.4б}$$

где P_{k10}, P_{k20}, R^*_{k10}, R^*_{20} — потоки P_{k1}, P_{k2} и сопротивления R^*_{k1}, R^*_{k2} при $x_k = x_0$.

В заключение можно сказать, что рассмотренный метод позволяет путем простых алгебраических операций (решения уравнений с одним неизвестным) выполнить задачу. Заметим попутно, что число уравнений (9.3) в некоторых случаях может быть уменьшено, поскольку элементы, не содержащие распределенных источников тепла, не могут иметь максимальную температуру (внешний поток проходит через них, т. е. всегда существует внешний температурный перепад, обеспечивающий этот поток).

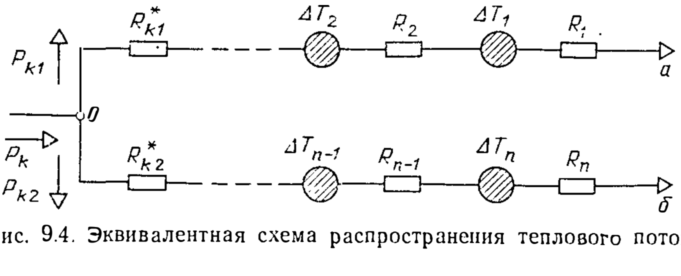


Рис. 9.4. Эквивалентная схема распространения теплового потока

Все конструкции ЭЭ, если их рассматривать с позиции анализа теплового режима, можно разделить на следующие три группы, в которых: 1) обмотка и магнитопровод имеют собственные границы с окружающей средой (например, ЭЭ, выполненные на магнитопроводах типа П и Ш); 2) магнитопровод полностью закрыт обмоткой (тороидальные конструкции ЭЭ); 3) обмотка полностью закрыта магнитопроводом (ЭЭ, выполненные, например, на магнитопроводах кабельного типа).

Наиболее общим случаем является первая группа, другие две — ее частные случаи. Поэтому целесообразно подробнее рассмотреть возможность применения общего метода теплового расчета к ЭЭ первой группы и затем получить соответствующие частные решения для второй и третьей групп.

Рассматриваемые ЭЭ (трансформаторы и индуктивные элементы) имеют в общем случае два источника тепла: магнитопровод и обмотку. В зависимости от мощности источников тепла обмотки $P_{об}$ и магнитопровода $P_м$, а также от соотношения соответствующих тепловых сопротивлений возможны два варианта тепловых режимов ЭЭ. Напомним, что в общем методе таких расчетных режимов было столько, сколько в системе имелось тепловыделяющих элементов, из которых только один соответствовал реальному.

Режим А. Для этого режима характерным является то обстоятельство, что тепловой поток, создаваемый потерями в обмотке, рассеивается в окружающую среду только через поверхность обмотки. Тепловой поток, обусловленный потерями в магнитопроводе, может идти двумя путями (рис. 9.5,*а*), одна его часть $(1-s)R_м$ проходит через поверхность магнитопровода (через сопротивление $R_{о.м}$), а другая $sP_м$ — через обмотку, т. е. преодолевает сопротивления $R_{м.об}$, $R_{об}$ (без учета внутренних собственных источников тепла, поскольку поток магнитопровода для этого сопротивления будет внешним). Ввиду того, что в обмотке имеются собственные источники тепла, тепловой поток которых в рассматриваемом случае проходит через обмотку, в цепочку сопротивлений $R_{м.об}$, $R_{об}$, $R_{о.об}$ следует включить эквивалентный источник, создающий дополнительный перепад температур $\Delta T = P_{об}(R_{об}+R^*_{о.об})$ (см. ниже).

Очевидно, что в рассматриваемом режиме наибольший перегрев (т. е. разность температур данной точки и окружающей среды) имеет магнитопровод. Перегрев можно найти из уравнения [на основании (9.4)]

$$\Delta T_{max} = sP_м(R_{м.об}+R_{об}+R_{о.об})+P_{об}(R^*_{об}+R_{о.об}) = (1-s)P_м R_{о.м}. \qquad (9.5)$$

Откуда

$$\Delta T_{max} = \frac{\Delta P \nu}{1+\nu}(1-s)R_{о.м},$$

где $\nu = P_м/P_{об}$; $\Delta P = P_м + P_{об}$.

Из (9.5) $s = (\nu R_{о.м} - R^*_{об} - R_{о.об})[\nu(R_{м.об}+R_{об}+R_{о.об}+R_{о.м})]^{-1}$. Нетрудно видеть, что s в зависимости от ν изменяется в пределах $0 \leqslant s \leqslant R_{о.м}(R_{м.об}+R_{об}+R_{о.об}+R_{о.м})^{-1}$, что соответствует $\infty \geqslant \nu \geqslant (R^*_{об}+R_{о.об})R_{о.м}^{-1} = \nu_{кр}$; здесь $\nu_{кр}$ — критическое соотношение потерь в магнитопроводе и обмотке, при котором доля теплового потока магнитопровода, ответвляющаяся в обмотку, рав-

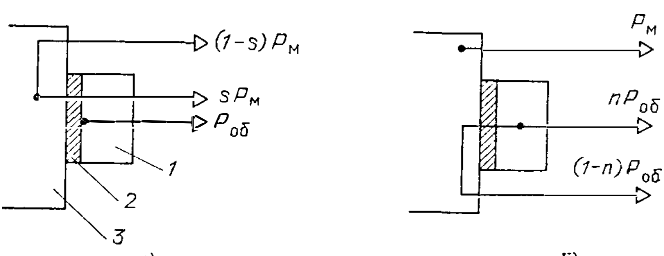


Рис. 9.5. Два варианта тепловых режимов ЭЭ:

а — режим А; *б* — режим Б; *1* — обмотка; *2* — гильза (воздух); *3* — магнитопровод на нулю. Этот режим является критическим: он может быть нормально отнесен как к режиму А, так и (как будет указано ниже) к режиму Б.

Наиболее нагретая точка обмотки находится на ее внутренней части (в слое, лежащем на каркасе обмотки), и ее перегрев

$$\Delta T_{об\ max}=\Delta P(1+\nu)^{-1}[s\nu(R_{об}+R_{о.об})+(R^*_{об}+R_{о.об})]. \qquad (9.6)$$

Режим Б. Этот режим характеризуется тем, что поток, создаваемый потерями в магнитопроводе, рассеивается в окружающую среду только через поверхность магнитопровода (через сопротивление $R_{о.м}$). Поток обмотки проходит в окружающую среду двумя путями: одна часть $(1-n)P_{об}$ — через обмотку и магнитопровод, а другая $nP_{об}$ — только через обмотку и ее внешнюю поверхность (рис. 9.5,*б*). При этом поток $(1-n)P_{об}$ на своем пути преодолевает часть сопротивления обмотки $(1-n)R^*_{об}$, сопротивления $R_{м.об}$, $R_{о.м}$ и имеет эквивалентный источник, содержащий перепад температур $\Delta T=P_мR_{о.м}$, а поток $Pn_{об}$ — сопротивления $nR^*_{об}$ и $R_{о.об}$.

Наиболее нагретая точка находится в этом случае внутри обмотки, и ее перегрев находят из уравнения

$$\Delta T_{max}=nP_{об}(nR^*_{об}+R_{о.об})=(1-n)P_{об}[(1-n)R^*_{об}+R_{м.об}+R_{о.м}]+P_мR_{о.м}, \qquad (9.7)$$

откуда $n=[R^*_{об}+R_{о.м}(1+\nu)+R_{м.об}](R_{м.об}+R_{о.об}+2R^*_{об}+R_{о.м})^{-1}$. Величина n варьируется в пределах

$$1\geqslant n\geqslant(R^*_{об}+R_{о.м}+R_{м.об})(R_{м.об}+R_{о.м}+R_{о.об}+2R^*_{об})^{-1},$$

что соответствует $\nu_{кр}=(R^*_{об}+R_{о.об})/R_{о.м}\geqslant\nu\geqslant0$.

Координату x наиболее нагретой точки вычисляют по найденному значению n и известному выражению для $R^*_{об}$

$$(1-n)R^*_{об}=(1-n)\frac{a}{2\lambda_k h_э l_{об}}=\frac{x}{2\lambda_k h_э l_{об}},$$

откуда $x=(1-n)a$.

Исходя из сказанного можно заключить, что критерием, определяющим режим, в котором работает рассматриваемый ЭЭ, является величина $\nu_{кр}$, представляющая собой функцию тепловых сопротивлений (т. е. известных величин). Если $\nu_{кр}\leqslant\nu$, то имеет место режим А, если $\nu_{кр}\geqslant\nu$, то режим Б.

Таким образом, последовательность теплового расчета ЭЭ сводится к выполнению следующих операций: а) по известным геометрическим и теплофизическим параметрам конкретного ЭЭ находят его тепловые сопротивления (см. § 9.1) $R_{об}$, $R^*_{об}$, $R_{м.об}$, $R_{о.м}$, $R_{о.об}$; б) определяют $\nu_{кр}$ с помощью $R^*_{об}$, $R_{о.об}$ и $R_{о.м}$; в) вычисляют значение ν по известным потерям в обмотке $R_{об}$ и магнитопроводе $P_м$; г) подсчитывают максимальный перегрев по (9.6), если $\nu_{кр}\leqslant\nu$ и по (9.7), если $\nu_{кр}\geqslant\nu$; д) при необходимости выявляют и другие характерные перегревы (перегрев поверхности обмотки, средний перегрев обмотки находят по формулам, приведенным ниже).

Расчет теплового режима ЭЭ может быть уточнен методом последовательных приближений. Для этого после расчета в первом приближении учитывают температурную зависимость сопротивления обмотки и коэффициента α, входящего в сопротивления $R_{о.об}$ и $R_{о.м}$. Затем все операции повторяют до необходимой степени совпадения каждого последующего результата с предыдущим. Следует заметить, что указанная процедура чаще всего становится необходимой при относительно высоких перегревах элементов рассматриваемой системы.

Из полученных выражений (для общего случая ЭЭ первой группы) могут быть легко получены формулы для расчета тепловых режимов двух других групп конструкций ЭЭ. Действительно, для конструкций с полностью закрытым обмоткой магнитопроводом (вторая группа) имеет место только режим *А* при $s=1$. Подставляя в (9.6) $s=1$, получаем

$$\Delta T_{об\ max}=\frac{\Delta P}{1+\nu}[\nu(R_{об}+R_{о.об})+R^*_{об}+R_{о.об}].$$

При вычислении тепловых сопротивлений $R_{об}$ и $R^*_{об}$ следует в этом случае в соответствующие формулы вместо высоты обмотки подставлять длину средней линии магнитопровода $l_м$, что непосредственно следует из характера конструкции ЭЭ.

И, наконец, для третьей группы (обмотка полностью закрыта магнитопроводом) будет иметь место только режим Б при условии $n=0$ (или $R_{о.об} \to \infty$), тогда

$$\Delta T_{об\,max} = \frac{\Delta P}{1+\nu}\,[R^*_{об} + R_{м.об} + (1+\nu)\,R_{о.м}].$$

Следует иметь в виду, что для некоторых случаев при определении тепловых режимов необходимо в целях упрощения расчета учитывать принцип симметрии системы. Так, для ЭЭ, выполненных на П-образных конструкциях магнитопровода при условии, что на разных стержнях расположены одинаковые обмотки, очевидно, достаточно рассмотреть и соответственно рассчитать тепловой режим только для половины системы, т. е. для обмоток, расположенных на одной половине магнитопровода. Естественно, что при этом подсчитывают потери, имеющие место в половине магнитопровода в катушках, расположенных только на этой половине. При расчете $R_{о.м}$ учитывают половину поверхности охлаждения магнитопровода.

Пример 9.2. Определить максимальную температуру перегрева трансформатора мощностью 800 Вт, выполненного на магнитопроводе ПЛ32×64×80 и имеющего следующие параметры: поверхность охлаждения обмоток $S_{о.об} = 300\times2$ см^2 (две катушки); поверхность охлаждения магнитопровода $S_{о.м} = 330$ см^2; высота обмотки $h=8$ см; толщина обмотки $a=2$ см; периметр сечения магнитопровода $l_{п.с}=19{,}2$ см, периметр среднего витка обмотки $l_{об}=29$ см. Обмотки размещаются на каркасе из текстолита толщиной $\Delta_п=0{,}1$ см ($\lambda_п=0{,}17\cdot10^{-2}$ Вт/(см·°С). Между каркасом и магнитопроводом имеется воздушный зазор $\Delta_0=0{,}05$ см ($\lambda_0=2{,}5\cdot10^{-4}$ Вт/(см·°С). Обмотка пропитана ($\lambda=1{,}5\cdot10^{-3}$ Вт/(см·°С). Коэффициент теплоотдачи $\alpha=1{,}2\cdot10^{-3}$ Вт/(см·°С). Частота питающего напряжения 50 Гц. Потери в обмотке и магнитопроводе соответственно равны $P_{об}=2\times15$ Вт, $P_м=12$ Вт.

Найдем значения тепловых сопротивлений:

$$R^*_{об} = \frac{a}{2\lambda h_э l_{об}} = 2{,}36\ °\text{С/Вт}\ ;\ R_{об} = \frac{a}{\lambda h_э l_{об}} = 4{,}72\ °\text{С/Вт},$$

где $h_э=h(1-0{,}72a/h)^{-1}=9{,}76$ см; $R_{м.об} = \frac{1}{hl_{п.с}}\left(\frac{\Delta_п}{\lambda_п}+\frac{\Delta_0}{\lambda_0}\right) = 1{,}69$°С/Вт.

При определении тепловых сопротивлений $R_{о.об}$ и $R_{о.м}$ воспользуемся симметрией конструкции (две одинаковые обмотки на разных стержнях магнитопровода) и найдем эти сопротивления для одной обмотки и половины магнитопровода (остальные сопротивления вычислены для одной обмотки). Тогда

$$R_{о.м} = 1/\alpha S_{о.м} = 1/(1{,}2\cdot10^{-3}\cdot165) = 5{,}05\ °\text{С/Вт};$$

$$R_{о.об} = 1/\alpha S_{о.об} = 1/(1{,}2\cdot10^{-3}\cdot300) = 2{,}78\ °\text{С/Вт}.$$

Расчет перегрева произведем в соответствии с указанной выше последовательностью;

1) найдем $\nu = P_м/P_{об} = 0{,}4$;

2) подсчитаем критическое значение $\nu_{кр} = (R^*_{об} + R_{о.об})/R_{о.м} = 1{,}02$; поскольку $\nu < \nu_{кр}$, то тепловой режим трансформатора соответствует режиму Б;

3) вычислим часть потока, проходящего только через обмотку:

$$n = \frac{R^*_{об} + (1+\nu)\,R_{о.м} + R_{м.об}}{R_{м.об} + 2\,R^*_{об} + R_{о.м} + R_{о.об}} = 0{,}78\ ;$$

4) определим максимальный перегрев обмотки (потоки обмоток равны $P_{об}/2=15$ Вт)

$$\Delta T_{об\,max}=n(P_{об}/2)(nR^*_{об}+R_{о.об})=54{,}13\ ^\circ C.$$

Если рассматриваемый трансформатор подвергнуть обдуву воздухом со скоростью $v=4$ м/с, то тепловые сопротивления

$$R_{о.об}=\frac{1}{\alpha(1+0{,}5\sqrt{v})\,S_{о.об}}=1{,}39\ ^\circ C/Вт;$$

$$R_{о.м}=\frac{1}{\alpha(1+0{,}5\sqrt{v})\,S_{о.м}}=2{,}52\ ^\circ C/Вт.$$

Повторяя расчет в той же последовательности, но при новых значениях $R_{о.об}$ и $R_{о.м}$, получаем $\Delta T_{об\,max}=34{,}1\ ^\circ C$.

Перегрев поверхности обмоток ЭЭ определим для режимов А и Б на основании уже полученных формул. Для режима А, $\nu>\nu_{кр}$, доля потока магнитопровода, ответвляющегося в обмотку, составляет

$$s=\frac{\nu R_{о.м}-R^*_{об}-R_{о.об}}{\nu(R_{м.об}+R_{об}+R_{о.м}+R_{о.об})}.$$

Таким образом, через поверхность обмотки т. е. через сопротивление $R_{о.об}$, проходят часть потока магнитопровода $sP_м$ и весь поток обмотки. Следовательно, перегрев поверхности обмотки

$$\Delta T_{п.а}=(sP_п+P_{об})R_{о.об}=\frac{\Delta P}{1+\nu}(s\nu+1),$$

так как $P_{об}=\Delta P(1+\nu)$.

Для режима Б через поверхность обмотки проходит только часть потока, создаваемого обмоткой, поток магнитопровода в обмотку не попадает. Величину n найдем по полученной ранее формуле

$$n=[R^*_{об}+R_{о.м}(1+\nu)+R_{м.об}](R_{м.об}+R_{о.об}+2R^*_{об}+R_{о.м})^{-1},$$

откуда перегрев поверхности обмотки в режиме Б

$$\Delta T_{пБ}=nP_{об}R_{о.об}=\frac{n\Delta P}{1+\nu}R_{о.об}.$$

Описанный метод позволяет найти и среднюю температуру (или перегрев) обмотки для каждого из характерных тепловых режимов. Для режима А температура в точке обмотки, отстоящей от ее поверхности на расстоянии x ($0\leqslant x\leqslant a$, где a — толщина обмотки), определится из следующих соображений. Сопротивление слоя обмотки, заключенного между поверхностью обмотки и точкой x, равно $xR_{об}/a$ (для внешнего потока) и $xR^*_{об}/a$ (для потока, создаваемого источниками, расположенными в этом слое). Через эти сопротивления и поверхность обмотки проходят потоки: $sP_м$ и доля потока обмотки, создаваемая источниками, расположенными между магнитопроводом и слоем с координатой $xP_{об}(a-x)/a$. Кроме того, через сопротивления $xR^*_{об}/a$ и $R_{о.об}$ проходит поток, обусловленный внутренними источниками тепла, заключенными между поверхностью обмотки и слоем x (внутренний поток). Перегрев точки x

$$\Delta T(x)=sP_м\left(\frac{x}{a}R_{об}+R_{о.об}\right)+$$
$$+P_{об}\frac{a-x}{a}R_{об}\frac{x}{a}+P_{об}\frac{x}{a}R^*_{об}\frac{x}{a}+P_{об}R_{о.об},$$

или

$$\Delta T(x)=\frac{\Delta P}{1+\nu}\left[\frac{x^2}{a^2}(R^*_{об}-R_{об})+\frac{x}{a}R_{об}(s\nu+1)+R_{о.об}(s\nu+1)\right].$$

Средний перегрев обмотки

$$\Delta T_{\text{ср А}} = \frac{1}{a} \int\limits_0^a \Delta T(x)\,dx = \frac{\Delta P}{3(1+\nu)} \left[R^{*}_{\text{об}} - R_{\text{об}} + 3(s\nu + 1)(R_{\text{об}} + R_{\text{о.об}})\right].$$

Для режима Б температуру точки, отстоящей на расстоянии x от поверхности обмотки, определяют из аналогичных рассуждений, но с учетом специфики этого режима. В итоге средний перегрев обмотки

$$\Delta T_{\text{ср.Б}} = \frac{\Delta P}{1+\nu} \left[\frac{R_{\text{об}}}{3}(1 - 3n + 3n^2) + (1-n)^2 R_{\text{м.об}} + \right.$$

$$\left. + (1-n)(1+\nu-n) R_{\text{о.м}} + n^2 R_{\text{ом}} + n^2 R_{\text{о.об}}\right],$$

где $\Delta P/(1+\nu) = P_{\text{об}}$.

Пример 9.3. Определить перегрев поверхности и средний перегрев обмотки для трансформатора примера 9.2 по формулам, справедливым для режима Б, в котором работает рассматриваемый трансформатор. Используя данные примера 9.2, получаем

$$\Delta T_{\text{ср}} = P_{\text{об}} \left[\frac{R_{\text{об}}}{3}(1 - 3n + 3n^2) + (1-n)^2 R_{\text{м.об}} + \right.$$

$$\left. + (1-n)(1+\nu-n) R_{\text{о.м}} + n^2 R_{\text{о.об}}\right] = 41{,}69\ ^\circ\text{C};$$

$$\Delta T_{\text{п}} = nP_{\text{об}}R_{\text{о.об}} = 0{,}78 \cdot 15 \cdot 2{,}78 = 32{,}53\ ^\circ\text{C}.$$

При проектировании ЭЭ следует учитывать, что в зависимости от получения наименьшего перегрева или наименьших потерь необходимо определенным образом выбирать значение индукции. Можно показать, что наименьшие потери в трансформаторе будут соответствовать случаю $\nu = 1$ (т. е. $P_{\text{об}} = P_{\text{м}}$), а наименьший перегрев будет при $\nu > 1$, или $\nu = R_{\text{м.об}}/R_{\text{о.об}} + 1$.

9.4. Тепловой режим узлов РЭА, заключенных в замкнутые кожуха

Характерной особенностью современных приборов и устройств является наличие плотной компоновки их элементов, что вызвано стремлением максимально сократить габариты системы. Поскольку в каждом элементе системы имеются потери, связанные в конечном счете с выделением тепла, в приборе устанавливается определенный тепловой режим. Тепловое взаимодействие между элементами вызывает существенное влияние на электрический режим отдельных элементов (изменяется электропроводность провода, происходит температурный уход параметров, ускоряются процессы старения изоляции и т. д.).

Точное определение закономерностей тепловых режимов сложных приборных комплексов представляет собой практически неразрешимую математическую задачу, и в то же время эмпирический поиск в силу огромного разнообразия конструкций устройств становится экономически неоправданным. Поэтому установление указанных закономерностей целесообразно проводить на базе соответствующих разумных допущений, позволяющих построить простые математические модели, которые без большого ущерба в точности дают возможность изучать и количественно оценивать происходящие в системе процессы.

Обычно элементы РЭА размещают в закрытых металлических кожухах (блоках). Совокупность таких блоков, вплотную примыкающих друг к другу, образует систему, называемую стойкой. Блочные конструкции можно разделить на три типа: с естественной вентиляцией и перфорированным кожухом; с принудительной вентиляцией и, наконец, без вентиляции, т. е. с герметическим кожухом.

Таблица 9.3

Коэффициент теплоотдачи α (Вт/м^2·град)

Вид теплообмена	Значение α
Свободная конвенция:	
в газах	2...10
в масле и других жидкостях той же плотности	200...300
в воде	200...600
Вынужденная конвенция:	
в газах	10...100
в масле и других жидкостях той же плотности	300...1000
в воде	1000...3000
Кипение воды	500...45000
Капельная конденция водяных паров	4000...12000
Конденсация органических паров	500...2000

Эффективность различных способов охлаждения зависит от интенсивности протекающих процессов теплообмена, которая характеризуется коэффициентами теплоотдачи (табл. 9.3).

Расчет сложного хода процессов теплообмена в рассматриваемых радиоэлектронных устройствах можно выполнить на основе упрощающих предположений, к числу которых следует отнести принцип местного влияния, заключающегося в том, что любое местное возмущение температурного поля имеет локальный характер и не отражается на отдаленных областях поля. Исходя из этого принципа можно установить, что температура в конкретной рассматриваемой точке практически не зависит от геометрических параметров удаленных от нее тел и распределения источников тепла в этих телах. Кроме того, перегрев в данной точке равен сумме перегревов, вызванных источником тепла, расположенным в рассматриваемой точке, и остальными источниками, действующими во всей системе.

Современные приборы отличаются большой плотностью компоновки, расстояния между элементами достаточно малы. Это позволяет использовать интегральный принцип при оценке параметров их теплового режима. В соответствии с принципом все пространство внутренней части блока, занятое тепловыделяющими элементами, заменяют упорядоченной системой эквивалентных элементов, которая называется нагретой зоной. Модель эквивалентного элемента условно представляют параллелепипедом с некоторой эквивалентной высотой и квадратным основанием. При этом мощность тепловыделения распределяется по всем элементам равномерно. Такой подход позволяет рассчитать в среднем тепловой режим устройства.

Таким образом, если в блоке располагается N тепловыделяющих элементов, каждый из которых характеризуется высотой h_i, поверхностью охлаждения S_i, мощностью тепловыделения P_i, то коэффициент заполнения блока $k_з$, эквивалентная высота нагретой зоны $h_{экв}$ и поверхность охлаждения расчетной модели соответственно будут равны

$$k_з = \frac{1}{V_б}\sum_{i=1}^{N} V_i\ ;\ h_{экв} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} h_i\ ;\ S_{о.экв} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} S_{oi},$$

где V_i и $V_б$ — объемы элемента и блока.

Сторона основания расчетной модели элемента

$$a = \sqrt{4h^2_{экв} + S_{о.экв}} - 2h_{экв}.$$

Ширина щелей между элементами в предположении их упорядоченного расположения равна $d = \sqrt{S_ш/N} - a$ ($S_ш$ — площадь шасси).

В силу уплотненной компоновки элементов теплоотдача с их боковых поверхностей ухудшается по сравнению со случаем, когда последние находятся в свободном пространстве. Тогда эффективная поверхность охлаждения нагретой зоны

$$S_{эф} = \begin{cases} a(a + 4\, h_{экв}\, d/d_{кр}) & (d \leqslant d_{кр})\ ; \\ a\,(a + 4\, h_{экв}) & (d \geqslant d_{кр})\,. \end{cases}$$

При этом $d_{кр} = 10^{-2} h^{1/4}_{экв}$ ($h_{экв} \leqslant 0{,}5$ м).

Герметичная система. Превышение температуры нагретой зоны над температурой окружающей среды

$$\Delta T = (R_{к.б} + R_{к.з}) \sum_{i=1}^{N} P_i,$$

где $R_{к.б}$ — тепловое сопротивление между окружающей средой и кожухом; $R_{к.з}$ — тепловое сопротивление между нагретой зоной и кожухом (нагретая зона ограничена с одной стороны поверхностью $S_{эф}$, а с другой — поверхностью шасси $S_{ш}$).

Если шасси ориентировано горизонтально,

$$R_{к.з1} = 1/\alpha_1 S_{эф} + 1/\alpha_2 S_{о.б1},$$

где α_1 и α_2 — коэффициенты теплоотдачи от стенки к воздуху и от воздуха к стенке соответственно; $S_{об.1}$ — поверхность охлаждения блока, расположенная над шасси (над нагретой зоной).

При вертикальном расположении шасси

$$R_{к.з2} = \frac{R_{к.з1}\, R_{к.ш}}{R_{к.з1} + R_{к.ш}}\ ,$$

где $R_{к.ш} = (\alpha_1 S_{ш})^{-1} + (\alpha_2 S_{о.б2})^{-1}$; $S_{о.б2}$ — часть поверхности блока, обращенная к шасси.

Тепловое сопротивление $R_{к.б}$ вычисляют по формулам § 9.2 в зависимости от условий охлаждения блока.

2. **Вентилируемые системы.** Тепловая энергия, выделяющаяся в нагретой зоне, отводится от нее двумя путями. С одной стороны часть тепловой энергии нагретой зоны путем излучения передается корпусу, т. е. через сопротивление $R_{к.з}$, и далее через сопротивление $R_{к.б}$ окружающей среде. Другая часть теплового потока передается среде (воздуху), протекающей через блок (независимо от способа вентиляции блока), путем конвекции. Эта часть теплового потока идет на увеличение теплосодержания охлаждающей блок среды (воздуха). С учетом сказанного можно записать:

$$T_з - T_с = (P - Q)(R_{з.к} - R_{к.б});$$
$$Q = G_с (T_{вых} - T_{вх});$$
$$T_з - T_{вх} = Q R_{з.в},$$

где $T_з$ и $T_с$ — температура нагретой зоны и окружающей блок среды; $T_{вх}$, $T_{вых}$ — температура охлаждающей блок среды на входе в блок и выходе из блока; $T_в = 0{,}5(T_{вых} + T_{вх})$ — средняя температура окружающей среды; Q — изменение энтальпии (теплосодержания) окружающей блок среды; G и c — массовый расход охлаждающей блок среды и удельная теплоемкость при постоянном давлении соответственно; P — мощность тепловыделения в нагретой зоне.

Решая полученные уравнения, получаем

$$T_{вых} = \frac{P\,(R_{з.к} + R_{к.б}) + T_с + T_{вх}\,[Gc\,(R_{з.к} + R_{з.в} + R_{к.б}) - 0{,}5]}{Gc\,(R_{з.к} + R_{к.б} + R_{з.в}) + 0{,}5}\ ;$$

$$T_з = T_с + (R_{з.к} + R_{к.б})\,(P + Gc\,T_{вх} - Gc\,T_{вых})\ ;\quad P = \sum_{i=1}^{N} P_i.$$

Сопротивление $R_{з.к}$ и $R_{з.в}$ определяют по формулам

$$R_{з.к} = \left(6\cdot 10^{-1} \sqrt{S_{эф}\, S_{о.б1}}\right)^{-1}\ ;\quad R_{з.в} = (7{,}5\cdot 10^{-1}\, S_{эф})^{-1}\,.$$

Если охлаждение блока происходит конвективным путем, то

$$R_{\text{к.б}} = [\alpha\,(S_{\text{о.б1}} + S_{\text{о.б2}})]^{-1}\,.$$

При иных способах охлаждения следует использовать эту формулу, подставляя в нее соответствующее значение коэффициента теплоотдачи.

В диапазоне температур $-20 \ldots +60°$ С теплоемкость воздуха практически не зависит от температуры и равна 10^3 Дж/(кг·°С). Тогда, если массовый расход охлаждающей среды G выражается в кг/с, получим $Gc = 10^3 G$ Вт/град.

При принудительной вентиляции блока расход воздуха задается, и приведенные выше выражения целиком определяют тепловой режим рассматриваемой системы. При естественной вентиляции блока расход охлаждающего воздуха через аппарат

$$G = 1{,}36\sqrt{h/R},$$

где h — среднее расстояние между отверстиями в кожухе блока, служащими для подвода и отвода охлаждающего воздуха, м:

$$R = \left(\frac{1}{S^2_{\text{вх}}} + \frac{0{,}054\,(S_{\text{эф}} + S_{\text{к}}) + 0{,}27\,\bar{S}}{\bar{S}^3} + \frac{1}{S^2_{\text{ш.о}}} + \frac{1{,}7}{S^2_{\text{вых}}}\right),\ \text{м}^{-4},$$

где $S_{\text{вх}}$, $S_{\text{вых}}$, $S_{\text{ш.о}}$ — суммарные площади отверстий в кожухе и шасси, м²; $S_{\text{эф}}$, $S_{\text{к}}$ — площади поверхностей нагретой зоны и корпуса, м²; $\bar{S} = S_{\text{п.к}}(1 + k_з)$; $S_{\text{п.к}}$ — площадь поперечного сечения пустого корпуса блока, м²; $k_з$ — коэффициент заполнения блока.

Пример 9.4. Определить температуру нагретой зоны герметичного радиоэлектронного блока с горизонтальным шасси. Детали расположены в верхнем отсеке. Форма кожуха — прямоугольный параллелепипед с размерами $L_1 = 0{,}34$ м (длина); $L_2 = 0{,}26$ м (ширина); $h = 0{,}2$ м (высота); шасси (дюраль) $0{,}355 \times 0{,}258$ м. Теплообмен кожуха с окружающей средой происходит в условиях естественной конвекции; температура среды $T_c = 24{,}0$ °С. Суммарная мощность источников тепла $P = 564$ Вт. Число источников тепла $N = 26$. Эквивалентные параметры блока: $h_{\text{экв}} = 0{,}10$ м; $k_з = 0{,}4$; $S_{\text{о.экв}} = 0{,}0099$ м²; $S_{\text{ш}} = 8{,}65 \cdot 10^{-2}$ м².

1. Сторона основания расчетной модели

$$a = \sqrt{4h^2_{\text{экв}} + S_{\text{о.экв}}} - 2h_{\text{экв}} = 0{,}026\ \text{м}.$$

2. Ширина щелей между элементами

$$d = \sqrt{S_{\text{ш}}/N} - a = 0{,}03\ \text{м}.$$

3. Эффективная поверхность охлаждения нагретой зоны с учетом того, что $d_{\text{кр}} < d$ ($d_{\text{кр}} = 10^{-2} h^{1/4}_{\text{экв}} = 0{,}0055$ м),

$$S_{\text{эф}} = a\,(a + 4h_{\text{экв}})\,N = 0{,}01\ \text{м}^2.$$

4. Тепловые сопротивления

$$R_{\text{к.з}} = [1/\alpha_1 S_{\text{эф}} + 1/\alpha_2 S_{\text{о.б1}}] = 0{,}3\ \text{град./Вт};\quad R_{\text{к.б}} = 1/\alpha_1 S_{\text{к}} = 0{,}2\ \text{град./Вт},$$

где $S_{\text{к}}$ — поверхность кожуха, равная 0,42 м²; α_1 — согласно табл. 9.4 равно $1{,}2 \cdot 10^{-3}$ Вт/(см²·°С) (12 Вт/(м²·°С); $\alpha_2 = 23$ Вт/(м²·град); $S_{\text{о.б1}}$ — поверхность, расположенная над нагретой зоной, равная 0,42 м².

5. Температура нагретой зоны

$$\Delta T = P\,(R_{\text{к.б}} + R_{\text{к.з}}) = 332\ °\text{С}.$$

Откуда видно, что герметичный кожух не обеспечивает необходимого охлаждения. Применим перфорированный кожух. Его конструктивные данные: площади входных и выходных отверстий $S_{\text{вых}} = S_{\text{вх}} = 0{,}05$ м²; площадь отверстий в шасси $S_{\text{о.ш}} = 0{,}03$ м²; расстояние между отверстиями $h = 0{,}03$ м.

6. Вспомогательная величина

$$\bar{S} = S_{\text{а.п}}\,(1 + k_з) = 0{,}073\ \text{м}^2.$$

7. Определим R:

$$R=\frac{1}{S_{\text{вх}}^{2}}+\frac{1,7}{S_{\text{вых}}^{2}}+\frac{0,054\,(S_{\text{эф}}+S_{\text{к}})+0,27\,\overline{S}}{S_{\text{о.ш}}^{3}}=1021\ \text{м}^{-4}.$$

8. Расход воздуха через аппарат

$$G=1,36\sqrt{h/R}=0,21\ \text{кг/с}\ ,$$

откуда $Gc=G\cdot 10^{3}=210$ Вт/град.

9. Температура уходящего воздуха

$$T_{\text{вых}}=\frac{P\,(R_{\text{з.к}}+R_{\text{к.б}})+T_{\text{с}}+T_{\text{вх}}\,[Gc\,(R_{\text{з.к}}+R_{\text{з.в}}+R_{\text{к.б}})-0,5]}{Gc\,(R_{\text{з.к}}+R_{\text{к.б}}+R_{\text{з.в}})-0,5}=24,3\ ^{\circ}\text{C}.\ ;$$

Здесь входная температура воздуха равна, естественно, температуре окружающего воздуха, т. е. $T_{\text{с}}$.

10. Температура нагретой зоны

$$T_{\text{з}}=T_{\text{с}}+(R_{\text{з.к}}+R_{\text{к.б}})\,[P+Gc(T_{\text{вх}}-T_{\text{вых}})]=69\ ^{\circ}\text{C}.$$

9.5. Тепловой режим при повторно-кратковременной работе

При повторно-кратковременной работе системы происходит циклический процесс ее нагревания и охлаждения (графически этот процесс может быть изображен в виде пилообразной кривой изменения температуры в зависимости от времени). По прошествии длительного времени наступает установившийся режим. В этом установившемся периодическом режиме температура рассматриваемой системы будет колебаться между двумя крайними значениями, которые могут быть вычислены по формулам, полученным ранее.

При расчете тепловых режимов различных систем проектировщика обычно интересует не столько сам характер изменения температуры во времени, сколько то максимальное значение температуры, которое вообще может быть достигнуто в рассматриваемой системе при данных условиях. Это объясняется тем, что температурный режим любой системы определяется нагревостойкостью отдельных ее элементов. Следует иметь в виду, что увеличение температуры элемента на 10 градусов свыше номинальной уменьшает срок его службы вдвое. Поэтому, если в отдельных точках системы имеет место даже кратковременное превышение температуры над допустимым значением, это в значительной степени снижает надежность и срок службы устройства. Исходя из высказанных соображений можно значительно упростить задачу, если вместо повторно-кратковременного режима работы системы рассматривать такой эквивалентный непрерывный режим, в котором температура любой точки не превышала бы максимально достижимую температуру в системе при повторно-кратковременной работе. Чтобы с данной точки зрения отождествить указанные выше режимы, по-видимому, необходимо определить эквивалентную тепловую нагрузку, при которой в результате непрерывной работы системы достигалась бы искомая максимальная температура.

Максимальный температурный перепад при повторно-кратковременной работе

$$\Delta T_{\max}=\Delta T_{\text{н}}\,\frac{1-\exp\left(-a/\tau\right)}{1-\exp\left(-p/\tau\right)}\ ;\ p=a+b,$$

где a, b — время работы и время паузы соответственно; τ — постоянная времени системы, равная $\tau=c/\alpha S_{\text{охл}}$; c — эквивалентная теплоемкость системы; α — коэффициент теплоотдачи; $S_{\text{охл}}$ — поверхность охлаждения; $\Delta T_{\text{н}}$ — температурный перепад, соответствующий непрерывному режиму с номинальной нагрузкой.

Если предположить, что рассматриваемая система является однородным телом и температурный перепад внутри этого тела отсутствует, то $\Delta T_{\text{н}}=P/\alpha S_{\text{охл}}$ (P — номинальная нагрузка).

Чтобы определить нагрузку для эквивалентного непрерывного режима, будем исходить из выражения $\Delta T_{max} = P_э/\alpha S_{охл}$.

Сравнивая выражения для ΔT_{max} и $\Delta T_н$, находим

$$P_э = P \frac{1 - \exp(-a/\tau)}{1 - \exp(-p/\tau)} .$$

Оценим постоянную времени нагрева рассматриваемой системы на примере ЭЭ, например трансформатора или дросселя. Эквивалентная теплоемкость рассматриваемого элемента

$$c = \frac{c_c G_c + c_м G_м + d_и G_и}{G_c + G_м + G_и} ,$$

где c_c, $c_м$, $c_и$ — удельные теплоемкости магнитопровода, меди и изоляции, соответственно равные 0,48; 0,39; 2,0 Вт·с/(г·град); G_c, $G_м$, $G_и$ — масса магнитопровода, меди и изоляции соответственно, которые выражаются через объем магнитопровода следующим образом; $G_c = 7{,}65 V_c$; $G_м = 8{,}9 V_c$; $G_и = 2{,}2 V_c$. Тогда $c = 0{,}84$ Вт·с/(г·град); $G = G_м + G_c + G_и = 29{,}45 V_c$ (г).

Принимая, что $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-3}$ Вт/(см²·град) и $S_{охл} = 13 V_c^{3/2}$ (см²), получаем $\tau = 736 V_c^{1/3}$(с) (V_c — в см³).

Поскольку время работы в повторно-кратковременном режиме по отношению к T составляет $a/\tau \leqslant 0{,}15$, то $\exp(-a/\tau) \approx 1 - a/\tau$. Отсюда следует, что если и $p/\tau \leqslant 0{,}15$, выражение $1 - \exp(-a/\tau)/1 - \exp(-p/\tau) \approx a/p$. При этом $P_э = Pq$, где $q = p/a$ — скважность повторно-кратковременного режима.

Для элементов другого вида постоянную времени τ можно определить по формуле, полученной аналогично с учетом конструкции конкретного элемента.

Необходимо заметить, что в условиях эксплуатации устройств в повторно-кратковременном режиме не всегда происходит полное отключение элемента от питающей сети; например, у трансформатора может полностью или частично производиться отклонение нагрузки по вторичной стороне. Этот случай будет эквивалентен суперпозиции двух решений: а) непрерывному режиму, связанному с потерями только в первичной обмотке, и б) повторно-кратковременному, связанному с изменяющимся режимом питания нагрузки.

Представляет интерес оценить перегрев системы при кратковременных больших перегрузках, когда практически вся мощность расходуется на нагрев и теплообмен с окружающей средой отсутствует. Если рассматривать систему как однородное тело с некоторой эквивалентной теплоемкостью c, то его нагрев происходит по закону

$$T = (P/\alpha S_{охл})\,[1 - \exp(-t/\tau)] .$$

Представим $\exp(-t/T)$ в виде ряда по степеням (t/T) и получим

$$T = \frac{P}{\alpha S_{охл}} \left[\frac{t}{\tau} - \frac{t^2}{2\tau^2} + \dots\right] = P \left[\frac{t}{c} - \frac{\alpha S_{охл}}{2} \left(\frac{t}{c}\right)^2 + \dots\right] .$$

Нетрудно видеть, что первый член ряда характеризует нагревание тела без отвода тепла в окружающую среду. Тогда время, в течение которого не происходит отдача тепла в окружающую среду, определим соотношением

$$\frac{t}{\tau} \gg - \frac{t^2}{2\tau^2} + \frac{t^3}{2 \cdot 3\tau^3} - \dots .$$

При $t/\tau \leqslant 0{,}13$ мощность, отдаваемая в окружающую среду, составляет около 1% от всей мощности, при $t/\tau \leqslant 0{,}4$—10% и т. д. Для инженерных расчетов можно допустить, что энергия идет только на нагрев самого тела, когда потеря мощности составляет 5%. Тогда $T = 0{,}2c/\alpha S_{охл}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица П.1

Номенклатура магнитопроводов

Магнитопровод	ГОСТ
Стержневой ленточный типа ПЛ	22050—76
Броневой ленточный типа ШЛ	22050—76
Кольцевой типа ОЛ	24011—80
Ленточный типа ТЛ для трехфазных трансформаторов	Ведомственные ТУ
Ферритовый Ш-образный	18614—73
Кольцевой из магнитомягких ферритов	16541—76
Кольцевой из альсифера	8763—77

Таблица П.2

Номенклатура обмоточных проводов с эмалевой изоляцией

Марка	Провод	ГОСТ, ТУ
ПНЭТимид	Медный никелированный с полиамидной изоляцией, круглый	ТУ 16.505.489—78
ПНЭТП	То же прямоугольный	ТУ 26.505.784—75
ПЭВ-1	Медный с высокопрочной (винифлекс) изоляцией	ГОСТ 7262—78
ПЭВ-2	То же с утолщенной изоляцией	То же
ПЭВА	То же, что и ПЭВ-1, алюминиевый	ГОСТ 14966—78
ПЭВА$_т$	То же неотожженный	То же
ПЭВД	То же, что и ПЭВ-1, с дополнительным термопластичным (поливинилацетатным) слоем	ТУ 16.505.320—78
ПЭВДЮ	То же с дополнительным (поливинилбутиральным) слоем	То же
ПЭВЛ	Медный с полиуретановой утонченной изоляцией	ТУ 16.505.446—77
ПЭВП	Медный прямоугольный с поливинилацеталевой изоляцией	ТУ 16.505.080—75
ПЭВТЛ-1	То же, что и ПЭВЛ, но с нормальной толщиной изоляции	ТУ 16.505.446—77
ПЭВТЛ-2	То же, но с утолщенной изоляцией	То же
ПЭВТЛД	То же, что ПЭВТЛ-1, с дополнительным термопластичным (клеящим) покрытием	ТУ 16.705.160—80
ПЭВТЛК	То же с дополнительным упрочняющим (полиамидным) покрытием	ТУ 16.505.480—73
ПЭВТЛК-1	То же с уменьшенной толщиной изоляции	То же
ПЭВТЛН-1	То же, что и ПЭВТЛ-1, немагнитный	ТУ 16.505.446—77
ПЭВТЛН-2	То же с утолщенной изоляцией	То же
ПЭЛ	Медный с изоляцией лаком на медной основе	ГОСТ 2773—78
ПЭМП	Медный с высокопрочной (метальвиновой) изоляцией для транспонированных проводов	ТУ 16.505.855—75
ПЭМФ	Медный с изоляцией на поливинилформалевой основе фреоностойкий	ТУ 16.505.583—77

Марка	Провод	ГОСТ, ТУ
ПЭС-1	С высокопрочной (поливинилформалевой) изоляцией	ТУ 16.505.763—81
ПЭС-2	То же с утолщенной изоляцией	То же
ПЭСА	Алюминиевый с высокопрочной (поливинилформалевой) изоляцией	ТУ 16.505.886—76
ПЭТ 155	Медный с полиэфиримидной изоляцией с ТИ155	ГОСТ 21428—75
ПЭВТ-1	Медный с полиэфирной (ПЭ-443 и ПЭ-939) изоляцией	ТУ 16.505.110—79
ПЭВТ-2	То же с утолщенной изоляцией	ОСТ 16.0.505—001—80
ПЭВТА	То же, что и ПЭТВ-1, алюминиевый	ТУ 16.505.427—72
ПЭВТП	Медный прямоугольный с полиэфирной изоляцией	ГОСТ 17708—83Е
ПЭТимид	Медный круглый с полиимидной изоляцией	ТУ 16.505.489—78
ПЭТВ-155	Медный прямоугольный с полиэфиримидной изоляцией с ТИ155	ТУ 16.505.547—73
ПЭТП-200	То же с полиамидной изоляцией с ТИ200	ТУ 16.505.436—76
ПЭФ-155	Круглый с высокопрочной изоляцией на полиэфирдиануратимидной основе с ТИ155	ТУ 16.505.673—77
ЛЭТЛО	Обмоточный высокочастотный	ГОСТ 16186—74
ЛЭНП	Высокочастотный прямоугольного сечения	То же
	Лента медная	ГОСТ 434—78

Таблица П.3

Значение удельной проводимости некоторых веществ (1/Ом·м)

Алюминий	$(3,5\ldots3,8)\cdot10^7$	Резина	10^{-9}
Вольфрам	$1,8\cdot10^7$	Слюда	$10^{-11}\ldots10^{-15}$
Железо	$3,9\cdot10^7$	Стекло	$10^{-9}\ldots10^{-12}$
Золото	$4,17\cdot10^7$	Трансформаторное масло	10^{-13}
Константан	$0,2\cdot10^7$	Фарфор	10^{-13}
Латунь	$(1,3\ldots3,2)\cdot10^7$	Фторопласт	10^{-17}
Манганин	$0,2\cdot10^7$	Бензин	$10^{-11}\ldots10^{-13}$
Медь	$(5,5\ldots5,7)\cdot10^7$	Вода:	
Никель	$1,37\cdot10^7$	морская	1^{-4}
Нихром	$0,7\cdot10^6$	водопроводная	10^{-2}
Платина	$0,95\cdot10^7$	дистиллированная	10^{-4}
Ртуть	$0,1\cdot10^7$	Дизельное топливо	$10^{-8}\ldots10^{-9}$
Свинец	$0,48\cdot10^7$	Керосин	$10^{-10}\ldots10^{-11}$
Серебро	$6,3\cdot10^7$	Раствор поваренной соли:	
Силумин	$2,2\cdot10^7$	5%-й	6,7
Сталь	$0,7\cdot10^7$	20%-й	20
Сталь электротехническая	$0,2\cdot10^7$	Соляная кислота:	
Титан	$0,08\cdot10^7$	5%-й	40
Чугун	$0,25\cdot10^7$	20%-й	77
Винипласт	10^{-12}	Спирт этиловый	10^{-5}
Полистирол	10^{-15}		
Полиэтилен	$10^{-13}\ldots10^{15}$		

Список литературы

1. **Аполлонский С. М.** Справочник по расчету электромагнитных экранов. — Л.: Энергоатомиздат, 1988. — 224 с.
2. **Белопольский И. И., Каретникова Е. И., Пикалова Л. Г.** Расчет трансформаторов и дросселей малой мощности. — М.: Энергия, 1973. — 400 с.
3. **Виноградов Е. М., Винокуров В. И., Харченко И. П.** Электромагнитная совместимость радиоэлектронных средств. — Л.: Судостроение, 1986. — 263 с.
4. **Гроднев И. И.** Электромагнитное экранирование в широком диапазоне частот. — М.: Связь, 1972. — 111 с.
5. **Зимин Е. Ф., Кочанов Э. С.** Измерение параметров электрических и магнитных полей в проводящих средах. — М.: Энергоатомиздат, 1985. — 253 с.
6. **Иоссель Ю. Я., Кочанов Э. С., Струнский М. Г.** Расчет электрической емкости. — Л.: Энергоиздат, Ленигр. отд-е, 1981. — 288 с.
7. **Калантаров П. Л., Цейтлин Л. А.** Расчет индуктивностей. — Л.: Энергоатомиздат, Ленингр. отд-е, 1986. — 488 с.
8. **Расчет** электромагнитных элементов источников вторичного электропитания/А. Н. Горский, Ю. С. Русин, Н. Р. Иванов, Л. А. Сергеева. — М.: Радио и связь, 1988. — 176 с.
9. **Резисторы**: Справочник/Ю. Н. Андреев, А. И. Антонян, Д. М. Иванов и др. — М.: Энергоатомиздат, 1981. — 352 с.
10. **Русин Ю. С.** Электропитание гидроакустической аппаратуры. — Л.: Судостроение, 1986. — 103 с.
11. **Туровский Я.** Техническая электрорадиодинамика. — М.: Энергия, 1974. — 488 с.
12. **Шапиро Д. Н.** Основы теории электромагнитного экранирования. — М.: Энергия, 1975. — 108 с.
13. **Русин Ю. С.** Трансформаторы звуковой и ультразвуковой частоты. — Л.: Энергия, Ленингр. отд-е, 1973. — 151 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ЧАСТЬ II

ФИЗИЧЕСКИЕ ПОЛЯ И ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ